

UNIVERSIDAD DE CARABOBO
FACULTAD DE INGENIERÍA
ÁREA DE ESTUDIOS DE POSTGRADO
MAESTRIA EN MATEMÁTICA Y COMPUTACIÓN

**REDUCCIÓN DE RUIDO DIGITAL EN SEÑALES DE
ELECTROCARDIOGRAMAS UTILIZANDO LA TRANSFORMADA DE
WAVELET**

Autor:

Ing. Hernando González Acosta.

Tutor:

Ing. MSc: Carlos Jiménez.

Bárbula, Julio 2015

UNIVERSIDAD DE CARABOBO
FACULTAD DE INGENIERÍA
ÁREA DE ESTUDIOS DE POSTGRADO
MAESTRIA EN MATEMÁTICA Y COMPUTACIÓN

**REDUCCIÓN DE RUIDO DIGITAL EN SEÑALES DE
ELECTROCARDIOGRAMAS UTILIZANDO LA TRANSFORMADA DE
WAVELET**

Autor:

Ing. Hernando González Acosta.

Trabajo presentado ante el Área de Estudios de Postgrado de la Universidad de Carabobo para optar al Título de Magíster en Matemática y Computación.

Bárbula, Julio 2015

UNIVERSIDAD DE CARABOBO
FACULTAD DE INGENIERÍA
ÁREA DE ESTUDIOS DE POSTGRADO
MAESTRIA EN MATEMÁTICA Y COMPUTACIÓN

REDUCCIÓN DE RUIDO DIGITAL EN SEÑALES DE
ELECTROCARDIOGRAMAS UTILIZANDO LA TRANSFORMADA DE
WAVELET

Autor:

Ing. Hernando González Acosta.

Aprobado en el Área de Estudios de Postgrado de la Universidad de Carabobo por los miembros de la Comisión Coordinadora del Programa:

NOMBRE	APELLIDO	CI	FIRMA
_____	_____	_____	_____
_____	_____	_____	_____
_____	_____	_____	_____

Bárbula, Julio 2015

UNIVERSIDAD DE CARABOBO
FACULTAD DE INGENIERÍA
ÁREA DE ESTUDIOS DE POSTGRADO
MAESTRÍA EN MATEMÁTICA Y COMPUTACIÓN

VEREDICTO

Nosotros, Miembros del Jurado designado para la evaluación del Trabajo Especial de Grado titulado: **REDUCCIÓN DE RUIDO DIGITAL EN SEÑALES DE ELECTROCARDIOGRAMAS UTILIZANDO LA TRANSFORMADA DE WAVELET**, presentado por HERNANDO GONZÁLEZ A. para optar al Título de MAGÍSTER EN MATEMÁTICA Y COMPUTACIÓN, estimamos que el mismo reúne los requisitos para ser considerado como: APROBADO.

NOMBRE	APELLIDO	CI	FIRMA
_____	_____	_____	_____
_____	_____	_____	_____
_____	_____	_____	_____

Bárbula, Julio 2015

RECONOCIMIENTOS

A mi madre Luz, quien con su amor, dedicación y entrega ha iluminado mi camino. Esto es por ti y para ti que entregaste todo por mí, te amo madre.

A mi esposa Belkis, siempre presente en las buenas y en las malas. Cada día al mirarte siento que aprendo más a amarte, gracias por todo tu amor y comprensión Te amo mi cosita.

A mi hija Anny, le doy gracias a Dios por tenerte, eres lo más bello que tengo en mi vida. Me motivas a ser una mejor persona, todos mis triunfos son tuyos mi preciosa.

A mi hermana Alejandra, siempre estás en mi corazón y sé que cuento con tu apoyo incondicional, te amo hermanita.

A mis hermanos y camaradas Edwin y Eduardo, ustedes se han ganado todo mi respeto, amor y consideración. Gracias por su apoyo, amistad y consejos, unidos venceremos.

A mi amigo Franklin, sin tu apoyo y conocimientos no hubiese sido posible este trabajo. Eres un excelente amigo, gracias por tu amistad.

Al Prof. Carlos Jiménez por su apoyo, entrega y dedicación. Eres un ejemplo para nosotros, agradezco todos tus conocimientos y la paciencia para realizar este trabajo.

Para todos mis amigos y familiares que hacen de este mundo mejor, no imagino mi vida sin su energía y cariño.

