**[](http://www.google.co.ve/imgres?q=UC&num=10&hl=es&biw=1024&bih=571&tbm=isch&tbnid=WlwJF9JKe6j7qM:&imgrefurl=http://www.tiempo.uc.edu.ve/tu463/paginas/2.htm&docid=odrU4R9l2cSymM&imgurl=http://www.tiempo.uc.edu.ve/tu463/imagen463/Escudo-UC.jpg&w=150&h=197&ei=C7T5T_mvDMPZ6wHks8S_Bg&zoom=1&iact=hc&vpx=255&vpy=266&dur=2141&hovh=157&hovw=120&tx=79&ty=84&sig=111607854997198441336&page=2&tbnh=134&tbnw=102&start=19&ndsp=22&ved=1t:429,r:1,s:19,i:134)UNIVERSIDAD DE CARABOBO**

**FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN**

**ESCUELA DE EDUCACIÓN**

**DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA Y FÍSICA**

**MENCIÓN MATEMÁTICA**

**C**Á**TEDRA: DISEÑO DE INVESTIGACIÓN**

**ERRORES QUE COMETEN LOS ESTUDIANTES EN EL CONTENIDO DEL CONJUNTO DE LOS NÚMEROS RACIONALES EN SEGUNDO AÑO DE EDUCACIÓN MEDIA GENERAL EN EL LICEO BOLIVARIANO BARTOLOMÉ OLIVER**

**Tutora**

Profa. Padrón, María del Carmen

**Autoras:**

Silvera, Rhonelsy

Yovera, Yusmaira

**Bárbula, julio de 2014**

**[](http://www.google.co.ve/imgres?q=UC&num=10&hl=es&biw=1024&bih=571&tbm=isch&tbnid=WlwJF9JKe6j7qM:&imgrefurl=http://www.tiempo.uc.edu.ve/tu463/paginas/2.htm&docid=odrU4R9l2cSymM&imgurl=http://www.tiempo.uc.edu.ve/tu463/imagen463/Escudo-UC.jpg&w=150&h=197&ei=C7T5T_mvDMPZ6wHks8S_Bg&zoom=1&iact=hc&vpx=255&vpy=266&dur=2141&hovh=157&hovw=120&tx=79&ty=84&sig=111607854997198441336&page=2&tbnh=134&tbnw=102&start=19&ndsp=22&ved=1t:429,r:1,s:19,i:134)UNIVERSIDAD DE CARABOBO**

**FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN**

**ESCUELA DE EDUCACIÓN**

**DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA Y FÍSICA**

**MENCIÓN MATEMÁTICA**

**C**Á**TEDRA: DISEÑO DE INVESTIGACIÓN**

**ERRORES QUE COMETEN LOS ESTUDIANTES EN EL CONTENIDO DEL CONJUNTO DE LOS NÚMEROS RACIONALES EN SEGUNDO AÑO DE EDUCACIÓN MEDIA GENERAL EN EL LICEO BOLIVARIANO BARTOLOMÉ OLIVER**

**Autoras:**

Silvera, Rhonelsy

Yovera, Yusmaira

**Tutora:**

Profa.Padrón, María del Carmen

Requisito indispensable para optar por el título de Licenciado en Educación Mención Matemática.

**Bárbula, julio de 2014**

**DEDICATORIA**

A Dios Todopoderoso por ser mi guía en todo momento, por no abandonarme en los momentos más difíciles. Mil Gracias mi Dios.

A mi madre, Nilsa Cardenas, por apoyarme siempre que la necesité y por creer en mí. Gracias por todo mamá.

A mis abuelos, quienes me ayudaron siempre que los necesité, y que sin sus lecciones de vida no sería quien soy hoy y, sin sus consejos no hubiese logrado esta gran meta. Gracias abuela y abuelo.

A todas aquellas personas que incondicionalmente colaboraron para realizar esta investigación. A todos gracias.

**Rhonelsy Silvera**

**DEDICATORIA**

A lo largo de mi carrera he contado con el apoyo de personas con las cuales estoy agradecida.

Decir nombres no hace falta, pero este trabajo se lo dedico especialmente a mi mamá y hermanas, con quienes conté infinidad de veces, y a quienes considero que debo mencionar en esta oportunidad, que además posee una etiqueta única en mi vida.

**Yusmaira Yovera**

**AGRADECIMIENTO**

Indudablemente nuestro más sincero agradecimiento va referido a nuestra casa de estudios, La Universidad de Carabobo y aun más con la Facultad de Ciencias de la Educación, quien con su personal educativo nos enseñó el valor de la educación y la responsabilidad que tendremos para el cumplimiento de la misma en la sociedad.

Profesores fueron muchos, la gran mayoría marcó un antes y un después en nuestra carrera. Principalmente se les agradece a los profesores de la Mención de Matemática, a cada uno de ellos por permitirnos valorar y comprender tan importante disciplina. De igual manera, le agradecemos a los profesores de Metodología de la Investigación, y muy especialmente a la Profesora María del Carmen Padrón quien siempre nos guió y explicó la necesidad de convertirnos en investigadores excepcionales en el Ámbito Educativo.

Nuestro agradecimiento también va dirigido al personal docente, administrativo y estudiantil del Liceo Bolivariano Bartolomé Oliver, por permitirnos aplicar el instrumento de evaluación a estudiantes de segundo año, en la asignatura de Matemática.

Nómbralos a todos, sugeriría una lista extensa, por tal motivo, desde la simplicidad y la honestidad, gracias a todos los involucrados en nuestra formación académica.

**Rhonelsy Silvera**

**Yusmaira Yovera**

**INDICE GENERAL**

**pp.**

[**DECICATORIA** iii](#_Toc390013325)

[**AGRADECIMIENTOS** iv](#_Toc390013326)

[**LISTA DE TABLAS** viii](#_Toc390013327)

[**LISTA DE GRÁFICOS** ix](#_Toc390013328)

[**RESUMEN** x](#_Toc390013329)

[**INTRODUCCIÓN** 1](#_Toc390013330)

[**CAPÍTULO** 3](#_Toc390013331)

**1.** [**EL PROBLEMA** 3](#_Toc390013332)

1.1 [Planteamiento y formulación del problema 3](#_Toc390013333)

1.2 [Objetivos de la Investigación 13](#_Toc390013334)

1.2.1 [Objetivo General 13](#_Toc390013335)

1.2.2 [Objetivos Específicos 13](#_Toc390013336)

1.3 [Justificación 13](#_Toc390013337)

**2.** [**MARCO** **TEÓRICO** 16](#_Toc390013338)

[2.1 Antecedentes de la Investigación 16](#_Toc390013339)

[2.2 Bases Teóricas 18](#_Toc390013340)

[2.2.1 Bases Filosófica y Social 18](#_Toc390013341)

[2.2.2 Base Psicológica 21](#_Toc390013342)

[2.2.3 Base Pedagógica 23](#_Toc390013343)

[2.2.4 Base Legal 32](#_Toc390013344)

[2.3 Definición de Términos Básicos 35](#_Toc390013345)

[2.4 Definición de Variable 36](#_Toc390013346)

[2.4.1 Definición Operacional 36](#_Toc390013347)

[**3. MARCO METODOLÓGICO** 37](#_Toc390013348)

[3.1 Tipo y Diseño de investigación 37](#_Toc390013349)

[3.2 Sujetos de la investigación 38](#_Toc390013350)

[3.2.1 Población 38](#_Toc390013351)

[3.3 Procedimiento 38](#_Toc390013352)

[3.4 Técnicas e instrumentos de investigación 39](#_Toc390013353)

[3.4.1 Técnicas de investigación 39](#_Toc390013354)

[3.4.2 Instrumento de recolección de datos 40](#_Toc390013355)

[3.4.3 Validez y confiabilidad del instrumento 40](#_Toc390013356)

[**4. ANÁLISIS DE DATOS** 43](#_Toc390013357)

[4.1 Presentación de los resultados 44](#_Toc390013358)

[4.2 Análisis del conocimiento de los contenidos conceptuales y procedimentales de los números racionales 47](#_Toc390013359)

[4.2.1 Análisis del conocimiento de los contenidos conceptuales de los números racionales 47](#_Toc390013360)

[4.2.2 Análisis del conocimiento de los contenidos procedimentales de los números racionales 51](#_Toc390013361)

[4.3 Análisis del conocimiento del contenido de números racionales 55](#_Toc390013362)

[**CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES** 58](#_Toc390013363)

[**REFERENCIAS** 61](#_Toc390013364)

[**ANEXOS** 65](#_Toc390013365)

[**ANEXO A** Instrumento de evaluación 65](#_Toc390013366)

[**ANEXO B** Operacionalización de la variable error 69](#_Toc390013367)

[ANEXO C Consentimiento informado 70](#_Toc393386457)

**LISTA DE TABLAS**

**pp.**

**TABLAS**

[**Tabla Nº 1:** Confiabilidad del instrumento 42](#_Toc392173534)

[**Tabla Nº 2:** Respuestas correctas e incorrectas 44](#_Toc392173535)

[**Tabla Nº 3:** Análisis del conocimiento de los contenidos conceptuales de los números racionales 48](#_Toc392173536)

[**Tabla Nº 4:** Respuestas correctas, incorrectas y no contestadas del conocimiento de los contenidos conceptuales de los números racionales 49](#_Toc392173537)

[**Tabla Nº 5:** Análisis del conocimiento de los contenidos procedimentales de los números racionales 52](#_Toc392173538)

[**Tabla Nº 6:** Respuestas correctas, incorrectas y no contestadas del conocimiento de los contenidos procedimentales de los números racionales 53](#_Toc392173539)

[**Tabla Nº 7:** Totalidad de respuestas correctas, incorrectas y no contestadas del conocimiento de los contenidos conceptuales y procedimentales de los números racionales 55](#_Toc392173540)

[**Tabla Nº 8:** Error con mayor frecuencia en los contenidos conceptuales y procedimentales de los números racionales 55](#_Toc392173541)

[**Tabla Nº 9:** Operacionalización de la variable error 69](#_Toc392173542)

**LISTA DE GRÁFICOS**

**pp.**

**GRÁFICO**

[**Gráfico Nº 1:** Resultado de las respuestas correctas, incorrectas y no contestadas del conocimiento de los contenidos conceptuales de los números racionales 49](#_Toc392177569)

[**Gráfico Nº 2:** Resultados de las respuestas categorizadas por error según la tipología propuesta por Astolfi (1999) en los contenidos conceptuales de los números racionales 49](#_Toc392177570)

[**Gráfico Nº 3:** Resultado de las respuestas correctas, incorrectas y no contestadas del conocimiento de los contenidos procedimentales de los números racionales 53](#_Toc392177571)

[**Gráfico Nº 4:** Resultados de las respuestas categorizadas por error según la tipología propuesta por Astolfi (1999) en los contenidos procedimentales de los números racionales 53](#_Toc392177572)

[**Gráfico Nº 5:** Resultados de las respuestas correctas, incorrectas y no contestadas del conocimiento de los contenidos conceptuales y procedimentales de los números racionales 56](#_Toc392177573)

[**Grafico Nº 6:** Error con mayor frecuencia en los contenidos conceptuales y procedimentales de los números racionales 56](#_Toc392177574)

**[](http://www.google.co.ve/imgres?q=UC&num=10&hl=es&biw=1024&bih=571&tbm=isch&tbnid=WlwJF9JKe6j7qM:&imgrefurl=http://www.tiempo.uc.edu.ve/tu463/paginas/2.htm&docid=odrU4R9l2cSymM&imgurl=http://www.tiempo.uc.edu.ve/tu463/imagen463/Escudo-UC.jpg&w=150&h=197&ei=C7T5T_mvDMPZ6wHks8S_Bg&zoom=1&iact=hc&vpx=255&vpy=266&dur=2141&hovh=157&hovw=120&tx=79&ty=84&sig=111607854997198441336&page=2&tbnh=134&tbnw=102&start=19&ndsp=22&ved=1t:429,r:1,s:19,i:134)UNIVERSIDAD DE CARABOBO**

**FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN**

**ESCUELA DE EDUCACIÓN**

**DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA Y FÍSICA**

**MENCIÓN MATEMÁTICA**

**C**Á**TEDRA: DISEÑO DE INVESTIGACIÓN**

**ERRORES QUE COMETEN LOS ESTUDIANTES EN EL CONTENIDO DEL CONJUNTO DE LOS NÚMEROS RACIONALES EN SEGUNDO AÑO DE EDUCACIÓN MEDIA GENERAL EN EL LICEO BOLIVARIANO BARTOLOMÉ OLIVER**

**Autoras:**

**Rhonelsy Silvera**

**Yusmaira Yovera**

**Tutora:**

**Profa. María del C. Padrón**

**RESUMEN**

La presente investigación tuvo como objetivo, describir los errores que cometen los estudiantes en el contenido de números racionales en segundo año de Educación Media General en el Liceo Bolivariano Bartolomé Oliver, de acuerdo con la tipología propuesta por Astolfi (1999). Por otra parte, este trabajo es descriptivo con un diseño no experimental de tipo transeccional, el cual cuenta con una población de ciento diecinueve (119) estudiantes. En este sentido, la técnica utilizada para este estudio fue la encuesta, y el instrumento fue un cuestionario de 18 ítems. Además, se analizaron los resultados obtenidos luego de la aplicación del instrumento, en el cual se evidenció que el 66% de los sujetos de la investigación, cometieron errores en los contenidos conceptuales y procedimentales de los números racionales, demostrando así que presentan dificultad para la comprensión de los mismos. Finalmente, las recomendaciones hacen énfasis a la necesidad del diagnóstico de los errores que cometen los estudiantes, para así utilizarlos como una herramienta de aprendizaje en el ámbito educativo.

**Palabras clave:** Aprendizaje, números racionales, error, matemática.

**LINEA DE INVESTIGACIÓN:** ENSEÑANZA, APRENDIZAJE Y EVALUACIÓN DE LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA Y FÍSICA.

**INTRODUCCIÓN**

A lo largo de la historia, se han registrado errores que son parte de descubrimientos exitosos que no han sido planificados. En este mismo aspecto, la vida de las personas está conformada de aciertos y desaciertos, que conllevan a la obtención de experiencias de aprendizaje, las cuales no deben ser ignoradas. Así pues, los errores forman parte de las producciones de la mayoría de los estudiantes, y constituyen, generalmente, un elemento estable en el proceso de enseñanza y aprendizaje, que para efectos de esta investigación se encuentra en el aprendizaje de la Matemática.

Cabe destacar que, los educadores serán guiados por los errores cometidos por los estudiantes para la realización de nuevas técnicas y estrategias de aprendizaje que conlleven a la superación de los mismos. En este sentido, los errores son una herramienta para la construcción de nuevos conocimientos utilizando la información previa, haciendo que las personas reflexionen acerca de lo que conocían y comprendían. Es importante mencionar que, se han realizado investigaciones sobre los errores cometidos por los estudiantes en el proceso de enseñanza y aprendizaje de un contenido determinado, esto hace considerar la existencia del error más frecuente de lo esperado. Ahora bien, este tipo de investigación pretende describir los errores que cometen los estudiantes en el contenido de funciones numéricas en segundo año de Educación Media General en el Liceo Bolivariano Bartolomé Oliver, esto se lograrácon la tipología de errores propuesta por Astolfi en (1999).