Gracias a la vida que me ha dado tanto...

INDICE GENERAL

Introducción.....	20
-------------------	----

CAPÍTULO I

EL PROBLEMA

Planteamiento del problema.....	23
Formulación del problema.....	26
Objetivos de la investigación.....	27
Objetivo General.....	27
Objetivos Específicos.....	27
Justificación de la investigación.....	28

CAPÍTULO II

MARCO TEÓRICO REFERENCIAL

Antecedentes.....	31
Bases teóricas.....	35
Anatomía del Corazón.....	35
Sistema de Conducción Auriculoventricular del Corazón.....	36
Nociones de Electrofisiología Cardíaca.....	39
Actividad Eléctrica del Corazón.....	41
Despolarización Auricular y Ventricular.....	42
Repolarización Ventricular.....	42
Polarización.....	43
Electrocardiograma (ECG).....	44

Ondas Componentes del ECG.....	46
Contenido Frecuencial de la Señal de ECG.....	49
Derivaciones.....	50
Técnicas de Preprocesamiento.....	54
Ruido.....	55
Teorema de Fourier.....	61
Serie generalizada de Fourier.....	63
Análisis Wavelet.....	65
Definición de señal (unidimensional).....	65
Definición de Dilatación y Traslación.....	67
Definición de base de Riesz.....	67
Transformada Wavelet (TW).....	68
Análisis de Multiresolución.....	71
Tipos de Wavelet.....	79
Criterio de Umbral.....	81
Contracción suave, dura y garrote.....	82

CAPÍTULO III

MARCO METODOLÓGICO

Tipo y modalidad de investigación.....	86
Diseño de la Investigación.....	87
Población y Muestra.....	88
Técnicas e Instrumentos de Recolección de Datos.....	89
Técnica de Procesamiento y Análisis de los Datos.....	94
Procedimiento de la Investigación.....	95

CAPÍTULO IV

ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN DE RESULTADOS

4.1 Relación señal a ruido de una señal ECG.....	111
4.2 Procesamiento de la señal ECG.....	113
4.2.1 Procesamiento de la señal ECG con Db1.....	113
4.2.2 Procesamiento de la señal ECG con Db4.....	120
4.2.3 Procesamiento de la señal ECG con Db10.....	128
4.2.4 Procesamiento de la señal ECG con Symlet 5.....	137
4.2.5 Procesamiento de la señal ECG con Symlet 10.....	144
4.2.6 Procesamiento de la señal ECG con Coif5.....	154
4.3 Procesamiento de una señal ECG patológica.....	166
4.4 Procesamiento de una señal ECG normal.....	175
4.5 Análisis de señales ECG normales.....	185
4.6 Análisis de señales ECG patológicas.....	187

CAPÍTULO V

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES	190
---------------------------------------	-----

REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS	193
-----------------------------------	-----

ANEXOS	197
---------------	-----

INDICE DE FIGURAS

Figura 2.1: Anatomía Interna del Corazón.....	36
Figura 2.2: Sistema de Conducción Auriculo-Ventricular.....	38
Figura 2.3: Tipos de células cardiacas y su potencial.....	39
Figura 2.4: Sistema de conducción del Corazón y potencial de acción	40
Figura 2.5: Direcciones de los vectores de la despolarización cardiaca	41
Figura 2.6: Diseminación normal de la actividad eléctrica en el corazón	43
Figura 2.7: Modelo ideal del ciclo cardiaco.....	45
Figura 2.8: Espectro de la señal electrocardiográfica.....	49
Figura 2.9: Triángulo de Einthoven.....	51
Figura 2.10: Derivaciones electrocardiográficas unipolares.....	52
Figura 2.11: ECG Normal.....	53
Figura 2.12: Señal ECG donde aparece ruido superpuesto.....	55
Figura 2.13: Ruido Electromiográfico.....	56
Figura 2.14: Ruido de Respiración.....	57
Figura 2.15: Interferencia de la Red.....	57
Figura 2.16: Ruido Electroquirúrgico.....	58
Figura 2.17: Artefacto de Baja frecuencia.....	58
Figura 2.18: Artefacto de Alta frecuencia.....	59
Figura 2.19: Desconexión de electrodos.....	59