El trabajo de investigación está conformado por cuatro capítulos. El primero es el planteamiento y formulación del problema, en el cual se expone el objetivo general y los objetivos específicos, además de la justificación. El segundo capítulo es el marco teórico del estudio, aquí se seleccionó las bases teóricas en las cuales se sustenta el trabajo, donde principalmente se trabajó en el aspecto pedagógico con la tipología de errores propuesta por Astolfi (1999), la misma se consideró por ser la más adecuada para la obtención de información acerca de este tema. En un tercer capítulo se encuentra la metodología, donde se describe el tipo de investigación que se realizó y se establece la población de la misma, además de las técnicas e instrumentos. En este marco de ideas, el análisis de datos permite la interpretación de los resultados obtenidos en este estudio. Una vez analizados los resultados, se presentan las conclusiones y recomendaciones que se consideran pertinentes y además necesarias para abordar el estudio sobre errores en el aprendizaje del contenido de números racionales en estudiantes de segundo año de la Educación Media General en el Liceo Bolivariano Bartolomé Oliver.

Como expectativa, se espera que los resultados obtenidos en el desarrollo del presente trabajo, influyan en la perspectiva que se posee en la educación sobre los errores en el aprendizaje de la matemática, permitiendo además que exista la disposición de diagnosticar y corregir estos errores en los educandos, puesto que la profundidad de este estudio puede transformar la idea negativa del error, en la idea positiva del error y su influencia en la reflexión y en la crítica de las informaciones que se poseen, para así discriminar lo correcto de lo incorrecto en los contenidos de las diferentes disciplinas educativas, en este caso de la matemática.

1. **EL PROBLEMA**

**1.1 Planteamiento y formulación del problema**

Los aciertos y desaciertos, conforman gran parte de la vida del ser humano, los cuales no deben ser ignorados, es decir, ellos corresponden a la realización de acciones donde las personas concluyen si han tomado una decisión correcta o no para ellos mismos. Haciendo referencia a lo anterior y relacionándolo con la matemática, Colina (2006), argumenta que el conocimiento matemático se construye a través de un proceso continuo de enseñanza, es aquí donde es indispensable procurar atender los diferentes factores señalando el poco entendimiento de la asignatura.

Según De la Torre (2004), el error es desde una perspectiva constructiva, un desajuste entre lo esperado y lo obtenido. Hace referencia a criterio, norma o valor; pero no comporta actitud sancionadora ni punitiva. En otros tiempos se castigaba duramente al sujeto que no lograba los aprendizajes previstos, sin analizar sus causas. Esa práctica carece de sentido educativo mediante las calificaciones, y no se analizan a qué se deben tales fallos. Sin embargo, el error en la práctica escolar, simplemente pone de manifiesto una ocurrencia inadecuada, la existencia de fallos en el proceso de aprendizaje.

Para Popper (1979), el error es fecundo, es decir, el error es productivo si se realiza la tarea de corregirlo y aprender de él. La fecundidad del error se muestra en el proceso de eliminar teorías explicativas, ya que la verdad no es segura, a través de la detección de los errores, se puede llegar gradualmente a ella; falsar una teoría ya es un progreso en la búsqueda sin fin. Indudablemente, estudiar el origen y causa de los errores, genera interés y preocupación. El conocimiento no es absoluto, hay un camino que recorrer para llegar a obtenerlo en un mínimo porcentaje, pero para los

seres humanos, vale la pena hacer el esfuerzo por descubrir el origen de la vida, de la razón de ser, de la humanidad.

Con estas referencias se pretende argumentar que, hay errores presentes en la educación donde éstos deben ser observados y corregidos en el área educativa, previniendo así ser agravados con el tiempo. El problema del error en el aprendizaje, es igual de antiguo que en la enseñanza. En este aspecto, en la escuela todo cambia, el error es fuente de angustia y de estrés, hasta los buenos estudiantes consideran tener miedo de errar. En este aspecto, los docentes se preguntan el origen y las causas de los errores. En este sentido, para poder eliminar esos errores cometidos por los educandos es forzoso hacer aparecer primero a los mismos, y sólo después podrán ser tratados (Astolfi ,1999).

Existen tres apreciaciones expuestas por Astolfi (1999), donde la primera de ellas está relacionada con la forma que tienen los docentes para corregir el error cometido por los estudiantes, éste es el “síndrome del rotulador rojo”. Aquí se refiere a que en el momento de percibir el error, entonces los profesores solo corrigen, tachan y materializan la falta en el cuaderno de control, sin saber si esto será de utilidad en términos didácticos para resolver el “problema” de los escolares. Por otra parte, los educadores deben entender que esas interminables y agotadoras correcciones, pueden no resultar eficaces, además los educandos no las tomen en cuenta porque esto no les explica dónde han fallado, ni les brinda herramientas para superarlos.

La segunda apreciación es considerada como la más íntima y penosa, es aquí donde aparece la culpa en los docentes, haciéndolos dudar de sí mismos. En este sentido, en los profesores recaen las opiniones de parecer incapaces para guiar a sus estudiantes hacia el aprendizaje deseado y genuino; los educadores sienten haber ignorado algo, algo que les toca reconocer a sus colegas de cursos superiores cuando trabajen con los educandos aprobados con fallos en su conocimiento.

Por último, una tercera apreciación es el vértigo que se siente ante la idea de introducirse en la mente de los estudiantes; genera miedo, estrés e inseguridad. Si el educando está consciente de haber sido evaluado de manera negativa, entonces empezará a preguntarle a su profesor el porqué de esa evaluación, es en este momento donde el docente tendrá que dar respuestas demostrando seguridad.

En este aspecto, Nuel y Ortiz (2008), destacan que el error debe ser una oportunidad de aprendizaje, donde permite al estudiante tomar una decisión, esto sucederá al percatarse de no haber llegado a la solución correcta del problema, podrá entonces, seleccionar una alternativa entre varias posibilidades, hasta lograr superar el hecho que lo llevó a cometer el error.

Desde el constructivismo, el error es parte necesaria para la obtención de un aprendizaje, siempre y cuando ayude en la autocrítica, la toma de conciencia, la reflexión, y el equilibrio cognitivo. Tanto el error como el fracaso son elementos que deben estar presentes en el aprendizaje y la adquisición de nuevos conocimientos, puesto que un error visto como un gestor de conocimiento u organizador didáctico reflexivo que como un elemento negativo sinónimo del fracaso, es un elemento positivo generador de nuevos aprendizajes (Briceño, 2009).

Para Piaget (1978), los errores son reconocidos como "inquilinos" permanentes del proceso de aprendizaje, los cuales son necesarios para saber si lo que se conoce es lo correcto o no, por eso asegura que el error, equivocación o distorsión es parte fundamental o indispensable de todo el conocimiento, y no debe percibirse como un hecho indeseable y castigable, sino como un evento que posibilite la obtención de un aprendizaje significativo. Dicho con otras palabras, si la persona le da libertad al error para que esté presente, entonces éste ocupará un lugar en el sistema cognitivo que generará un desequilibrio. Así pues, Piaget concluye que sin el desequilibrio no habría reequilibrio.

Profundizando en el ámbito del aprendizaje matemático, es de amplio conocimiento que para los estudiantes, esta es una de las asignaturas más exigentes a su manera de ver y de comparar con las demás. Esta razón permite indicar que el simple hecho de concebir a la matemática como una materia de difícil aprendizaje, genera negación al aprendizaje de la misma, reflejando así el bajo rendimiento de los escolares, a esto se le suma el mal manejo de los contenidos previos, dificultando así la práctica y el entendimiento de la misma. En este sentido, cuando los estudiantes no han cumplido con las expectativas planteadas, entonces se dice que han cometido errores en el proceso de enseñanza y aprendizaje.

Palarea, Ruano y Socas (2008), realizaron una investigación referente al tema sobre errores en el aprendizaje de la matemática, donde afirmaron que una vez determinado el origen del error, las estrategias de remedio deben ir dirigidas a superar un obstáculo, a dar sentido a los objetos matemáticos o a crear una actitud racional hacia la matemática.

En este sentido, en el aprendizaje de la matemática puede ocurrir que los estudiantes cometan errores y éstos son de naturalezas distintas, donde la complejidad de la matemática radica en el nivel en el que se encuentre. Algunos tienen su inicio en el Sistema Educativo, pero en general, su origen se concreta en la relación entre: el educando, la materia, el profesor y la institución escolar. Estos errores según, Figueredo y Veliz (2008), pueden afrontarse desde varias perspectivas, que se pueden clasificar según el desarrollo cognitivo de los escolares, el currículo de matemática y los métodos de enseñanza.

Según Cuadrado, Lucchini y Tapia (2006), el pensamiento humano usa naturalmente el error para buscar la verdad y contribuir al avance de las ciencias. No existe cuerpo de conocimiento en que no se encuentre el error en su desarrollo histórico. El conocimiento no puede partir de la nada, siempre se entrelaza con algún conocimiento anterior a partir del cual, puede crecer o modificarse. La historia demuestra que, conocimientos considerados verdaderos, con el posterior desarrollo de los conceptos involucrados terminan por ser considerados erróneos. Indudablemente, los errores cometidos por los educandos en la asignatura de matemática ya no deben ser vistos como hechos castigables, sino como oportunidades de aprendizaje en los contenidos matemáticos, de métodos para desarrollar el pensamiento reflexivo y además como base para cambiar generar cambios a nivel positivo en los estudiantes.

Escudero (2007), señala que los errores cometidos por los escolares en sus procedimientos matemáticos son parte de una manera de pensar (no son errores aislados de información o hábitos arbitrarios de pensamiento). Generalmente, son ideas arraigadas que la mayoría de los estudiantes han adquirido como funciones cerebrales procedentes de la selección natural de un momento dado. En esta investigación, se explica que es importante promover el desarrollo de pensamiento crítico de los educandos, haciendo que los mismos reflexionen sobre sus errores en la resolución de ejercicios matemáticos, como una forma de ayudarlos a darle sentido a sus concepciones y procedimientos equivocados y adquieran un aprendizaje significativo a través de procesos metacognitivos.

El error en el conocimiento matemático abarca un gran espacio a nivel mundial. Hoy en día existen innumerables trabajos cuyo objeto es el estudio de análisis de patrones de errores cometidos por los estudiantes en diversos contenidos matemáticos educativos. Dentro de este marco de ideas, las investigaciones realizadas sobre los errores matemáticos, surgen como herram**i**enta en la enseñanza. Es importante mencionar que, Estados Unidos y Alemania tienen investigaciones sobre errores documentadas desde 1925, el interés alcanzó a llegar a los cinco continentes, siendo de suma importancia para seguir proporcionando información acerca de este suceso, reconociéndose como el hecho más común en las Instituciones Educativas relacionadas con el bajo rendimiento académico en la asignatura de Matemática (Garza, 2012).

Aunado a la situación, España forma parte de los países interesados en este estudio, en los años cincuenta, Rico (1995), se concentró en darle significado a la existencia de los errores y las causas que los originan, para así determinar los más frecuentes y poder establecer estrategias, permitiendo concebir el error como método para lograr un adecuado proceso de enseñanza y aprendizaje, esto a través de la corrección de los mismos.

Igualmente, la Educación Matemática Venezolana no se aleja de la realidad del bajo rendimiento de los estudiantes en esta asignatura. Guevara (2010), afirma que una de las características de la Educación Matemática Venezolana es el bajo rendimiento de los estudiantes en la asignatura, donde se encontró que los educandos carecen del dominio matemático y tienen dificultades para utilizar un lenguaje simbólico, esto tiene su origen en factores sociales, familiares y educativos. De este modo, reconoce este hecho como problemática nacional, no agotándose como motivo de investigación.

Peraza y Ruiz (2010), realizaron una investigación donde analizan los errores cometidos por los estudiantes cursantes del primer año de Educación Media General en el contenido del conjunto de los números racionales, a su vez estas autoras señalan que entre los estudiantes hay quienes no poseen el dominio de este contenido, lo que conlleva a que los escolares incidan en el error durante el aprendizaje. En esta investigación, la conclusión más relevante se refiere a que los errores deben ser detectados para luego analizarlos y proponer posibles soluciones que conlleven a la utilización de estrategias para reorientar un aprendizaje al deseado, es decir, al correcto.

De manera más específica para esta investigación, se encuentra una problemática común en la actualidad, siendo esta la presencia de bases débiles e insuficientes en matemática. Por otra parte, hay estudiantes de segundo año de Educación Media General en el Liceo Bolivariano Bartolomé Oliver, que presentan deficiencias en los contenidos de los diferentes niveles educativos, y esto afecta a los mismos en el momento de ingresar a cursos superiores.

Ahora bien, este tipo de investigación pretende describir los errores en los que suelen incurrir los educandos. Lo dicho anteriormente, también se aplica a la resolución de problemas matemáticos y para efectos de este trabajo, en el contenido del conjunto de los números racionales. En este marco de ideas, es preciso que los educandos reconozcan la definición de números racionales y el modo de proceder en la resolución de ejercicios. Los números racionales están definidos por Baldor (1995), como aquellos que pueden expresarse como cociente de dos enteros, con denominador distinto de cero. A su vez, al conjunto de los números racionales se le denota con la letra Q, que viene de la palabra anglosajona “Quotient” traducción literal de “cociente”, y que sirve para unirlos como subgrupo dentro de los números reales y junto a los números enteros.

En este sentido, los números racionales están definidos en las operaciones como: adición, sustracción, multiplicación y división. Ahora bien, para resolver cada una de estas operaciones es necesario aplicar las propiedades de este conjunto, entre ellas se encuentran: la propiedad asociativa, conmutativa, distributiva respecto a la suma, elemento neutro y elemento opuesto.

En este contexto, la importancia del estudio del tema relacionado con los números racionales es trascendental para el estudiante, pues debe comprender, que los números sirven para contar, ordenar, comparar cantidades, expresar las medidas de los objetos o cosas. En el caso particular del estudio de los números racionales, le permite al estudiante comprender que los números naturales y enteros son insuficientes, debido a que no todo se encuentra en unidades (objetos completos). De ahí la importancia y justificación de los números racionales, pues permiten dividir las cantidades y de esta manera considerar las partes del objeto que no se pueden describir como unidades de medida entera.

Al momento de resolver los ejercicios de este contenido, los errores se hacen presentes en los resultados de las calificaciones de los estudiantes. En la enseñanza de los conjuntos numéricos en el segundo año de la Educación Media General, se encuentra los números naturales, enteros y seguidamente los racionales, en este aspecto, los estudiantes deben comprender y aprenderlo relacionado con los conjuntos anteriores y el de los racionales para adquirir capacidades en la resolución de problemas matemáticos, no solo en este contenido, sino en problemas que se asocien a la vida cotidiana. Al poseer conocimientos que no estén correctamente estructurados, se genera en los estudiantes un estado de desequilibrio que los lleva a cometer los errores en el aprendizaje del conjunto de los números racionales.

Un problema aún más grave, es el que surge de presentar a los estudiantes los diferentes conjuntos numéricos, sus propiedades y operaciones, donde se exige de los educandos el dominio de conocimientos en pruebas y evaluaciones, sin embargo, el único proceso cognitivo que está en función es la memorización de tales propiedades y operaciones. Una presentación así de los números racionales, y de cualquier conocimiento matemático, no causa en los escolares un estímulo y motivación hacia su aprendizaje, entonces el estudiante se ve forzado a memorizar definiciones, propiedades y operaciones para cumplir con la única satisfacción que le permite este tipo de enseñanza, que es la de ganar un examen o prueba escrita (Ramírez y Tamayo, 2009).