Figura 2.20: Variaciones de la línea de base	60
Figura 2.21: Translación y cambio de escala en la CWT.....	70
Figura 2.22: Esquema del proceso de filtrado.....	75
Figura 2.23: Proceso de decimación.....	75
Figura 2.24: Árbol de descomposición de Wavelet con 3 niveles de descomposición.	76
Figura 2.25: Análisis DWT de una señal ECG con $f_m=240$ Hz, 2048 muestras.....	77
Figura 2.26: Descomposición DWT de una señal ECG con $f_m=240$ Hz, 2048 muestras usando como Wavelet madre Daubechies 4.....	78
Figura 2.27: Coeficientes sin modificar	83
Figura 2.28 Contracción dura y Contracción suave.....	83
Figura 2.29 Contracción garrote.....	85
Figura 3.1 Aspecto de la web de PhysioBank.....	93
Figura 3.2 Diagrama de bloques del procedimiento metodológico.....	95
Figura 3.3 Señal de prueba sin ruido (a) y con ruido (b).....	98
Figura 3.4 Segmentación de la señal sin solapamiento.....	100
Figura 3.5 Segmentación de la señal con solapamiento.....	101
Figura 3.6 Señal con ruido (a), SNR sin solapamiento (b) y SNR con solapamiento (c).....	101
Figura 3.7 Señal con ruido (a), SNR sin solapamiento (b) y SNR con solapamiento, con interpolación (c).....	102
Figura 3.8 Señal con ruido (a), Ruido extraído (b) y Señal filtrada (c)...	104

Figura 3.9 Señal con ruido (a), señal filtrada nivel de descomposición 5 (b) y SNR con solapamiento (c).....	107
Figura 3.10 Señal ECG con ruido (a), Señal filtrada con Db10, nivel 12 (b), Ruido extraído (c) y SNR (d).....	108
Figura 3.11 Espectro de frecuencias de la señal ECG y la señal filtrada con Db4, nivel 12.....	110
Figura 4.1 Señal ECG con ruido (a), Señal filtrada con Db3, nivel 2 (b), Ruido extraído (c) y SNR (d).....	112
Figura 4.2 Señal ECG con ruido (a), Señal filtrada con Db1, nivel 3, contracción suave (b), Ruido extraído (c) y SNR (d).....	113
Figura 4.3 Señal ECG con ruido (a), Señal filtrada con Db1, nivel 3, contracción dura (b), Ruido extraído (c) y SNR (d).....	114
Figura 4.4 Señal ECG con ruido (a), Señal filtrada con Db1, nivel 3, contracción garrote (b), Ruido extraído (c) y SNR (d).....	114
Figura 4.5 Señal ECG con ruido (a), Señal filtrada con Db1, nivel 5, contracción suave (b), Ruido extraído (c) y SNR (d).....	115
Figura 4.6 Señal ECG con ruido (a), Señal filtrada con Db1, nivel 5, contracción dura (b), Ruido extraído (c) y SNR (d).....	116
Figura 4.7 Señal ECG con ruido (a), Señal filtrada con Db1, nivel 5, contracción garrote (b), Ruido extraído (c) y SNR (d).....	116
Figura 4.8 Señal ECG con ruido (a), Señal filtrada con Db1, nivel 10, contracción suave (b), Ruido extraído (c) y SNR (d).....	117
Figura 4.9 Señal ECG con ruido (a), Señal filtrada con Db1, nivel 10, contracción dura (b), Ruido extraído (c) y SNR (d).....	118
Figura 4.10 Señal ECG con ruido (a), Señal filtrada con Db1, nivel 10, contracción garrote (b), Ruido extraído (c) y SNR (d).....	118
Figura 4.11 Señal ECG con ruido (a), Señal filtrada con Db4, nivel 3, umbral suave (b), Ruido extraído (c) y SNR (d).....	121