Es necesario mencionar que para el estudio de algún contenido educativo, existe el contenido conceptual, procedimental y actitudinal del mismo. Los contenidos constituyen la base sobre la cual se programarán las actividades de enseñanza y aprendizaje, con el fin de alcanzar lo expresado en los objetivos. Ahora bien, según Coll, Pozo, Sarabia, y Valls, (1992), los contenidos designan un conjunto de saberes o formas culturales, cuya asimilación y apropiación por los estudiantes se considera esencial para su desarrollo y socialización, es decir, los contenidos definen aquellas cuestiones que la sociedad reconoce como apropiadas para ser aprendida por los educandos, a la vez que constituyen un instrumento adecuado para su desarrollo integral.

Estos mismos autores, clasifican los contenidos en tres diferentes, pero que a la vez uno sea complemento del otro. Entre ellos se encuentran los contenidos conceptuales, aquí los estudiantes diferenciarán hechos, donde realizarán actividades de repetición y memorización, es decir, en este tipo de contenidos, se emplean los conocimientos que ya se poseen para poder resolver problemas en el contexto, y es aquí donde se introducen los contenidos procedimentales, estos incluyen habilidades, destrezas, estrategias y actividades que conlleven a la acción de los estudiantes.

En esta investigación los errores cometidos por los estudiantes estarán relacionados con el tema del conjunto de los números racionales. Por consiguiente, para el contenido conceptual, los estudiantes de segundo año de Educación Media General del Liceo Bolivariano Bartolomé Oliver deben tener conocimientos sobre la definición de números racionales, y reconocer el orden de los mismos, también deben reconocer las operaciones básicas como lo son: adición, sustracción, división y multiplicación de los números racionales, de igual modo los educandos definirán expresión decimal limitada y periódica de una fracción. Mientras en el contenido procedimental, los escolares deberán aplicar las operaciones matemáticas requeridas para la resolución de ejercicios de este conjunto numérico, además deben saber representar gráficamente los números racionales en la recta.

Los contenidos actitudinales se refieren a la formación de un accionar positivo según las valoraciones de la sociedad en la que se vive, motivando a los educandos a moldear su personalidad para ejercer conductas deseables que sean provechosas para sí mismo y para la sociedad. Los contenidos actitudinales cuentan con la regla de que no pueden imponerse, es necesario que los estudiantes reflexionen por convicción. Igualmente, éstos pueden reflejar en los escolares su estado de ánimo o de aceptación hacia los temas matemáticos, es indispensable pues que estos contenidos estén presentes en el proceso de aprendizaje, para poder generar en los estudiantes actitudes positivas que permitan la superación de los errores que cometen en esta asignatura.

Indudablemente estos errores intervienen en la enseñanza de los diferentes contenidos y es preciso su reconocimiento por parte de los profesores, y de esta forma consigan admitir la necesidad de superarlos a fin de obtener logros en el aprendizaje. Considerando lo expuesto anteriormente, se plantea la siguiente interrogante, ¿Cuáles son los errores que cometen los estudiantes en el contenido del conjunto de los números racionales en segundo año de Educación Media General en el Liceo Bolivariano Bartolomé Oliver?

**1.2 Objetivos de Investigación**

**Objetivo General**

Describir los errores que cometen los estudiantes en el contenido del conjunto de los números racionales en segundo año de Educación Media General en el Liceo Bolivariano Bartolomé Oliver, desde la tipología propuesta por Astolfi (1999).

**Objetivos Específicos**

1. Identificar los errores cometidos por los estudiantes en el contenido conceptual del conjunto de los números racionales en segundo año de Educación Media General en el Liceo Bolivariano Bartolomé Oliver, de acuerdo a la tipología propuesta por Astolfi (1999).
2. Determinar los errores cometidos por los estudiantes en el contenido procedimental del conjunto de los números racionales en segundo año de Educación Media General en el Liceo Bolivariano Bartolomé Oliver, de acuerdo con la tipología propuesta por Astolfi (1999).

**1.3 Justificación**

En el proceso de enseñanza y aprendizaje de toda persona, con frecuencia aparecen errores, que pueden ser causados por el mal manejo de los conocimientos previos, pero sin lugar a dudas se pueden utilizar como una herramienta para la formación de nuevos conocimientos o la reestructuración de los que ya se poseen, además a través de ellos las personas pueden reaprender y reforzar un aprendizaje.

Este trabajo de investigación, tiene como tema central el error cometido por los estudiantes el contenido del conjunto de los números racionales en segundo año de Educación Media General en el Liceo Bolivariano Bartolomé Oliver, y a su vez está dirigido a describir los errores cometidos por los estudiantes de la presente Institución Educativa, utilizando para ello la tipología propuesta por Astolfi (1999), de esta manera permite indagar acerca de las ideas conservadas tanto por los educadores como por los educandos acerca de las situaciones vinculadas al error que cometen durante alguna situación de enseñanza y aprendizaje.

De igual manera, puede llegar a convertirse en un estudio innovador para la mayoría de los docentes para que así puedan tratarlos y a su vez superarlos, logrando que los errores que en alguna oportunidad obstaculizaron el entendimiento de un contenido educativo en los educandos, se conviertan en la oportunidad de reorientar sus conocimientos, obteniendo resultados positivos para llegar al correcto aprendizaje en el individuo, en referencia a este trabajo, en el contenido del conjunto de los números racionales en segundo año de Educación Media General en el Liceo Bolivariano Bartolomé Oliver.

Esta investigación proporcionará información a nivel científico, por lo cual podría dar conocimiento a los docentes acerca de los pensamientos que los estudiantes tienen al momento de resolver problemas donde estén presentes los números racionales. Por otra parte, a nivel académico*,* se indagará acerca de la forma en que el error es concebido por los estudiantes, con esto se estará contribuyendo a visualizar el error como herramienta motivadora para mejorar el aprendizaje adquirido.

En cuanto al aspecto social, este estudio promoverá el desarrollo del conocimiento matemático identificando las debilidades o errores de los escolares, con el fin de mejorar su visión acerca de su propia autoestima, de esta manera se estará contribuyendo a que sean capaces de adquirir nuevos conocimientos y destrezas para el logro de un buen rendimiento académico y además estar relacionado con su entorno social. Por consiguiente, este trabajo podrá ser utilizado por los docentes para mejorar sus tácticas de enseñanza, incentivando así a los estudiantes a interesarse por la asignatura de la matemática y a su vez optar por la posibilidad de aumentar la comprensión el contenido conceptual y procedimental del conjunto de los números racionales en segundo año de Educación Media General en el Liceo Bolivariano Bartolomé Oliver.

La utilidad de este trabajo radica en el apoyo que puedan proporcionar al aprendizaje de la matemática, beneficiando tanto a docentes como a estudiantes, brindándoles información sobre la tipología de errores que según Astolfi (1999), existen en el aprendizaje. A manera de contribución, esta investigación estará a disposición de indagaciones futuras, fomentando el desarrollo de nuevas teorías sobre los errores como parte indispensable en el aprendizaje de toda persona.

1. **MARCO TEÓRICO**

En este capítulo se toman en cuenta los antecedentes utilizados para el desarrollo del mismo, desde el año 2008 hasta el año 2012, estos pertenecen a diferentes fuentes relacionados con el estudio de errores que cometen los estudiantes en el aprendizaje de la matemática. Posteriormente, se encuentran las bases teóricas de la investigación, donde se expone el estudio de errores desde el aspecto filosófico y social, psicológico y pedagógico, además del aspecto legal. Por último, se presenta la definición de términos y de la variable de la investigación.

**2.1 Antecedentes de la investigación**

Nuel y Ortiz (2008), la finalidad de esta investigación fue el error cometido por los estudiantes como herramienta para lograr un aprendizaje significativo, y que los docentes obtengan conocimientos sobre la existencia de errores para poder solucionarlos en conjunto con los escolares. Por otra parte, destacan que el error es una oportunidad de aprendizaje, donde permite al estudiante tomar una decisión, esto sucederá al percatarse de no haber llegado a la solución correcta del problema: podrá, entonces, seleccionar una alternativa entre varias posibilidades, hasta lograr superar el hecho que lo llevó a cometer el error.

Figueredo y Veliz (2008), señalaron en su investigación que en el proceso de construcción de los conocimientos matemáticos aparecen sistemáticamente errores, a su vez indican que dicho proceso deberá incluir criterio de diagnóstico, corrección y superación mediante actividades donde se promueva el ejercicio de la crítica sobre las propias producciones. En este sentido, es necesaria la presencia de errores en las producciones de los estudiantes, asimilándolos como una oportunidad de aprendizaje.

Palarea, M., Ruano, R. y Socas, M. (2008), en su investigación proporcionaron información sobre el análisis de los modelos de errores cometidos por los estudiantes, siendo estos parte fundamental para ayudar a revelar errores sistemáticos que sean síntomas de concepciones incorrectas, también conviene que los profesores en formación aprendan en relación con los errores cometidos por los escolares. A su vez, afirman que una vez determinado el origen del error, las estrategias de remedio debe ir dirigidas a superar un obstáculo, a dar sentido a los objetos matemáticos o a crear una actitud racional hacia las matemáticas.

Guevara (2010), en su trabajo estudió algunos de los errores matemáticos que con frecuencia son cometidos por los estudiantes, del mismo modo pretende informar acerca de las debilidades tanto de los docentes como de los estudiantes al momento de dar inicio al proceso de enseñanza y aprendizaje de la matemática, llevando a admitir al error como la falta de formación y comprensión de conocimientos muy básicos pero además de concebirlo desde un aspecto positivo en la enseñanza y aprendizaje. En este marco de ideas, señala que hace décadas se viene evidenciando una carencia en la formación matemática que los estudiantes vienen arrastrando, específicamente del Sistema Educativo Venezolano a nivel de bachillerato, sin obviar la Educación Primaria.

Peraza y Ruiz (2010), en su investigación analizaron los errores cometidos por los estudiantes en el conjunto de los números racionales, a su vez estas autoras señalan que entre los estudiantes hay quienes no poseen el dominio del contenido que aquí se plantea, lo cual les facilita cometer errores durante el aprendizaje del contenido. En esa investigación, la conclusión más relevante se refiere a que los errores deben ser detectados para luego analizarlos y proponer posibles soluciones que conlleven a la utilización de estrategias para reorientar un aprendizaje al deseado, es decir, al correcto.

Garza (2012), en su investigación indagaron el alcance de la investigación matemática en Latinoamérica, en una primera aproximación al estudio de los errores matemáticos en estudiantes de bachillerato. Señala que el error es parte de las producciones de cada ser humano. El error es factor principal para la obtención de un conocimiento, de un aprendizaje. La investigación de los errores matemáticos comprende diferentes puntos de vista: como el de la enseñanza y aprendizaje (matemáticos), los procesos cognitivos (psicólogos), obstáculos epistemológicos (filósofos y matemáticos), dificultades en el aprendizaje, entre otros.

Cada una de estas investigaciones, se han utilizado para este trabajo al observar su estrecha relación con el mismo. En la mayor parte de estos estudios, se concibe al “error” no como una desventaja para los docentes o estudiantes, sino como la base de todo conocimiento, en otras palabras, si el error no existiese en el proceso de enseñanza y aprendizaje, no se podría precisar si el conocimiento adquirido es el correcto, ya que no será evaluado. Entonces, el error no es más que una herramienta para hacer que una información sea observada y estudiada, para mantenerla igual o transformarla a la verdadera.

* 1. **Bases Teóricas**

**2.2.1 Bases Filosófica y Social**

La verdad puede ser transformada, puesto que el hombre examina las definiciones que posee para generar nuevas explicaciones, pues reconoce la importancia de llevar a juicio aquellas que le han sido dadas hasta el momento. Popper (1979), sugiere que, aceptar nuevas explicaciones implica aceptar que ha habido un cambio de pensamiento, no es necesario cambiar de ideas solo por pensar que son destructivas, sino porque en todo caso pueden ser consideradas como correctivas.

A lo largo de la historia del desarrollo del conocimiento científico el error se define como un factor que ha contribuido al avance de las ciencias; y es que el error es parte integrante del conocimiento humano. El estudio del conocimiento humano y de la capacidad del hombre para comprender, ha sido siempre una preocupación constante de la Filosofía en su rama denominada *gnoseología,* que consiste en el estudio del conocimiento humano. Bajo este punto de vista se puede precisar que el error es atribuible a la capacidad de considerar verdaderos conceptos y procedimientos que están deficientemente desarrollados, que incluyen ideas contradictorias o interpretaciones y justificaciones falsas. Esto se confirma inclusive en la historia de la Matemática, donde las proposiciones que se consideraron como verdaderas, con el debido tiempo pudieron demostrar su falsedad.

Según el autor citado anteriormente, al manifestar los errores que se cometen, se puede comprender las dificultades del problema que se está tratando de resolver. Con esto, se hace mención a que al momento de la corrección de los errores, se estará adquiriendo un conocimiento más profundo acerca de lo que se desea aprender. La refutación de una teoría propia o ajena, es solo un paso para la comprensión, no es suficiente con saber, lo verdaderamente importante es comprender el significado de las cosas, es la oportunidad de acercar a la persona a la obtención de la verdad, claro está, la verdad no es única, siempre será juzgada a fin de ser destruida o transformada, es así, como a través de la refutaciones se aprende de los errores.

A su vez, este autor argumenta que el error es fecundo, es decir, el error es productivo si se realiza la tarea de corregirlo y aprender de él. La fecundidad del error se muestra en el proceso de eliminar teorías explicativas, ya que la verdad no es segura, a través de la detección de los errores, se puede llegar gradualmente a ella; falsar una teoría ya es un progreso en la búsqueda sin fin. Indudablemente, estudiar el origen y causa de los errores, genera interés y preocupación. El conocimiento no es absoluto, hay un camino que recorrer para llegar a obtenerlo en un mínimo porcentaje, pero para los seres humanos, vale la pena hacer el esfuerzo por descubrir el origen de la vida, de la razón de ser, de la humanidad.

El problema de la verdad se reduce en detectar y eliminar el error a través de la crítica permanente de las teorías propias y de otros. Las conclusiones más importantes serían las siguientes:

1. No hay fuente última de conocimiento. Toda fuente debe ser aceptada como posible y sometida al examen crítico.
2. La tradición es la fuente más importante de conocimiento, pues las personas aprenden la mayoría de cosas a través del ejemplo, o la lectura, o la transmisión oral.
3. La pregunta fundamental no es por las fuentes últimas del conocimiento, sino por la verdad y concordancia con los hechos de las afirmaciones, sometidas éstas a crítica usando toda clase de argumentos.
4. El conocimiento no puede partir de la nada. El conocimiento avanza por modificación del conocimiento anterior.
5. No hay criterio alguno para reconocer la verdad (la claridad, la distinción, la coherencia no aseguran la verdad), pero sí hay criterios para detectar el error y la falsedad (la oscuridad, la confusión, la incoherencia, la inconsistencia sí indican error)
6. El examen crítico de las conjeturas debe ser apoyado por las capacidades de observación, razonamiento, intuición e imaginación.
7. Un problema resuelto plantea nuevos problemas por resolver, con una profundidad proporcional a la profundidad del problema original y de su solución.

Cada una de estas conclusiones, hace mención a la necesidad de conocer las propias limitaciones y la necesidad de ser sinceros al momento de reconocer que se ha cometido errores. Si es necesario, el docente debe hacer aparecer esos errores, esta es una problemática que no solo afecta a los aprendices, sino a los enseñantes.

Además, este autor considera que en la sociedad se puede utilizar el método conocido como “ensayo-error”, este hace referencia a la forma en que las personas aprenden de las experiencias vividas, de los errores, teniendo además como objetivo proponer tentativamente soluciones a los problemas y eliminar las falsas soluciones como erróneas. Esto implica pluralidad de soluciones, y todas ellas se ponen a prueba, hasta obtener la más convincente, es decir, una que resuelva el problema.