Figura 4.12 Señal ECG con ruido (a), Señal filtrada con Db4, nivel 3, contracción dura (b), Ruido extraído (c) y SNR (d).....	121
Figura 4.13 Señal ECG con ruido (a), Señal filtrada con Db4, nivel 3, contracción garrote (b), Ruido extraído (c) y SNR (d).....	122
Figura 4.14 Señal ECG con ruido (a), Señal filtrada con Db4, nivel 5, contracción suave (b), Ruido extraído (c) y SNR (d).....	123
Figura 4.15 Señal ECG con ruido (a), Señal filtrada con Db4, nivel 5, contracción dura (b), Ruido extraído (c) y SNR (d).....	123
Figura 4.16 Señal ECG con ruido (a), Señal filtrada con Db4, nivel 5, contracción garrote (b), Ruido extraído (c) y SNR (d).....	124
Figura 4.17 Señal ECG con ruido (a), Señal filtrada con Db4, nivel 10, contracción suave (b), Ruido extraído (c) y SNR (d).....	125
Figura 4.18 Señal ECG con ruido (a), Señal filtrada con Db4, nivel 10, contracción dura (b), Ruido extraído (c) y SNR (d).....	125
Figura 4.19 Señal ECG con ruido (a), Señal filtrada con Db4, nivel 10, contracción garrote (b), Ruido extraído (c) y SNR (d).....	126
Figura 4.20 Señal ECG con ruido (a), Señal filtrada con Db10, nivel 3, contracción suave (b), Ruido extraído (c) y SNR (d).....	128
Figura 4.21 Señal ECG con ruido (a), Señal filtrada con Db10, nivel 3, contracción dura (b), Ruido extraído (c) y SNR (d).....	129
Figura 4.22 Señal ECG con ruido (a), Señal filtrada con Db10, nivel 3, contracción garrote (b), Ruido extraído (c) y SNR (d).....	129
Figura 4.23 Señal ECG con ruido (a), Señal filtrada con Db10, nivel 5, contracción suave (b), Ruido extraído (c) y SNR (d).....	130
Figura 4.24 Señal ECG con ruido (a), Señal filtrada con Db10, nivel 5, contracción dura (b), Ruido extraído (c) y SNR (d).....	131
Figura 4.25 Señal ECG con ruido (a), Señal filtrada con Db10, nivel 5, contracción garrote (b), Ruido extraído (c) y SNR (d).....	131

Figura 4.26 Señal ECG con ruido(a), Señal filtrada con Db10, nivel 10, contracción suave (b), Ruido extraído (c) y SNR (d).....	132
Figura 4.27 Señal ECG con ruido (a), Señal filtrada con Db10, nivel 10 contracción dura (b), Ruido extraído (c) y SNR (d).....	133
Figura 4.28 Señal ECG con ruido (a), Señal filtrada con Db10, nivel 10 contracción garrote (b), Ruido extraído (c) y SNR (d).....	133
Figura 4.29 Espectro de frecuencias con Db10 y nivel 3.....	134
Figura 4.30 Espectro de frecuencias con Db10 y nivel 5.....	135
Figura 4.31 Espectro de frecuencias con Db10 y nivel 10.....	135
Figura 4.32 Señal ECG con ruido (a), Señal filtrada con sym5, nivel 3, contracción suave (b), Ruido extraído (c) y SNR (d).....	137
Figura 4.33 Señal ECG con ruido (a), Señal filtrada con sym5, nivel 3, contracción dura (b), Ruido extraído (c) y SNR (d).....	138
Figura 4.34 Señal ECG con ruido (a), Señal filtrada con sym5, nivel 3, contracción garrote (b), Ruido extraído (c) y SNR (d).....	138
Figura 4.35 Señal ECG con ruido (a), Señal filtrada con sym5, nivel 5, contracción suave (b), Ruido extraído (c) y SNR (d).....	139
Figura 4.36 Señal ECG con ruido (a), Señal filtrada con sym5, nivel 5, contracción dura (b), Ruido extraído (c) y SNR (d).....	140
Figura 4.37 Señal ECG con ruido (a), Señal filtrada con sym5, nivel 5, contracción garrote (b), Ruido extraído (c) y SNR (d).....	140
Figura 4.38 Señal ECG con ruido (a), Señal filtrada con sym5, nivel 10 contracción suave (b), Ruido extraído (c) y SNR (d).....	141
Figura 4.39 Señal ECG con ruido (a), Señal filtrada con sym5, nivel 10 contracción dura (b), Ruido extraído (c) y SNR (d).....	142
Figura 4.40 Señal ECG con ruido (a), Señal filtrada con sym5, nivel 10 contracción garrote (b), Ruido extraído (c) y SNR (d).....	142

Figura 4.41 Señal ECG con ruido (a), Señal filtrada con sym10, nivel 3 contracción suave (b), Ruido extraído (c) y SNR (d).....	145
Figura 4.42 Señal ECG con ruido (a), Señal filtrada con sym10, nivel 3 contracción dura (b), Ruido extraído (c) y SNR (d).....	145
Figura 4.43 Señal ECG con ruido (a), Señal filtrada con sym10, nivel 3 contracción garrote (b), Ruido extraído (c) y SNR (d).....	146
Figura 4.44 Señal ECG con ruido (a), Señal filtrada con sym10, nivel 5 contracción suave (b), Ruido extraído (c) y SNR (d).....	147
Figura 4.45 Señal ECG con ruido (a), Señal filtrada con sym10, nivel 5 contracción dura (b), Ruido extraído (c) y SNR (d).....	147
Figura 4.46 Señal ECG con ruido (a), Señal filtrada con sym10, nivel 5 contracción garrote (b), Ruido extraído (c) y SNR (d).....	148
Figura 4.47 Señal ECG con ruido(a), Señal filtrada con sym10, nivel10 contracción suave (b), Ruido extraído (c) y SNR (d).....	149
Figura 4.48 Señal ECG con ruido(a), Señal filtrada con sym10, nivel10 contracción dura (b), Ruido extraído (c) y SNR (d).....	149
Figura 4.49 Señal ECG con ruido(a), Señal filtrada con sym10, nivel10 contracción garrote (b), Ruido extraído (c) y SNR (d).....	150
Figura 4.50 Espectro de frecuencias con sym10 y nivel 3.....	151
Figura 4.51 Espectro de frecuencias con sym10 y nivel 5.....	152
Figura 4.52 Espectro de frecuencias con sym10 y nivel 10.....	152
Figura 4.53 Señal ECG con ruido (a), Señal filtrada con coif5, nivel 3, contracción suave (b), Ruido extraído (c) y SNR (d).....	154
Figura 4.54 Señal ECG con ruido (a), Señal filtrada con coif5, nivel 3, contracción dura (b), Ruido extraído (c) y SNR (d).....	155
Figura 4.55 Señal ECG con ruido (a), Señal filtrada con coif5, nivel 3, contracción garrote (b), Ruido extraído (c) y SNR (d).....	155

Figura 4.56 Señal ECG con ruido (a), Señal filtrada con coif5, nivel 5, contracción suave (b), Ruido extraído (c) y SNR (d).....	156
Figura 4.57 Señal ECG con ruido (a), Señal filtrada con coif5, nivel 5, contracción dura (b), Ruido extraído (c) y SNR (d).....	157
Figura 4.58 Señal ECG con ruido (a), Señal filtrada con coif5, nivel 5, contracción garrote (b), Ruido extraído (c) y SNR (d).....	157
Figura 4.59 Señal ECG con ruido (a), Señal filtrada con coif5, nivel 10, contracción suave (b), Ruido extraído (c) y SNR (d).....	158
Figura 4.60 Señal ECG con ruido (a), Señal filtrada con coif5, nivel 10, contracción dura (b), Ruido extraído (c) y SNR (d).....	159
Figura 4.61 Señal ECG con ruido (a), Señal filtrada con coif5, nivel 10, contracción garrote (b), Ruido extraído (c) y SNR (d).....	159
Figura 4.62 Espectro de frecuencias con coif5 y nivel 3.....	160
Figura 4.63 Espectro de frecuencias con coif5 y nivel 5.....	161
Figura 4.64 Espectro de frecuencias con coif5 y nivel 10.....	161
Figura 4.65 Señal ECG19e24 con ruido(a), Señal filtrada con Db10, nivel 10, contracción suave (b), Ruido extraído(c) y SNR (d).....	164
Figura 4.66 SNR de la señal ECG 109 con Db1.....	166
Figura 4.67 SNR de la señal ECG 109 con Db4.....	168
Figura 4.68 SNR de la señal ECG 109 con Db10.....	169
Figura 4.69 SNR con Db1, Db4 y Db10, nivel de descomposición 10 para la señal ECG 109.....	170
Figura 4.70 SNR de la señal ECG 109 con sym5.....	171
Figura 4.71 SNR de la señal ECG 109 con sym10.....	172
Figura 4.72 SNR con sym5 y sym10, nivel de descomposición 10 para la señal ECG 109.....	174
Figura 4.73 SNR de la señal ECG 109 con Coif5.....	174
Figura 4.74 SNR de la señal ECG 18177 con Db1.....	176