El error se asimila como el indicador para saber si la verdad que se maneja es la correcta o puede ser cambiada por otra, esto a través de la experiencia y de los conocimientos previos. Por tanto, una proposición es científica cuando es susceptible de ser falsada por algún hecho. El avance de la ciencia se encuentra porque se busca la verdad (incluso aunque nunca se pueda estar seguro de haberla encontrado) y porque las teorías refutadas son reconocidamente falsas, mientras que las teorías no refutadas pueden ser todavía verdaderas.

**2.2.2 Base Psicológica**

La base psicológica está sustentada en la teoría establecida por Piaget (1978), en la cual en su obra sobre la equilibración de las estructuras cognitivas hace referencia a que una de las fuentes del progreso en el desarrollo de los conocimientos debe buscarse en los desequilibrios como tales, siendo los únicos capaces de obligar a un sujeto a superar su estado actual. Esta teoría, parte de la premisa de que cuando una persona recibe una información nueva o completamente diferente, entonces se puede generar un desajuste o desequilibrio en los conocimientos que posee. Cabe destacar que en esta teoría, el autor emplea la definición de términos relacionados con esquemas, perturbaciones, desequilibrios, reequilibrios adaptación, asimilación y acomodación, donde cada representación es una etapa por la cual pasa el sujeto en el proceso de la adquisición de un aprendizaje.

Este autor señala que los esquemas, son los instrumentos de conocimiento del que dispone un sujeto para comprender y para interpretar la realidad exterior. Los errores cometidos por los estudiantes en el aprendizaje pueden interpretarse como la forma particular con la que, a distintas edades, se organizan sus esquemas. Estos se transforman y evolucionan al interactuar con las experiencias y con el medio, bien sea por diferenciación (es un esquema único que se divide en varios), o bien por coordinaciones. En este aspecto, muchas de las respuestas que parecen una aberración son producciones intelectuales que dan cuenta de las estrategias cognitivas “provisionales” que los estudiantes ponen en marcha.

Cuando una persona se ve en la necesidad u obligación de cambiar, transformar o construir un conocimiento, se pueden producir perturbaciones cognitivas en el funcionamiento mental ya instalado en el individuo, éstas son definidas por el autor como todo aquello que constituye un obstáculo para una asimilación. La asimilación existe cuando las personas manipulan los esquemas que ya poseen para adaptarlos a su entorno. A su vez, la asimilación se genera cuando el sujeto comprende una nueva información, mejorando la que ya conoce.

Ahora bien, una vez realizado el proceso de adaptación y asimilación de los esquemas se procede a la acomodación de los mismos, es aquí cuando la persona finaliza la adquisición de nuevos conocimientos, puesto que ya ha pasado por un desequilibrio en su estado mental y ahora recibe un reequilibrio, este se conoce como la nueva construcción del sistema intelectual cognitivo, en el cual la nueva información se incorpora momentáneamente en el sujeto, y es momentáneamente porque no hay fuente última ni verdadera de conocimiento, debido a que la persona está en constante aprendizaje.

Los errores son un "inquilino" permanente del proceso de aprendizaje, los cuales son necesarios para saber si lo que se conoce es lo correcto o no, por eso asegura que el error, equivocación o distorsión es parte fundamental o indispensable de todo el conocimiento, y no debe percibirse como un hecho indeseable y castigable, sino como un evento que posibilite la obtención de un aprendizaje significativo. Dicho con otras palabras, si la persona le da libertad al error para que esté presente, entonces éste ocupará un lugar en el sistema cognitivo que generará un desequilibrio. Así pues, Piaget concluye que sin el desequilibrio no habría reequilibrio.

**2.2.3 Base Pedagógica**

Como base pedagógica, esta investigación está sustentada por la teoría de Astolfi (1999), aquí hace referencia a que los errores pueden ser “fallos” de un sistema que no ha funcionado correctamente, fallos que se deben corregir.

Una definición que se puede dar a conocer sobre error la facilita este autor, donde lo señala como el signo, al mismo tiempo que la prueba de que en el estudiante se está realizando un aprendizaje digno de tal nombre, que pone en juego sus representaciones mentales previas y sus competencias, para esforzarse en construir algo nuevo.

En la mayoría de los casos, los docentes pretenden recibir de los estudiantes un aprendizaje correcto -que se verá reflejado en sus calificaciones- esto por el hecho de que los mismos han recibido una enseñanza correcta. Según lo dicho anteriormente, este autor señala que sería gratificante para los educadores que los educandos entiendan los contenidos de las asignaturas y como resultado logren aprobar su año escolar. Sin embargo, no siempre esto sucede y es aquí cuando se genera una sensación de culpa en los profesores, juzgando así su carrera profesional.

Ante la presencia de errores en el aprendizaje, existen dos escenarios de reacción: uno radica en culpar a la falta de capacidad de los estudiantes para adaptarse a las situaciones didácticas, y otro es culpar a la falta de capacidad de los docentes para adaptarse al nivel cognitivo de los estudiantes, (Astolfi, 1999). A ciencia cierta, estos dos puntos de vista se generan de manera frecuente, donde existe la culpabilidad repartida entre ambos sujetos (profesor, estudiante), pero el punto de encuentro entre estos dos factores está en reconocer la existencia de errores como un hecho que se debe corregir desde el constructivismo.

Este pedagogo, en su investigación sobre errores, establece que existe un “saber del error”, donde los docentes deben orientar y guiar los inventos de los estudiantes antes de subrayar inútilmente lo incompleto de sus conocimientos. Esto hace referencia a lo dicho anteriormente y es imprescindible que el profesor asimile la idea de que el error es importante para adquirir conocimientos, esto no implica que no se tomen decisiones de cómo solucionarlos, sino que hace posible conocer las causas del surgimiento de los mismos.

Por otra parte, cuando los estudiantes cometen errores en el aprendizaje, surgen interrogantes como: ¿Por qué se han equivocado?, ¿Dónde está el problema?, entre otras. Para esto solo basta con responder que la mente humana es incomprensible, y vagar en ella puede llevar por un camino interminable. Sin embargo, el cometer errores puede ser causa de intentar de manera individual entender un contenido, llevando esto al ámbito educativo, si al estudiante se le guía con estrategias pedagógicas, entonces se puede prevenir la aparición de errores, pero si en el caso contrario, el escolar no recibe instrucción, puede ser presa fácil para cometer errores, lo cual solo indica que se debe reorientar su aprendizaje.

Cabe destacar que cuando un estudiante comete un error, por más ilógico que parezca, éste posee un punto de partida, es decir, un origen que puede ser causa de algunos o de todos los tipos de errores que el mismo Astolfi propuso. Por otra parte, por muy extrañas que parezcan las respuestas de los escolares se debe hacer todo lo posible por buscarles sentido, ya que ellas tienen su justificación, siendo un hecho que beneficia al docente.

Queda claro que, muchos de los errores cometidos en situaciones didácticas son considerados por este experto, como “el error creativo”, definiéndolo como una representación clara de aceptar los momentos imaginativos de sus estudiantes, es aquí donde los profesores podrán percatarse de la existencia de errores en el aprendizaje. Si no se aceptara el riesgo de permitir la existencia de esos momentos en las actividades educativas de cada individuo, se sometería a esos estudiantes a la repetición de tareas, pero sin posibilidades de progresar, negándoles oportunidad a los escolares para que desarrollen su pensamiento crítico y cognitivo.

Se sabe que para adquirir una aprendizaje lo más probable es que el error estará presente, ya que si se quiere hacer algo, siempre habrá una primera vez y es en esta ocasión en donde las personas tienden a equivocarse, lo que es normal en el proceso para alcanzar ese aprendizaje. Tal como lo indica Astolfi (1999), aprender es arriesgarse a errar, a esto le agrega que el único que no se equivoca es el que no hace nada. Esta idea es clara y correcta, demostrando así que el error es parte del proceso de enseñanza y aprendizaje en toda persona, y que es preferible equivocarse, a hacer algo sin saber que se está equivocado.

Por otra parte, este especialista de la pedagogía propone una tipología de los errores a partir de la cual se puede realizar un diagnóstico y adoptar las modalidades de intervención didáctica para hacerles frente. A continuación, se distinguen:

1. **Errores debidos a la comprensión de las instrucciones dadas:** estos errores se relacionan con dificultades de lectura de los enunciados de problemas y de otros textos escolares. La primera razón de estas dificultades está evidentemente en que las preguntas son más claras para el que las plantea (conociendo la respuesta que espera), que para el que las lee (preguntándose lo que tiene que contestar). El carácter de la forma de preguntar es fuente de muchos malentendidos, por tanto, es indispensable una descentración del punto de vista del que pregunta para percibir lo que puede ser una dificultad para el que no conoce la respuesta (Astolfi, 1999).

Otro aspecto de esta clase de error, se ve reflejado en que la pregunta no es siempre interrogativa, es decir, las preguntas a las que hay que contestar no siempre están en forma de pregunta y, por contra, una pregunta en el enunciado puede ser únicamente fruto de la preocupación por entrar en materia de una forma más motivadora. La verdadera pregunta, a la que hay que contestar, se encuentra entonces algo más lejos, bajo una apariencia neutra. Y además pueden encontrarse dos preguntas, una tras otra, sin que se sepa si se trata de una mera reformulación, o si hay que darle a cada una de ellas un tratamiento por separado**.**

Lo dicho anteriormente, se relaciona con el hecho de que es posible que falten aclaraciones por parte de quien diseña las tareas, esto sucede porque éste ya conoce la respuesta, pero a su vez están ausentes en la mente de a quien le corresponde responder. También, es importante la forma de redactar las preguntas, para que se deje suficientemente claro las demandas de la tarea.

Es frecuente que los estudiantes cometan este tipo de error si el vocablo utilizado para la asignación de las tareas no es el adecuado, ya que los educandos pueden confundirse si desconocen algunos términos o si por el contrario, le dan un significado diferente al que se presenta en dicha tarea.

1. **Errores debidos a las costumbres escolares o a una mala interpretación de las expectativas:** este tipo de errores se presentan cuando el aula funciona como una sociedad de costumbres que se van imponiendo de manera implícita. Son numerosas las situaciones en que las respuestas que dan los estudiantes hacen dudar de “la lógica de razonamiento”, mientras que esos mismos escolares, perplejos y dubitativos, lo único que hacen es intentar adaptarse a las expectativas del profesor. En ocasiones, el educando no responde conforme a su propio razonamiento, a su propio conocimiento, sino a lo que piensa que el docente espera que haga, en otras palabras, los estudiantes no responden conforme como ellos quieren o piensan que es la respuesta correcta, sino a lo que saben que el profesor quiere escuchar.

Para reflejar este error en un ejemplo simple, se planea la siguiente pegunta a los estudiantes: ¿De qué color es el caballo blanco de Santiago? Con esta pegunta se rompe el contrato didáctico, puesto que se les ha sometido a una pregunta muy sencilla, a su vez los colegiales no pueden esperar que la respuesta esté en la pregunta y buscarán en su memoria algún dato para dar una respuesta. Una de las costumbres escolares que ha prevalecido más es cuando los estudiantes llegan a valorar más una respuesta correcta, aunque sea mecánica, que un aprendizaje real. En este aspecto, los educandos no desarrollan su pensamiento reflexivo y crítico, ya que el docente siempre le ofreció la facilidad de llegar a la respuesta correcta sin esforzarte lo necesario.

1. **Errores como resultado de las concepciones alternativas de los alumnos**: estos errores son propios de las concepciones alternativas, que se denominan también “representaciones” y se muestran muy resistentes a los esfuerzos de la enseñanza; están estructuradas de forma subyacentes por obstáculos epistemológicos, estas vienen a “cohabitar” con saberes escolares que quedan como adquisiciones superficiales. Son movilizadas cada vez que en el oficio del estudiante tiende a relacionarlas con el problema o la actividad, pero las representaciones vuelven a menudo a parecer inalteradas, con el uso de los conceptos disciplinares.

Comprender el significado profundo de las representaciones es un desvío indispensable para modificar el estatus que se le da a ciertos errores de los educandos, pero esto no basta para tenerlos en cuenta didácticamente. En resumen, se pueden reconocer diferentes aspectos de las representaciones y decir que es necesario: oírlas mediante una postura positiva de acuerdo a lo que los estudiantes expresan, comprenderlas buscando el significado de lo que la clase expresa, partiendo del postulado de que los errores no son fortuitos sino merecedores de análisis. También es necesario identificarlas ya que la primera característica de las representaciones es su funcionamiento inconsciente, puesto que la toma de conciencia por parte de cada uno puede hacerla evolucionar.

También este autor propone que es necesario compararlas, ya que no todos los escolares piensan de la misma manera, discutirlas para establecer en clase un auténtico debate de ideas, provocando conflictos socio cognitivos, que según la psicología son un importante resorte para el desarrollo intelectual, y por último se debe vigilar su evolución a corto, mediano y largo plazo del periodo escolar. En definitiva, el acento que se pone en las representaciones de los estudiantes, lleva a no considerar a los conocimientos únicamente como “cosas” que deben adquirirse y memorizarse. Aunque a veces, evidentemente, esto sea necesario. Aprender no es sólo aumentar el “stock” de saberes, es también transformar las formas de concebir el mundo.

1. **Errores relacionados con las operaciones intelectuales implicadas:** estos errores pueden utilizarse para resolver problemas que, aparentemente, están al alcance de los estudiantes. En este error, la dificultad reside en la construcción progresiva de los conceptos de suma y sustracción. Asimismo, a la misma operación aritmética pueden corresponder operaciones lógicas extremadamente diferentes desde el punto de vista del esfuerzo de abstracción que implican. El problema es que debido a su falta de formación, los enseñantes consideran que todos estos problemas son más o menos equivalentes, y no son sensibles a las “variables didácticas” que los distinguen. Así es comprensible entonces que los docentes expliquen las diferencias en los resultados que obtienen sus estudiantes por razones psicopedagógicas, como la falta de interés o de concentración a esa edad, o la imposibilidad de que resuelvan dos problemas sucesivos. Lo que se subestima también, es la cantidad de nuevos textos que deben leerse en las distintas disciplinas y las dificultades singulares que acumulan.

Es importante mencionar que el análisis de las evaluaciones a las que se somete a todos los estudiantes, se utiliza con mayor frecuencia para situar los rendimientos individuales de los escolares, o los de las distintas clases, pero poco para examinar las diferencias de éxito entre los diferentes ítems. Y, sin embargo, se encuentra que tanto en Lengua como en Matemáticas, cada objetivo está cubierto por varios ítems emparentados, y es sorprendente constatar las enormes diferencias en los aciertos.

1. **Errores en los procesos adoptados:** en este tipo de errores algunas producciones de los estudiantes se etiquetan con excesiva rapidez como errores, cuando manifiestan la diversidad de los procedimientos posibles para resolver una pregunta y el enseñante espera un tipo de respuesta precisa. A menudo es la disconformidad con la solución lo que se sanciona, ya que los educandos han podido realizar recorridos, no necesariamente absurdos, pero con los que no se había contado. Y precisamente, siempre los educadores se sorprenden de la variedad de estrategias de resolución que ponen en marcha “espontáneamente”, en el momento en que se les deja la posibilidad y se observa su trabajo.

Así pues, en el marco de la clase, a menudo se consideran erróneas las propuestas de los estudiantes cuando se apartan del método que se ha explicado para la resolución de algún ejercicio. De hecho, los educandos no llegan a resolver un problema con las formulas o métodos directos, sino con procedimientos más primitivos, costosos y poco elegantes. Estos procedimientos, multiplican las ocasiones de fallar; pero, sin embargo, tienen más sentido a sus ojos. Por su parte este pedagogo promueve la idea de que en lugar de juzgar estas estrategias erróneas, más vale dejar que se expresen dentro del colectivo, proponiendo a toda la clase que apliquen sucesivamente varias de las ideas expresadas. Se constatan entonces algunas evoluciones, pero por lo general limitadas: cada uno se interesa por un procedimiento que constituya un progreso en relación con el suyo, pero con un salto que no sea excesivo.

1. **Errores debido a la sobrecarga cognitiva en la actividad:** estos errores están estrechamente relacionados con la memoria y la capacidad de retener información. La memoria es concebida como un fenómeno de grabación-repetición y ha sido minusvalorada en provecho de funciones cognitivas más “nobles”, donde se encuentra la reflexión, las operaciones intelectuales y la creatividad. Entonces la memoria no es un sistema pasivo, sino, está en el centro de los aprendizajes “inteligentes”. Se distinguen dos “etapas” correspondientes a la memoria de trabajo y a la memoria a largo plazo, teniendo cada una de ellas sus propias implicaciones didácticas, pero cuyas formas de funcionamiento están diferenciadas.

En este aspecto, la memoria de trabajo se caracteriza por su limitada capacidad y por el corto tiempo de conservación de las operaciones, gracias ella se retiene información en el momento de la lectura. La memoria a largo plazo es de gran capacidad, y si “se pierde la memoria”, generalmente, no es un olvido definitivo; sino que se trata de una “no disponibilidad de la información”, relacionada con dificultades para su recuperación. Distintas condiciones influyen en la capacidad del recuerdo: el intervalo de retención, el número de “rasgos” analizados al captarla, la integración de la nueva información en la estructura cognitiva.

Hablar de la memoria en la escuela recuerda inmediatamente la de largo plazo, este tipo de memoria es la que se debe utilizar cuando se aprende una lección y cuando se realizan evaluaciones. Sin embargo, la memoria de trabajo, puede considerarse igual de importante en el día a día de las actividades escolares. En resumen, los estudiantes se encuentran rápidamente con la “sobrecarga cognitiva” y, por ello los mismos, “olvidan” ciertos elementos.

1. **Errores que tienen su origen en otra disciplina**: esta clase de errores está relacionado con la transferencia entre las diferentes disciplinas o en una misma disciplina pero en periodos distintos. Por consiguiente, el problema de la transferencia, al igual que el de la motivación, es la falta de un marco teórico sólido al que referir la práctica o que se cuente con demasiados, lo que viene a ser lo mismo, porque entonces el estudiante se deja llevar  por el sentido común.

La transferencia, es el funcionamiento natural del pensamiento, puesto que los esquemas (resultado de las operaciones) pueden “vestirse” según las situaciones y los campos en que se encuentre el sujeto. Pero los trabajos actuales en psicología cognitiva sobre resolución de problemas, insisten en el carácter problemático de esta transferencia que se considera tan necesaria en el día a día de la escuela. Hay dos modelos antagónicos, uno que se fundamenta en la transferencia, y otro que es reticente y tiende a no usarla tanto. El primero, busca las reglas generales del pensamiento que pueden ser idénticas más allá de las conductas y de las prácticas. El segundo fundamento, busca comparar los funcionamientos cognitivos reales en relación con la naturaleza de los problemas tratados.

1. **Errores causados por la complejidad del contenido:** en este tipo de errores la complejidad no siempre se percibe como tal en el análisis habitual de las disciplinas ni en sus programaciones. La complejidad del contenido tiene repercusiones en relación con las categorías precedentes (carga mental, naturaleza de las operaciones intelectuales, etc.), pero la mirada pasa ahora del punto de vista psicológico del sujeto que aprende la estructura del contenido.

El análisis de este tipo de errores es típico del trabajo propiamente didáctico, que consiste, en más ocasiones de lo que se piensa, en poner profundamente en cuestión los contenidos teóricos y prácticos de la enseñanza, así como los métodos y procedimientos que habitualmente se les asocian. A menudo, la didáctica de una disciplina se ve con un poco de inocencia, como la búsqueda de nuevos medios para enseñar más eficazmente contenidos ya prefijados e intocables. Pero esta ilusión se disipa pronto en cuanto un contenido es objeto de investigaciones didácticas en profundidad. Los caminos reales marcados por la tradición pueden ser discutibles y portadores de obstáculos imprevistos.

De esta manera, Astolfi (1999), en su libro sobre errores, hace énfasis en que los modelos constructivistas, se esfuerzan por no eliminar el error y darle un estatus mucho más positivo. Dentro de este marco de ideas, admite que, como medio para conseguir eliminar los errores, hay que dejar que aparezcan -incluso provocarlos- si se quiere llegar a tratarlos mejor. En los modelos constructivistas los errores son síntomas interesantes de los obstáculos con los que se enfrenta el pensamiento de los educandos.

**2.2.4 Base Legal**

Para esta investigación, se tomaron en cuenta los artículos de la Constitución Bolivariana de Venezuela (1999), de la Ley Orgánica de Educación (2009) y de la Ley de Universidades (1970), lo que para efectos de este trabajo tiene relación con la educación en Venezuela.

**Constitución de la República Bolivariana de Venezuela (1999)**

**Capítulo VI**

**De los Derechos Culturales y Educativos**

**Artículo 102.** La educación es un derecho humano y un deber social fundamental, es democrática, gratuita y obligatoria. El Estado la asumirá como función indeclinable y de máximo interés en todos sus niveles y modalidades, y como instrumento del conocimiento científico, humanístico y tecnológico al servicio de la sociedad. La educación es un servicio público y está fundamentada en el respeto a todas las corrientes del pensamiento, con la finalidad de desarrollar el potencial creativo de cada ser humano y el pleno ejercicio de su personalidad en una sociedad democrática basada en la valoración ética del trabajo y en la participación activa, consciente y solidaria en los procesos de transformación social consustanciados con los valores de la identidad nacional, y con una visión latinoamericana y universal. El Estado, con la participación de las familias y la sociedad, promoverá el proceso de educación ciudadana de acuerdo con los principios contenidos de esta Constitución y en la ley.

**Artículo 103.** Toda persona tiene derecho a una educación integral, de calidad, permanente, en igualdad de condiciones y oportunidades, sin más limitaciones que las derivadas de sus aptitudes, vocación y aspiraciones. La educación es obligatoria en todos sus niveles, desde el maternal hasta el nivel medio diversificado. La impartida en las instituciones del Estado es gratuita hasta el pregrado universitario. A tal fin, el Estado realizará una inversión prioritaria, de conformidad con las recomendaciones de la Organización de las Naciones Unidas. El Estado creará y sostendrá instituciones y servicios suficientemente dotados para asegurar el acceso, permanencia y culminación en el sistema educativo. La ley garantizará igual atención a las personas con necesidades especiales o con discapacidad y a quienes se encuentren privados de su libertad o carezcan de condiciones básicas para su incorporación y permanencia en el sistema educativo.

**Ley Orgánica de Educación (2009)**

**Capítulo I**

**Disposiciones Fundamentales**

**Principios y Valores Rectores de la Educación**

**Artículo 3.** La presente Ley establece como principios de la educación, la democracia participativa y protagónica, la responsabilidad social, la igualdad entre todos los ciudadanos y ciudadanas sin discriminaciones de ninguna índole, la formación para la independencia, la libertad y la emancipación, la valoración y defensa de la soberanía, la formación en una cultura para la paz, la justicia social, el respeto a los derechos humanos, la práctica de la equidad y la inclusión; la sustentabilidad del desarrollo, el derecho a la igualdad de género, el fortalecimiento de la identidad nacional, la lealtad a la patria e integración latinoamericana y caribeña.

Se consideran como valores fundamentales: el respeto a la vida, el amor y la fraternidad, la convivencia armónica en el marco de la solidaridad, la corresponsabilidad, la cooperación, la tolerancia y la valoración del bien común, la valoración social y ética del trabajo, el respeto a la diversidad propia de los diferentes grupos humanos. Igualmente se establece que la educación es pública y social, obligatoria, gratuita, de calidad, de carácter laico, integral, permanente, con pertinencia social, creativa, artística, innovadora, crítica, pluricultural, multiétnica, intercultural y plurilingüe.

**Artículo 6.** El Estado, a través de los órganos nacionales con competencia en materia Educativa, ejercerá la rectoría en el Sistema Educativo. En consecuencia: garantiza el derecho pleno a una educación integral, permanente, continua y de calidad para todos y todas con equidad de género en igualdad de condiciones y oportunidades, derechos y deberes.

**Ley de Universidades (1970)**

**Artículo 2:** Las universidades son instituciones universitarias al servicio de la nación, a ellas corresponde colaborar en la orientación de la vida del país mediante su contribución doctrinaria en el esclarecimiento de los problemas nacionales.

**Artículo 3:** Las universidades deben realizar una función rectora en la educación, la cultura y ciencia. Para cumplir esta misión, su actividad se dirigirá a crear, asimilar y difundir el saber mediante la investigación y la enseñanza hasta completar la formación iniciada en los ciclos educacionales anteriores; y a formar equipos de profesionales y técnicos que necesita la nación para el desarrollo y progreso.

* + 1. **Definición de Términos Básicos**

**Errores:**

Los errores son faltas del aprendizaje que enfrenta el alumno durante la resolución de un problema (Astolfi, 1999).

**Estudiantes de segundo año:**

Según la Ley Orgánica de Educación (2010), se define a la Educación Media General, como un periodo que tiene una duración de cinco años, de primero a quinto año.

**Números racionales:**

Los números racionales son aquellos que pueden expresarse como cociente de dos enteros, con denominador distinto de cero, están representados por *Q*. (Baldor, 1995)

**2.4 Definición de la Variable error**

**2.4.1. Definición Operacional**

Los errores en la educación en el área de la matemática, son un desajuste en las concepciones de los estudiantes. Estos errores, se identifican en el contenido conceptual y procedimental del conjunto de los números racionales.

1. **MARCO METODOLÓGICO**

Este capítulo está dirigido a señalar el tipo y diseño de la investigación, para dar respuesta a los objetivos planteados en la misma. Además, se presenta los sujetos de la indagación así como las técnicas para la recolección de la información e instrumento utilizado en el estudio, tanto la validez y confiabilidad del mismo. También se expone, los procedimientos seguidos para el desarrollo del estudio, así las técnicas utilizadas en el análisis de los datos.

Es importante destacar, que según Arias (2006), la metodología del proyecto incluye el tipo o tipos de investigación, las técnicas y los procedimientos que serán utilizados para llevar a cabo la indagación. Es el cómo se realiza el estudio para responder al problema planteado.

**3.1 Tipo y Diseño de la investigación**

De acuerdo al objetivo planteado en lo referido a los errores que cometen los estudiantes en el contenido del conjunto de los números racionales en segundo año de Educación Media General en el Liceo Bolivariano Bartolomé Oliver, el presente estudio es de tipo descriptivo con un diseño no experimental transeccional y de campo.

En este sentido, la investigación descriptiva como lo establece Orozco, Labrador y Palencia, (2002), sirve para identificar características de la población a estudiar, señalar formas de conductas o comportamientos concretos. Su propósito es describir cuantitativamente un evento o fenómeno tal cual ocurre en la realidad sin generalización categórica. En cuanto al diseño, Baptista, Fernández, y Hernández, (2010), lo definen como plan o estrategia que se desarrolla para obtener la

información que se requiere en una investigación. Además, señalan los autores, que el diseño de tipo no experimental transeccional, es el que permite recolectar datos en un solo momento, en un tiempo único, su propósito es describir variables y analizar su incidencia e interrelación en un momento dado. Y en lo referente al diseño de campo, permiten observar y recolectar los datos directamente de la realidad en su situación natural, es decir, se obtienen datos primarios (Balestrini, 2002).

**3.2 Sujetos de la investigación**

**3.2.1 Población:**

En cuanto a los sujetos que participaron en la investigación, se tiene que ciento diecinueve (119) estudiantes de segundo año de Educación Media General del Liceo Bolivariano Bartolomé Oliver participaron en el estudio. Entendiendo entonces, que los mismos conformaron la población de la indagación. En este sentido, el 10% participó en el estudio de confiabilidad y el resto de la población fue considera para el desarrollo del mismo.

En este contexto, cabe destacar que se desarrolló un estudio exhaustivo porque se consideraron todos los elementos que conformaron la población. Al respecto Arias (2006) establece, que si todas las unidades que integran la población resultan viables en el estudio, no es necesario extraer una muestra. En consecuencia se puede investigar u obtener datos de toda la población objeto de estudio, sin que se trate estrictamente de un censo.

**3.3. Procedimiento**

El procedimiento hace referencia a las actividades y pasos secuenciales necesarios para llevar a cabo el trabajo de investigación. Corresponde a las macro actividades de ejecución del estudio propiamente dicho, por ello el punto de partida del reglón destinado a los procedimientos, es la planificación y narración de lo que se hace en la práctica investigativa después que el proyecto ha sido aprobado o considerado definitivamente viable (Orozco et al., 2002).

Como parte del procedimiento que se siguió para esta investigación de tipo descriptivo, se encuentra:

* La revisión bibliográfica inherente a toda investigación.
* La elaboración del instrumento, en esta etapa resulta importante destacar que fue tomado de otra investigación, por lo que no se realizó el estudio de validez del mismo.
* El estudio de confiabilidad del instrumento, el cual se realizó a través de la técnica Kuder-Richarson 20.
* El análisis de los datos, así como la interpretación de los resultados.
* Y por último, las conclusiones y recomendaciones a las cuales se llegaron con el desarrollo de la presente investigación.

**3.4 Técnicas e instrumentos de la recolección de datos de la investigación**

**3.4.1 Técnicas de investigación:**

Según Arias (2006), se entenderá por técnica, el procedimiento o forma particular de obtener datos o información. Una técnica conduce a la obtención de información, la cual debe ser guardada. Los datos pueden ser recuperados, procesados, analizados e interpretados posteriormente. A dicho soporte se le denomina instrumento.

En esta investigación la técnica utilizada fue la encuesta, definida como una técnica que pretende obtener información suministrada por el grupo de sujetos del estudio. La encuesta se realiza de forma escrita mediante un instrumento o formato en papel contentivo de una serie de preguntas sin la intervención del investigador (Arias, 2006).

**3.4.2 Instrumento de recolección de datos**

El instrumento que se utilizó en esta investigación fue un cuestionario de pregunta cerrada. En este sentido, el instrumento más utilizado para recolectar los datos es el cuestionario, definido como un conjunto de preguntas respecto a una o más variables a medir (Baptista, Fernández, y Hernández, 2010).

En relación al cuestionario con preguntas cerradas, contienen categorías o alternativas de respuestas que han sido delimitadas, es decir, se presenta a los sujetos las posibilidades de las respuestas y ellos deben circunscribirse a una de éstas (Baptista, et al., 2010).

El cuestionario utilizado en esta investigación consta de dieciocho (18) ítems con cinco (5) alternativas, entre las cuales una sola es la respuesta correcta. Cada alternativa de respuesta incorrecta está identificada con el posible error de acuerdo a la tipología de Astolfi (1999).

Es importante destacar que el cuestionario utilizado en la presente investigación fue confeccionado por los investigadores Peraza y Ruiz en la indagación que tiene por título “ERRORES QUE COMETEN LOS ESTUDIANTES DEL TERCER AÑO DE EDUCACION MEDIA DE LA U.E SAN JOSÉ DE LOS CHORRITOS EN EL CONJUNTO DE LOS NÚMEROS RACIONALES A TRAVÉS DE LA TAXONOMÍA DE JEAN PIERRE ASTOLFI” en el año (2010).

**3.4.3 Validez y confiabilidad del instrumento**

La validez, en términos generales, se refiere al grado en que un instrumento realmente mide la variable que se pretende medir (Baptista, Fernández, y Hernández, 2010). Por otra parte, como se ha señalado en el aspecto anterior el instrumento utilizado en esta investigación fue validado y utilizado en la investigación “ERRORES QUE COMETEN LOS ESTUDIANTES DEL TERCER AÑO DE EDUCACION MEDIA DE LA U.E SAN JOSÉ DE LOS CHORRITOS EN EL CONJUNTO DE LOS NÚMEROS RACIONALES A TRAVÉS DE LA TAXONOMÍA DE JEAN PIERRE ASTOLFI” de los autores Peraza y Ruiz (2010).

Por otra parte, (Baptista, et al., 2010), señalan que la confiabilidad de un instrumento de medición, se refiere al grado en el que su aplicación repetida al mismo individuo u objeto produce resultados iguales.

Para la confiabilidad del instrumento la fórmula utilizada fue la de Kuder-Richarson 20, esta técnica, permitió obtener la fiabilidad a partir de los datos obtenidos con una sola aplicación del cuestionario, y porque los ítems fueron clasificados como dicotómicos: respuesta correcta o respuesta incorrecta, para lo cual se le asignó el valor 1 ó 0, respectivamente.

La fórmula para calcular la confiabilidad de un instrumento de 18 ítems o KR20 será:

* K= número de ítems del instrumento.
* P= personas que responden afirmativamente a cada ítem.
* Q= personas que responden negativamente a cada ítem.
* St2= varianza total del instrumento.

Para la obtención de la confiabilidad, se tomó un 10% de la población, lo cual corresponde a doce (12) estudiantes de segundo año del Liceo Bolivariano Bartolomé Oliver. Por otra parte, la confiabilidad de este instrumento obtuvo un índice de 0,76 que representa una fuerte confiabilidad, de acuerdo a lo establecido por Ruiz (2002), lo cual indica que el mismo puede ser considerado apto para la investigación. Pues si se aplica el instrumento en condiciones similares se obtendrán resultados semejantes (Ver: Tabla Nº 1).

**Tabla Nº 1: Confiabilidad del instrumento**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **SUJETOS** | **NÚMERO DE ÍTEM** | | | | | | | | | | | | | | | | | | **TOTALES** |
| **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** | **7** | **8** | **9** | **10** | **11** | **12** | **13** | **14** | **15** | **16** | **17** | **18** |  |
| **1** | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | **2** |
| **2** | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | **8** |
| **3** | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | **11** |
| **4** | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | **13** |
| **5** | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | **8** |
| **6** | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | **15** |
| **7** | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | **9** |
| **8** | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | **10** |
| **9** | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | **15** |
| **10** | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | **8** |
| **11** | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | **15** |
| **12** | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | **7** |
| **TRC** | **7** | **7** | **7** | **7** | **7** | **6** | **7** | **7** | **6** | **7** | **7** | **7** | **7** | **7** | **6** | **7** | **6** | **6** | **121** |
| **P** | 0,58 | 0,58 | 0,58 | 0,58 | 0,58 | 0,50 | 0,58 | 0,58 | 0,50 | 0,58 | 0,58 | 0,58 | 0,58 | 0,58 | 0,50 | 0,58 | 0,50 | 0,50 |
| **Q** | 0,42 | 0,42 | 0,42 | 0,42 | 0,42 | 0,50 | 0,42 | 0,42 | 0,50 | 0,42 | 0,42 | 0,42 | 0,42 | 0,42 | 0,50 | 0,42 | 0,50 | 0,50 |
| **P\*Q** | 0,24 | 0,24 | 0,24 | 0,24 | 0,24 | 0,25 | 0,24 | 0,24 | 0,25 | 0,24 | 0,24 | 0,24 | 0,24 | 0,24 | 0,25 | 0,24 | 0,25 | 0,25 |
| **S.P\*Q** | **4,41** |
| **VT** | **15,54** |
| **KR-20** | **0,76** |

1. **ANÁLISIS DE DATOS**

En el presente capítulo, se analizan los resultados obtenidos luego de la aplicación del instrumento. En este sentido, se realizó un análisis minucioso sobre cada dimensión de la variable del estudio, utilizando para ello las herramientas estadísticas apropiadas. Al respecto, Palella y Martins (2003), resaltan que la interpretación de los resultados consiste en inferir conclusiones sobre los datos codificados, basándose en operaciones intelectuales de razonamiento lógico e imaginación, ubicando tales datos en un contexto teórico.

La interpretación de los resultados permitió dar respuestas a las inquietudes o interrogantes que se plantearon en el trabajo de investigación, considerando los objetivos ya fijados en el estudio.

A continuación, se presentan los datos obtenidos de los ciento siete (107) estudiantes encuestados, en el cual se reflejan las respuestas correctas e incorrectas de cada uno de los mismos, asignándole el valor de uno (1) a la respuesta correcta y cero (0) a la respuesta incorrecta (Ver: Tabla Nº 2).

**4.1 Presentación de los Resultados**

**Tabla Nº 2: Respuestas correctas e incorrectas**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Sujetos** | **Número de ítem** | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** | **7** | **8** | **9** | **10** | **11** | **12** | **13** | **14** | **15** | **16** | **17** | **18** |
| **1** | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| **2** | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| **3** | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 |
| **4** | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| **5** | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| **6** | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| **7** | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| **8** | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| **9** | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 |
| **10** | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| **11** | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| **12** | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| **13** | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| **14** | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| **15** | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| **16** | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| **17** | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| **18** | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| **19** | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 |
| **20** | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| **21** | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 |
| **22** | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| **23** | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| **24** | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 |
| **25** | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| **26** | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| **27** | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 |
| **28** | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| **29** | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| **30** | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| **31** | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| **32** | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| **33** | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| **34** | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 |
| **35** | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| **36** | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |

**Tabla Nº 2: Respuestas correctas e incorrectas (continuación)**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Sujetos** | **Número de ítem** | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** | **7** | **8** | **9** | **10** | **11** | **12** | **13** | **14** | **15** | **16** | **17** | **18** |
| **37** | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| **38** | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| **39** | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| **40** | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| **41** | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| **42** | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| **43** | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 |
| **44** | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| **45** | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 |
| **46** | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| **47** | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| **48** | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| **49** | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| **50** | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 |
| **51** | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| **52** | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| **53** | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 |
| **54** | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| **55** | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 |
| **56** | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| **57** | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 |
| **58** | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| **59** | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| **60** | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| **61** | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| **62** | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| **63** | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 |
| **64** | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| **65** | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| **66** | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| **67** | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| **68** | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| **69** | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| **70** | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| **71** | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| **72** | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 |
| **73** | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |

**Tabla Nº 2: Respuestas correctas e incorrectas (continuación)**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Sujetos** | **Número de ítem** | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** | **7** | **8** | **9** | **10** | **11** | **12** | **13** | **14** | **15** | **16** | **17** | **18** |
| **74** | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| **75** | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| **76** | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| **77** | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| **78** | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| **79** | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| **80** | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| **81** | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 |
| **82** | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| **83** | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| **84** | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| **85** | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| **86** | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| **87** | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| **88** | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 |
| **89** | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| **90** | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| **91** | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| **92** | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 |
| **93** | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 |
| **94** | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 |
| **95** | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| **96** | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| **97** | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| **98** | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 |
| **99** | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| **100** | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| **101** | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| **102** | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| **103** | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 |
| **104** | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| **105** | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| **106** | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 |
| **107** | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 |

**4.2 Análisis del conocimiento de los contenidos conceptuales y procedimentales de los números racionales**

Para analizar los resultados obtenidos de la totalidad de los ítems, es necesario mencionar que esta investigación está sustentada por la tipología de Astolfi (1999), la cual hace referencia a ocho errores en los que suelen incurrir los estudiantes. Ahora bien, los ítems están estructurados para analizarlos de forma conceptual y procedimental.

**4.2.1 Análisis del conocimiento de los contenidos conceptuales de los números racionales**

Para analizar los contenidos conceptuales de los números racionales, solo se tomaron los ítems desde el número 1 al número 8, los cuales están representados por cuatro errores de la tipología del autor mencionado anteriormente, estos errores son: errores debidos a las costumbres escolares o a una mala interpretación de las expectativas (error tipo 2-E2-), errores como resultado de las concepciones alternativas de los alumnos (error tipo 3-E3-), errores relacionados con las operaciones intelectuales implicadas (error tipo 4-E4-) y errores debido a la sobrecarga cognitiva en la actividad (error tipo 6-E6-). Cada uno de estos errores, están diferenciado por colores.

Ahora bien, en la Tabla Nº 3, se encuentran los resultados de los ítems que corresponden a los contenidos conceptuales de los números racionales, aquí se consideran las respuestas correctas, incorrectas y no contestadas de los sujetos de la investigación, los cuales están identificados como estudiantes de segundo año de Educación Media General del Liceo Bolivariano Bartolomé Oliver. A su vez, se muestra la frecuencia y el porcentaje de cada una de las respuestas y por supuesto de cada error. Posteriormente, se realiza la interpretación de los resultados obtenidos en esta etapa (Ver: Tabla Nº 3 y Nº 4, Gráfico Nº 1 y Gráfico Nº 2).

**Tabla Nº 3: Análisis del conocimiento de los contenidos conceptuales de los números racionales**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Ítems** | **Respuesta correcta** | | **Respuesta incorrecta** | | | | | | **NC** |
| **Ítem 1** | **D** | | **Alternativas** | **A** | **B** | **C** | **E** | **Total** | **3** |
| **E2** | **E6** | **E4** | **E3** | **64** |
| **Frecuencia** | **40** | **Frecuencia** | **26** | **15** | **14** | **9** |
| **Porcentaje %** | **37%** | **Porcentaje %** | **24%** | **14%** | **13%** | **8%** | **60%** | **3%** |
|  | | | | | | | |  | |
| **Ítem 2** | **B** | | **Alternativas** | **A** | **C** | **D** | **E** | **Total** | **NC** |
| **E2** | **E3** | **E4** | **E6** |  |  |
| **Frecuencia** | **23** | **Frecuencia** | **14** | **19** | **17** | **29** | **79** | **5** |
| **Porcentaje %** | **21%** | **Porcentaje %** | **13%** | **18%** | **16%** | **27%** | **74%** | **5%** |
|  | | | | | | | | | |
| **Ítem 3** | **D** | | **Alternativas** | **A** | **B** | **C** | **E** | **Total** | **NC** |
| **E2** | **E6** | **E4** | **E3** | **67** | **5** |
| **Frecuencia** | **35** | **Frecuencia** | **20** | **10** | **29** | **8** |
| **Porcentaje %** | **33%** | **Porcentaje %** | **19%** | **9%** | **27%** | **7%** | **63%** | **5%** |
|  | | | | | | | | | |
| **Ítem 4** | **D** | | **Alternativas** | **A** | **B** | **C** | **E** | **Total** | **NC** |
| **E4** | **E2** | **E6** | **E3** | **62** | **4** |
| **Frecuencia** | **41** | **Frecuencia** | **7** | **21** | **22** | **12** |
| **Porcentaje %** | **38%** | **Porcentaje %** | **7%** | **20%** | **20%** | **12%** | **58%** | **3%** |
|  | | | | | | | | | |
| **Ítem 5** | **D** | | **Alternativas** | **A** | **B** | **C** | **E** | **Total** | **NC** |
| **E2** | **E6** | **E4** | **E3** | **79** | **3** |
| **Frecuencia** | **25** | **Frecuencia** | **23** | **33** | **18** | **5** |
| **Porcentaje %** | **23%** | **Porcentaje %** | **21%** | **31%** | **17%** | **5%** | **74%** | **3%** |
|  | | | | | | | | | |
| **Ítem 6** | **E** | | **Alternativas** | **A** | **B** | **C** | **D** | **Total** | **NC** |
| **E4** | **E2** | **E6** | **E3** | **81** | **5** |
| **Frecuencia** | **21** | **Frecuencia** | **27** | **15** | **25** | **14** |
| **Porcentaje %** | **20%** | **Porcentaje %** | **25%** | **14%** | **23%** | **13%** | **76%** | **5%** |
|  | | | | | | | | | |
| **Ítem 7** | **A** | | **Alternativas** | **B** | **C** | **D** | **E** | **Total** | **NC** |
| **E2** | **E3** | **E4** | **E6** | **66** | **1** |
| **Frecuencia** | **40** | **Frecuencia** | **18** | **32** | **13** | **3** |
| **Porcentaje %** | **37%** | **Porcentaje%** | **17%** | **30%** | **12%** | **3%** | **62%** | **1%** |
|  | | | | | | | | | |
| **Ítem 8** | **C** | | **Alternativas** | **A** | **B** | **D** | **E** | **Total** | **NC** |
| **E3** | **E2** | **E4** | **E6** | **71** | **3** |
| **Frecuencia** | **33** | **Frecuencia** | **9** | **50** | **8** | **4** |
| **Porcentaje %** | **31%** | **Porcentaje %** | **8%** | **47%** | **7%** | **4%** | **66%** | **3%** |

**Tabla Nº 4: Respuestas correctas, incorrectas y no contestadas del conocimiento de los contenidos conceptuales de los números racionales**

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Contenidos conceptuales** | **Respuesta correctaº 1ICO es stadas s esta etapa. imentales** | **Respuestas incorrectas** | | | | | **NC** |
| **E2** | **E3** | **E4** | **E6** | **Total** | **29** |
| **Frecuencia** | **258** | **187** | **108** | **133** | **141** | **569** |
| **Porcentaje %** | **30%** | **22%** | **13%** | **16%** | **16%** | **67%** | **3%** |

**Gráfico Nº 1: Resultados de las respuestas correctas, incorrectas y no contestadas del conocimiento de los contenidos conceptuales de los números racionales**

**Gráfico Nº 2: Resultados de las respuestas categorizadas por error según la tipología de Astolfi (1999) en los contenidos conceptuales de los números racionales**

**Interpretación:** En los contenidos conceptuales de números racionales, sólo un 30% de los estudiantes seleccionó la alternativa que corresponde a la respuesta correcta, demostrando así el conocimiento que poseen sobre la definición e identificación del tema, a la vez que representan números racionales en la recta numérica, reconociendo así el orden y las propiedades de los mismos, logrando identificar fracciones equivalentes. Sin embargo, existe 67% de los sujetos evaluados que no contestó correctamente a la pregunta, del cual un 22% seleccionó la alternativa que corresponde al error tipo dos (E2), este error es debido a “las costumbres escolares o una mala interpretación de las expectativas”, y se evidenció que los educandos responden conforme a las expectativas del docente. Un 13% de la población eligió la opción que corresponde al error tipo tres (E3), este error es debido a “las concepciones alternativas de los estudiantes”, demostrando que los sujetos solo manejan la información de manera superficial, causando así que los mismos creen una “representación” de lo que consideran es correcto.

Por otra parte, existe un 16% de los sujetos evaluados que cometieron el error tipo cuatro (E4), el cual hace referencia a “las operaciones intelectuales implicadas”, aquí se comprobó que no comprenden el aspecto teórico del tema, dificultándole la construcción de conceptos para la comprensión de números racionales. Otro 16% de los estudiantes cometieron el error tipo seis (E6), relacionado con “la sobrecarga cognitiva en la actividad”, aquí hace referencia a la memoria a corto y largo plazo, es decir, si los educandos no tienen conocimientos regidos por informaciones sólidas, entonces con el paso del tiempo y también con la introducción de otras disciplinas, se les dificulta establecer la relación entre el conocimiento nuevo con el ya existente, y responden al azar. Finalmente un 3% de la población no contestó a la pregunta, cabe destacar, que las preguntas no contestadas no poseen una ubicación en la tipología propuesta por Astolfi (1999).

**4.2.2 Análisis del conocimiento de los contenidos procedimentales de los números racionales**

El análisis de los resultados de los contenidos procedimentales de los números racionales, se encuentra estructurado desde el ítem número 9 al ítem número 18, los cuales están representados por los cuatro errores restantes de la tipología Astolfi (1999), estos errores son: errores debidos a la comprensión de las instrucciones dadas (error tipo 1-E1-), errores en los procesos adoptados (error tipo 5-E5-), errores que tienen su origen en otra disciplina (error tipo 7-E7-) y errores causados por la complejidad del contenido (error tipo 8-E8-). Del mismo modo, cada uno de estos errores, será diferenciado por colores.

A su vez, se encuentra en la Tabla Nº 5 el análisis de los contenidos procedimentales de los números racionales, aquí se consideran las respuestas correctas, incorrectas y no contestadas de los sujetos de la investigación, los cuales están identificados como estudiantes de segundo año de Educación Media General del Liceo Bolivariano Bartolomé Oliver. También, se muestra la frecuencia y el porcentaje de cada una de las respuestas y de cada error. Seguidamente, se realiza la interpretación de la totalidad de los resultados obtenidos (Ver: Tabla Nº 5 y Nº 6, Gráfico Nº 3 y Gráfico Nº 4).

**Tabla Nº 5: Análisis del conocimiento de los contenidos procedimentales de los números racionales**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Ítems** | **Respuesta correcta** | | **Respuesta incorrecta** | | | | | | **NC** |
| **Ítem 9** | **B** | | **Alternativas** | **A** | **C** | **D** | **E** | **Taltal** | **1** |
| **E5** | **E1** | **E8** | **E7** | **62** |
| **Frecuencia** | **44** | **Frecuencia** | **22** | **21** | **10** | **9** |
| **Porcentaje %** | **41%** | **Porcentaje %** | **21%** | **20%** | **9%** | **8%** | **58%** | **1%** |
|  | | | | | | | | | |
| **Ítem 10** | **A** | | **Alternativas** | **B** | **C** | **D** | **E** | **Total** | **NC** |
| **E7** | **E5** | **E1** | **E8** |  |  |
| **Frecuencia** | **34** | **Frecuencia** | **25** | **24** | **6** | **17** | **72** | **1** |
| **Porcentaje %** | **32%** | **Porcentaje %** | **23%** | **22%** | **6%** | **16%** | **67%** | **1%** |
|  | | | | | | | | | |
| **Ítem 11** | **E** | | **Alternativas** | **A** | **B** | **C** | **D** | **Total** | **NC** |
| **E1** | **E5** | **E7** | **E8** | **69** | **3** |
| **Frecuencia** | **35** | **Frecuencia** | **12** | **20** | **25** | **12** |
| **Porcentaje %** | **33%** | **Porcentaje %** | **11%** | **19%** | **23%** | **11%** | **64%** | **3%** |
|  | | | | | | | | | |
| **Ítem 12** | **C** | | **Alternativas** | **A** | **B** | **D** | **E** | **Total** | **NC** |
| **E7** | **E8** | **E1** | **E5** | **48** | **5** |
| **Frecuencia** | **54** | **Frecuencia** | **12** | **16** | **11** | **9** |
| **Porcentaje %** | **50%** | **Porcentaje %** | **11%** | **15%** | **10%** | **8%** | **45%** | **5%** |
|  | | | | | | | | | |
| **Ítem 13** | **D** | | **Alternativas** | **A** | **B** | **C** | **E** | **Total** | **NC** |
| **E7** | **E1** | **E8** | **E5** | **85** | **3** |
| **Frecuencia** | **19** | **Frecuencia** | **28** | **26** | **29** | **2** |
| **Porcentaje %** | **18%** | **Porcentaje %** | **26%** | **24%** | **27%** | **2%** | **79%** | **3%** |
|  | | | | | | | | | |
| **Ítem 14** | **A** | | **Alternativas** | **B** | **C** | **D** | **E** | **Total** | **NC** |
| **E7** | **E8** | **E1** | **E5** | **77** | **2** |
| **Frecuencia** | **28** | **Frecuencia** | **16** | **34** | **15** | **12** |
| **Porcentaje %** | **26%** | **Porcentaje %** | **15%** | **32%** | **14%** | **11%** | **72%** | **72%** |
|  | | | | | | | | | |
| **Ítem 15** | **E** | | **Alternativas** | **A** | **B** | **C** | **D** | **Total** | **NC** |
| **E5** | **E8** | **E7** | **E1** | **83** | **5** |
| **Frecuencia** | **19** | **Frecuencia** | **20** | **29** | **24** | **10** |
| **Porcentaje %** | **18%** | **Porcentaje%** | **19%** | **27%** | **22%** | **9%** | **77%** | **5%** |
|  | | | | | | | | | |
| **Ítem 16** | **C** | | **Alternativas** | **A** | **B** | **D** | **E** | **Total** | **NC** |
| **E1** | **E5** | **E8** | **E7** | **69** | **2** |
| **Frecuencia** | **36** | **Frecuencia** | **15** | **17** | **25** | **12** |
| **Porcentaje %** | **34%** | **Porcentaje %** | **14%** | **16%** | **23%** | **11%** | **64%** | **2%** |
|  | | | | | | | | | |
| **Ítem 17** | **A** | | **Alternativas** | **B** | **C** | **D** | **E** | **Total** | **NC** |
| **E8** | **E5** | **E1** | **E7** | **69** | **8** |
| **Frecuencia** | **30** | **Frecuencia** | **30** | **25** | **10** | **4** |
| **Porcentaje %** | **28%** | **Porcentaje %** | **28%** | **23%** | **9%** | **4%** | **64%** | **8%** |
|  | | | | | | | | | |
| **Ítem 18** | **C** | | **Alternativas** | **A** | **B** | **D** | **E** | **Total** | **NC** |
| **E8** | **E7** | **E1** | **E5** | **67** | **3** |
| **Frecuencia** | **37** | **Frecuencia** | **15** | **21** | **24** | **7** |
| **Porcentaje %** | **35%** | **Porcentaje %** | **14%** | **20%** | **21%** | **7%** | **62%** | **3%** |

**Tabla Nº 6: Respuestas correctas, incorrectas y no contestadas del conocimiento de los contenidos procedimentales de los números racionales**

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Contenidos procedimentales** | **Respuesta correcta** | **Respuesta incorrecta** | | | | | **NC** |
| **E1** | **E5** | **E7** | **E8** | **Total** |  |
| **Frecuencia** | **336** | **150** | **158** | **194** | **199** | **701** | **33** |
| **Porcentaje %** | **31%** | **14%** | **15%** | **18%** | **19%** | **66%** | **3%** |

**Gráfico Nº 3: Resultados de las respuestas correctas, incorrectas y no contestadas del conocimiento de los contenidos Procedimentales de los números racionales**

**Gráfico Nº 4: Resultados de las respuestas categorizadas por error según la tipología de Astolfi (1999) en los contenidos procedimentales de los números racionales**

**Interpretación:** En los contenidos procedimentales de números racionales, sólo un 31% de los estudiantes seleccionó la alternativa que corresponde a la respuesta correcta, evidenciando que poseen conocimiento sobre las operaciones básicas utilizadas para la resolución de ejercicios del contenido del conjunto de los números en *Q.* Por otra parte, el 66% de los sujetos evaluados no contestó correctamente a la pregunta, del cual hubo un 14% que prefirió la opción que representa al error tipo uno (E1), el cual es debido a “la comprensión de las instrucciones dadas”, en esta ocasión se les solicitó resolver los ejercicios del tema siguiendo el procedimiento para cada caso, aun así los escolares utilizaron métodos incorrectos o respondieron de forma contraria a las instrucciones dadas. Solo un 15% de la población respondió a la alternativa que corresponde al error tipo cinco (E5), éste es debido a “los procesos adoptados”, demostrando que los individuos utilizan procedimientos incorrectos o equivocados que para ellos son válidos en la resolución de ejercicios, esto sucede porque los adoptan como correctos, siendo realmente incorrectos.

Por otra parte, un 18% de los sujetos cometió el error tipo siete (E7), el mismo es debido a que “tiene su origen en otra disciplina”, cabe destacar que en este error los estudiantes confundieron una definición con otra o un procedimiento con otro, y se dejan llevar por su sentido común, también se evidenció que los escolares desconocen procedimientos, formas, tipos y estructuras de ejercicios del contenido de los números racionales, afectando así el proceso para la resolución de los mismos. El error tipo ocho (E8) estuvo representado con un 19% de la población, el cual está relacionado con la “complejidad del contenido”, en este sentido, se comprobó que a los sujetos les resulta complicado discriminar entre las operaciones matemáticas que deben realizar en un ejercicio del contenido de números racionales. Por último, existe un 3% que no contestó a la pregunta, como se indicó en el análisis anterior relacionado con los contenidos conceptuales, Astolfi (1999) no lo considera en su tipología.

* 1. **Análisis del conocimiento del contenido de los números racionales**

Luego de presentar el análisis e interpretaciones del contenido conjunto de los números racionales, desde la perspectiva de los contenidos conceptuales y procedimentales, se pudo mostrar en este aspecto la descripción de los errores que cometen los estudiantes en el contenido del conjunto de los números racionales en segundo año de Educación Media General en el Liceo Bolivariano Bartolomé Oliver, desde la tipología propuesta por Astolfi (1999), (Ver: Tabla Nº 7, Tabla Nº 8, Gráfico Nº 5 y Gráfico Nº 6).

**Tabla Nº 7: Totalidad de respuestas correctas, incorrectas y no contestadas en el conocimiento de los contenidos conceptuales y procedimentales de los números racionales**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Total de respuesta obtenidas** | **Respuesta correcta** | **Respuestas incorrectas** | **NC** |
| **Frecuencia** | **594** | **1270** | **62** |
| **Porcentaje** | **31%** | **66%** | **3%** |

**Tabla Nº 8: Error con mayor frecuencia en los contenidos conceptuales y procedimentales de los números racionales**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Total de respuesta obtenidas** | **Error más frecuente en el contenido conceptual**  ***(Error tipo 2-E2-)*** | **Error más frecuente en el contenido procedimental**  ***(Error tipo 8-E8-)*** |
| **Frecuencia** | **187** | **199** |
| **Porcentaje** | **22%** | **19%** |

**Gráfico Nº 5: Resultados de las respuestas correctas, incorrectas y no contestadas en el conocimiento de los contenidos conceptuales y procedimentales de los números racionales**

**Gráfico Nº 6: Error con mayor frecuencia en los contenidos conceptuales y procedimentales de los números racionales**

**Interpretación:** Existe un 31% de la población que contestó correctamente a las preguntas del instrumento de evaluación, demostrando así que dominan los contenidos conceptuales y procedimentales de los números racionales. Estos contenidos exigen a los estudiantes poseer conocimientos sobre la definición e identificación de este conjunto numérico, así como también la representación del mismo en la recta real, las propiedades y las fracciones equivalentes. En este marco de ideas, se requiere del dominio de las operaciones básicas matemáticas para la resolución de ejercicios de los números racionales. Por otra parte, un 69% de los estudiantes encuestados no emitieron las respuestas correctas, apreciando que un 3% no emitieron respuesta alguna (no contestó) y un 66% si respondieron de manera incorrecta cometiendo errores en los aspectos tanto conceptuales como procedimentales.

En este marco de ideas, el error con mayor frecuencia en los contenidos conceptuales se ubicó con un 22% entre la población, éste es el error tipo dos (2), el cual es debido a “las costumbres escolares o una mala interpretación de las expectativas”, en este sentido, se observó que a los educandos se les dificulta el manejo del tema puesto que responden para cumplir con las expectativas de los profesores, esto con el fin de obtener su reconocimiento. Finalmente, en los contenidos procedimentales, el error con mayor frecuencia obtuvo un valor de 19% entre los estudiantes evaluados, siendo éste el error tipo ocho (8), el cual está relacionado con la “complejidad del contenido”, aquí se comprobó que a los escolares les resulta complicado realizar correctamente las operaciones matemáticas para la resolución de un ejercicio del contenido de números racionales.

**CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES**

El análisis de los errores en los que suelen incurrir los estudiantes, ha sido de permanente interés al pasar de los años, ya que éstos al principio se mantienen como una idea negativa en el proceso de aprendizaje de los educandos, pero a su vez, pueden apreciarse desde una perspectiva constructivista, dentro de la cual se concibe que los errores tienen el poder de ayudar a generar un cambio en una información, idea o pensamiento, obteniendo un aprendizaje significativo, puesto que toda la información que se maneje, al principio no siempre suele ser la correcta o verdadera, es aquí donde los errores se convierten en herramientas que fortalezcan el conocimiento.

Para efectos de esta investigación, se consideró trabajar con la tipología de errores propuesta por Astolfi (1999), siendo esta la más adecuada por poseer un enfoque general sobre este estudio. Además, esta tipología está conformada por ocho errores, de los cuales cada uno tiene características propias, pero a su vez uno lleva al entendimiento del otro.

Cabe destacar, que este trabajo se fundamenta en la descripción de los errores que cometen los estudiantes en el contenido del conjunto de los números racionales en segundo año de Educación Media General en el Liceo Bolivariano Bartolomé Oliver. En lo que respecta al contenido conceptual de números racionales, se evidenció que solo un 30% de la población respondió correctamente a las preguntas referidas a esta dimensión, dejando claro que comprenden este contenido. Sin embargo, existe un 67% de la población a los cuales se les dificulta dominar la teoría de este tema, de este porcentaje el error con más frecuencia obtuvo una puntuación de

22% entre los estudiantes, el cual hace referencia a “las costumbres escolares o mala interpretación de las expectativas”.

En lo referente a la dimensión de contenidos procedimentales de los números racionales, solo un 31% de los sujetos demostró que realizan los procedimientos de forma correcta en la resolución de ejercicios de este tema. A su vez, se determinó que un 66% de la población, aun presenta fallas al momento de aplicar las operaciones básicas matemáticas en números racionales, de este porcentaje el error con mayor frecuencia estuvo representado por un 19%, el cual está relacionado con “la complejidad propia del contenido”.

Esto demuestra que parte de los estudiantes del segundo año de Educación Media General del Liceo Bolivariano Bartolomé Oliver, no dominan el tema de números racionales, esto va relacionado con los contenidos conceptuales, el cual hace referencia a la definición e identificación de números racionales, y su representación en la recta numérica, a su vez es necesario reconocer el orden y las propiedades de dicho tema, para luego identificar las fracciones equivalentes. Por otra parte, en la dimensión de los contenidos procedimentales, se percibió que los mismos sujetos tienen dificultad para aplicar las operaciones básicas en la resolución de ejercicios de este conjunto numérico, estas operaciones son conocidas como adición, sustracción, multiplicación y división.

Atendiendo a estas conclusiones, ser recomienda que en segundo año de la Educación Media General, se realicen evaluaciones de diagnóstico a los estudiantes con el fin de conocer sus habilidades y debilidades en la asignatura de matemática, más específicamente en el contenido de los números racionales.

Así mismo, se recomienda incentivar a los educandos a tener una actitud crítica hacia el conocimiento que adquieren durante el proceso de aprendizaje de contenidos matemáticos, esto ayudará a los mismos a desarrollar su capacidad de concentración. Es necesaria también, la organización eficaz de un sistema educativo para reforzar los métodos de estudio y estrategias en la asignatura de matemática, con esto se hace referencia a la posibilidad de dictar cursos a los estudiantes de este nivel educativo, para generar un estado sólido en la comprensión de esta disciplina, ayudando a fortalecer los conocimientos de operaciones básicas, lo cual favorecerá a la evolución individual

Además, esta investigación informa a los docentes sobre los posibles errores que cometen los estudiantes en los contenidos matemáticos, con el fin de reconocer el modo de proceder para la corrección de los mismos, logrando así que los profesores utilicen la presencia como herramienta que permita desarrollar las habilidades de los escolares. Por último, se exhorta profundizar en las diferentes teorías relacionas con errores en el aprendizaje matemático, con el propósito de avanzar hacia el diagnóstico y superación de los mismos, pues el error se debe atender como una oportunidad de aprendizaje en el acto educativo.

**REFERENCIAS**

Afcha, K, Orozco, C. y Labrador, M. (2002). *Metodología: manual teórico práctico de metodología para tesistas, asesorías, tutores y jurados de trabajos de investigaciones*. (1a ed.). Ofimax de Venezuela, C. A.

Arias, F. (2006). *El Proyecto de Investigación. Introducción a la Metodología Científica*. (5a ed.). Caracas, Venezuela: Espíteme C.A.

Astolfi, J. P. (1999). *El” error”, un medio para enseñar.* (2da ed.)*.* Deida Editora. Sevilla.

Baldor, A. (1995). *Algebra.* (13a ed.). Querétaro, México: Publicaciones cultural, S.A.

Baptista, L., Fernández, C., y Hernández, S. (2010). *Metodología de la investigación*. (4a ed.). México: Mc Graw-Hill interamericana Editores S.A.

Briceño, M (2009). *El uso del error en los ambientes de aprendizaje*. Revista de Teoría y Didáctica de las Ciencias Sociales. Mérida-Venezuela. ISSN 1316-9505. Enero-Junio. Nº 14: 9-28.

Buendía, L.,Colás, M. y Hernandez, F. (1998). *Métodos de investigación en psicopedagogía*. (3ª Ed.) España: McGraw Hill.

Colina, P. (2006). *Errores propios del aprendizaje de los alumnos cursantes de la signatura calculo I.* [Tesis en línea]. Universidad del Zulia, Venezuela. Disponible: <http://tesis.luz.edu.ve/tde_arquivos/96/TDE-2010-06-29T11:15:16Z-166/Publico/colina_perez_pedro_jose.pdf>. [Consulta: 2012, junio 18].

Coll, S., Pozo, J., Sarabia, B. y Valls, E. (1992). *Los contenidos de la Reforma. Enseñanza y aprendizaje de conceptos, procedimientos y actitudes.* (1ra ed.). Buenos Aires, Argentina. Ediciones Santillana S.A.

Constitución de la República Bolivariana de Venezuela. (2000, marzo 24). *Gaceta oficial de la República Bolivariana de Venezuela*, 5423 (extraordinario), marzo 24, 2000.

Corral., Fuentes., Brito., Maldonado. (2011). *Algunos tópicos y normas generales aplicables a la elaboración de proyectos y trabajos de grado y de ascenso*. (1raed.). Venezuela: Fedupel.

Cuadrado, B. Lucchini, G. y Tapia, L. (2006). *Errar no es siempre un error: un estudio de los errores y dificultades en el aprendizaje de la matemática de niños y jóvenes estudiantes. Propuestas para los docente.* Recuperado el 10 de diciembre de 2013 de <http://www.fundacionarauco.cl/_file/file_3878_errar%20no%20es%20siempre%20un%20error.pdf>

De la Torre, S. (2004). *Aprender de los errores. El tratamiento didáctico de los errores como estrategias innovadoras.*(1ra ed.). Buenos Aires, Argentina: Editorial Magisterio del Rio de la Plata.

Escudero, R. (2007). *Uso de los errores matemáticos como dispositivo didáctico para generar aprendizaje de la racionalización de radicales de tercer orden*. [Versión electrónica].Revista del Instituto de Estudios Superiores en Educación Universidad del Norte, Zona Próxima. ISSN 1657-2416. Recuperado el 10 de diciembre de 2013 de <http://www.redalyc.org/pdf/853/85300802.pdf>.

Ley Orgánica de Educación. (2009). *Gaceta oficial de la República Bolivariana de Venezuela*, 5929 (extraordinario), agosto 15, 2009.

Ley de Universidades (1970). *Gaceta Oficial* Nro. 1.492 (Extraordinario), septiembre 8, 1970.

Figueredo y Veliz. (2008). *Análisis de los errores que cometen los estudiantes en el contenido de polinomio en segundo año del liceo Bolivariano Bejuma en el Municipio Santa Rosa del Estado Carabobo*. [Trabajo de grado]. Universidad de Carabobo, Facultad de Ciencias de la Educación. Bárbula, Venezuela.

Garza (2012). *Revisión de la literatura sobre errores matemáticos. Una aproximación a la investigación en Latinoamérica.* Recuperado el 10 de octubre de 2013 de <http://redesoei.ning.com/profiles/blogs/revisi-n-de-la-literatura-sobre-errores-matem-ticos-una>.

Guevara, R. (2010). *Exploración de errores en los contenidos de matemática que presentan los estudiantes en la asignatura Matemática I Científico Tecnológico (008-1814) del núcleo de Sucre en la Universidad de Oriente en el semestre I-2009.* [Trabajo de grado]. Universidad de Oriente, Escuela de Humanidades y Educación. Cumana, Venezuela.

Nuel. y Ortiz. (2008). *Análisis de los errores cometidos por los estudiantes del segundo año de educación secundaria de la U.E moral y luces en el aprendizaje de los productos notables según la taxonomía de Radatz*. [Trabajo de grado]. Universidad de Carabobo, Facultad de Ciencias de la Educación. Bárbula, Venezuela.

Orozco, C., Labrador, M. y Palencia, A. (2002). *Metodología. Manual teórico Práctico de Metodología para tesistas, asesores, tutores y jurados de trabajos de investigación y ascenso*. Venezuela: Ofimaxde Venezuela.

Palarea, M., Ruano, R. y Socas, M. (2008). *Análisis y clasificación de errores cometidos por alumnos de secundaria en los procesos de sustitución formal, generalización y modelización en álgebra*. En E. Castro, P. Flores, T. Ortega, L. Rico y A. Vallecillos (Eds.). Investigación en Educación Matemática. Séptimo Simposio de la Sociedad Españolade Investigación en Educación Matemática (SEIEM) (pp. 311-322). Granada:Editorial Universidad de Granada.

Palella, S. y Martins, F. (2003). *Metodología de la Investigación cuantitativa.* Caracas: Fedupel.

Peraza y Ruiz. (2010). *Errores que cometen los estudiantes del tercer año de Educación Media de la U.E San José de los Chorritos en el conjunto de los números racionales a través de la taxonomía de Jean Pierre Astolfi (1999).* [Trabajo de grado]. Universidad de Carabobo, Facultad de Ciencias de la Educación. Bárbula, Venezuela.

Piaget. (1978).*La equilibración de las estructuras cognitivas: problema central del desarrollo.* España, Madrid: Editorial SIGLO XXI.

Popper, K. (1979). *Conjeturas y refutaciones: El desarrollo del conocimiento científico.* Barcelona: Paidós.

Ramírez y Tamayo. (2009). *La enseñanza de los racionales y sus propiedades a través de juegos como el dominó y el bingo.* Taller realizado en 10º Encuentro Colombiano de Matemática Educativa. Pasto, Colombia.

Rico, L. (1995*). Errores en el aprendizaje de la Matemática*. En Kilpatrick Jeremy, Gómez Pedro y Rico Luis (Editores) Educación Matemática. México: Grupo Editorial Iberoamérica. S.A.

Ruiz, C. (2002). *Instrumentos de investigación educativa, procedimiento para su diseño y validación*. Barquisimeto, Venezuela: CIDEG.

**ANEXOS**

**ANEXO A**

**Instrumento de investigación**

**[](http://www.google.co.ve/imgres?q=UC&num=10&hl=es&biw=1024&bih=571&tbm=isch&tbnid=WlwJF9JKe6j7qM:&imgrefurl=http://www.tiempo.uc.edu.ve/tu463/paginas/2.htm&docid=odrU4R9l2cSymM&imgurl=http://www.tiempo.uc.edu.ve/tu463/imagen463/Escudo-UC.jpg&w=150&h=197&ei=C7T5T_mvDMPZ6wHks8S_Bg&zoom=1&iact=hc&vpx=255&vpy=266&dur=2141&hovh=157&hovw=120&tx=79&ty=84&sig=111607854997198441336&page=2&tbnh=134&tbnw=102&start=19&ndsp=22&ved=1t:429,r:1,s:19,i:134)UNIVERSIDAD DE CARABOBO**

**FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN**

**ESCUELA DE EDUCACIÓN**

**DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA Y FÍSICA**

**CÁTEDRA: DISEÑO DE INVESTIGACIÓN**

**ASIGNATURA: TRABAJO ESPECIAL DE GRADO**

**INSTRUMENTO DE INVESTIGACIÓN**

*Estimado Estudiante.*

El presente instrumento de investigación tiene como finalidad obtener información sobre los conocimientos que poseen los educandos de segundo año de Educación Media General Del Liceo Bolivariano Bartolomé Oliver en el contenido del conjunto de los números racionales.

La investigación es a responder con sinceridad el siguiente cuestionario, el cual servirá como material fundamental para la realización de un trabajo de investigación. Se le agradece la colaboración que pueda prestar al responder el instrumento, cuya información es de carácter confidencial.

**INSTRUCCIONES**

1. Lea cuidadosamente cada ítem antes de responder.
2. Marque con una (X) la opción que considere correcta.
3. Puede resolver los ejercicios en una hoja aparte.
4. Tiempo de duración (90) minutos.

***¡Gracias por su colaboración!***

**INSTRUMENTO**

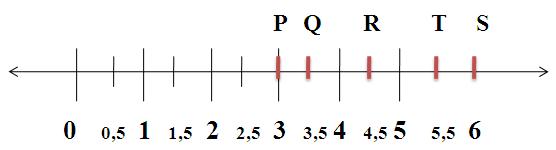
1. **Los racionales se definen como:**
2. Todas las fracciones
3. Son aquellos que cumplen con f(x): × –
4. El subconjunto de los enteros positivos y el cero.
5. Aquellos que pueden expresarse en forma de cociente entre dos enteros donde b≠0.
6. Aquellos números que no se pueden escribir en fracción, el decimal sigue para siempre sin repetirse.
7. **El decimal 0, puede expresarse también como:**
8. b) c) d) 0,88888 e) El par ordenado (0, 8)
9. **Para ubicar un número racional en la recta numérica se debe considerar que:**
10. Se ubican dividiendo el numerador entre el denominador.
11. Solamente podrás ubicarlos en forma aproximada al racional más cercano.
12. Solo se ubican los números racionales en la parte negativa de la recta numérica.
13. El denominador indica en cuántas partes se divide cada unidad y el numerador cuántas partes se toman la unidad.
14. Se ubica el numerador y el denominador y entre ellos dos se ubica el racional fraccionario.

**4. De los siguientes conjuntos de números racionales, ¿En qué opción están ordenados de mayor a menor (forma decreciente)?**

1. b) c)

d) e)

1. **Identifique en la siguiente serie de fracciones la que está ordenada de forma creciente:**
2. b) c) d) e)
3. **¿Cuál de las siguientes proposiciones corresponde a una propiedad de los números racionales?**
4. Todo racional es un número entero.
5. Todo racional tiene un único sucesor y antecesor.
6. Dentro del conjunto de los racionales se cumple que =
7. Entre dos números racionales existe un número finito de racionales.
8. Entre dos números racionales existe un número infinito de números racionales.
9. **Observa esta recta numérica. ¿Cuál de los trazos rojos en la recta representa el valor equivalente a la solución de la siguiente operación: 6 – 4 + 2?**



1. Q b) P c) R d) T e) S
2. **Ricardo almorzó una pizza de queso pequeña. Se comió de la pizza. ¿Cuál las siguientes fracciones es equivalente a la fracción de la pizza que se comió Ricardo?**
3. b) c) d) 0,75 e)
4. **El número racional que resulta de es igual a:**
5. b) c) 4,5 d) e)
6. **María compró galletitas en una panadería. Compró media ( docena de galletas de avena, dos tercios de docena de galletas de chocolate, tres cuartos de docena de galleta de canela. ¿Entre galletas de chocolate y canela, cuántas docenas de galletas compró?**
7. docenas de galletas b) kg de galletas c) docenas de galletas

d) docenas de galletas e) docenas de galletas

**11. Elena va de compas con 180 Bsf. Si se gasta de esa cantidad. ¿Cuánto dinero le queda?**

1. 200 Bsf b) 108 Bsf c) 72% d) 179,4 Bsf e) 72 Bsf
2. **Un camionero destina del día para trabajar, para descanso, y 7 horas para dormir. ¿Cuántas horas de queda para practicar un deporte?**
3. horas b) 181 horas c) 4 horas d) 20 horas e) 13 horas
4. **Luis tenía un pedazo de cuerda de m de largo. Lo cortó en 4 pedazos iguales. ¿De qué medida es cada pedazo?**

1. m b) m c) m d) m e) m
2. **El número racional que resulta de es igual a:**
3. b) c) d) e)
4. **El número racional que resulta de es igual a:**
5. b) c) d) e)
6. **El número racional que resulta de es igual a:**
7. b) c) d) e)
8. **Al resolver la siguiente multiplicación de números racionales el resultante es:**
9. b) c) d) e)
10. **Al resolver la siguiente división de números racionales el resultante es:0**
11. b) c) d) e)

**ANEXO B**

**Tabla Nº 9 Operacionalización de la variable error**

**Título de la investigación:** Errores que cometen los estudiantes en el contenido del conjunto de los números racionales en segundo año de Educación Media General en el Liceo Bolivariano Bartolomé Oliver.

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Objetivo General de la investigación:** Describir los errores que cometen los estudiantes en el contenido del conjunto de los números racionales en primer año de Educación Media General en el Liceo Bolivariano Bartolomé Oliver. | | | | | |
| **Variable** | **Definición Conceptual la variable** | **Definición Operacional de la variable** | **Dimensiones de la variable** | **Indicadores** | **Ítems** |
| Errores en el contenido del conjunto de los números racionales. | Los errores son faltas del aprendizaje que enfrenta el alumno durante la resolución de un problema. (Astolfi, 1999). | Los errores en la educación en el área de la matemática, son un desajuste en las concepciones de los estudiantes. Estos errores, se identifican en el contenido conceptual y procedimental del conjunto de los números racionales. | **Conceptuales** | Define numero racional | 1 |
| Identifica números racionales | 2 |
| Representa números racionales en la recta numérica. | 3 |
| Reconoce el orden de los números racionales. | 4,5 |
| Reconoce las propiedades de los números racionales. | 6 |
| Reconoce fracciones equivalentes. | 7,8 |
| **Procedimentales** | Resuelve las operaciones básicas matemáticas con los números racionales. | 10,11 |
| Aplica operaciones con números racionales en situaciones de la vida real. | 12,13 |
| Efectúa la adición de fracciones con igual y distinto denominador. | 9,14 |
| Realiza la sustracción de fracciones con igual y distinto denominador. | 15,16 |
| Multiplica fracciones utilizando las etapas de resolución de problemas. | 17 |
| Divide fracciones utilizando las etapas de resolución de problemas. | 18 |

Obtenido de Peraza y Ruiz. (2010)

**ANEXO C**

**Consentimiento informado**