Figura 4.75 SNR de la señal ECG 18177 con Db4.....	177
Figura 4.76 SNR de la señal ECG 18177 con Db10.....	178
Figura 4.77 SNR con Db1, Db4 y Db10, nivel de descomposición 10 para la señal ECG 18177.....	180
Figura 4.78 SNR de la señal ECG 18177 con sym5.....	180
Figura 4.79 SNR de la señal ECG 18177 con sym10.....	182
Figura 4.80 SNR con sym5 y sym10, nivel de descomposición 10 para la señal ECG 18177.....	183
Figura 4.81 SNR de la señal ECG 18177 con Coif5.....	184
Figura 4.82 SNR de las tres primeras señales ECG normales con Db10, nivel 10 y contracción suave.....	186
Figura 4.83 SNR de las señales ECG normales 4, 5 y 6 con Db10, nivel 10 y contracción suave.....	186
Figura 4.84 SNR de las tres últimas señales ECG normales con Db10, nivel 10 y contracción suave.....	187
Figura 4.85 SNR de las tres primeras señales ECG patológicas con Db10, nivel 10 y contracción suave.....	188
Figura 4.86 SNR de las señales ECG patológicas 4, 5 y 6 con Db10, nivel 10 y contracción suave.....	189
Figura 4.87 SNR de las tres últimas señales ECG patológicas con Db10, nivel 10 y contracción suave.....	189

INDICE DE TABLAS

Tabla 2.1 Intervalos electrocardiográficos.....	48
Tabla 2.2 Familias Wavelet disponibles en Matlab.....	79
Tabla 2.3 Algunas Wavelet Madre.....	80
Tabla 4.1 SNR de la señal ECG 18e24 con Db1.....	120
Tabla 4.2 SNR de la señal ECG 18e24 con Db4.....	127
Tabla 4.3 SNR de la señal ECG 18e24 con Db10.....	136
Tabla 4.4 SNR de la señal ECG 18e24 con Sym5.....	143
Tabla 4.5 SNR de la señal ECG 18e 24 con Sym10.....	153
Tabla 4.6 SNR de la señal ECG 18e24 con Coif5.....	162
Tabla 4.7 Relación señal a ruido de la señal ECG 19e24 con db1, db4 y db10.....	163
Tabla 4.8 Relación señal a ruido de la señal ECG 19e24 utilizando sym5, sym10 y coif 5.....	165
Tabla 4.9 SNR de la señal patológica ECG 109 con Db1.....	167
Tabla 4.10 SNR de la señal patológica ECG 109 con Db4.....	168
Tabla 4.11 SNR de la señal patológica ECG 109 con Db10.....	169
Tabla 4.12 SNR de la señal patológica ECG 109 con sym5.....	172
Tabla 4.13 SNR de la señal patológica ECG 109 con sym10.....	173
Tabla 4.14 SNR de la señal patológica ECG 109 con Coif5.....	175

Tabla 4.15 SNR de la señal normal ECG 18177 con Db1.....	176
Tabla 4.16 SNR de la señal normal ECG 18177 con Db4.....	177
Tabla 4.17 SNR de la señal normal ECG 18177 con Db10.....	179
Tabla 4.18 SNR de la señal normal ECG 18177 con sym5.....	181
Tabla 4.19 SNR de la señal normal ECG 18177 con sym10.....	182
Tabla 4.20 SNR de la señal normal ECG 18177 con Coif5.....	184
Tabla 4.21 Relación señal a ruido de señales ECG normales analizadas con Db10, nivel 10 y contracción suave.....	185
Tabla 4.22 Relación señal a ruido de señales ECG patológicas analizadas con Db10, nivel 10 y contracción suave.....	188

RESUMEN

REDUCCIÓN DE RUIDO DIGITAL EN SEÑALES DE ELECTROCARDIOGRAMAS UTILIZANDO LA TRANSFORMADA DE WAVELET

Autor: Ing. Hernando González A.

Tutor: Ing. MSc: Carlos Jiménez.

El presente trabajo tiene como objetivo reducir el ruido digital en señales Electrocardiográficas utilizando la Transformada de Wavelet. Para alcanzar el objetivo general se seleccionaron tres familias wavelet: Daubechies, Symlets y Coiflets, así mismo para el proceso de umbralizado se tomaron tres tipos de contracciones: suave, dura y garrote. También se consideró otro parámetro importante para el filtrado como es el nivel de descomposición. Se desarrolló un algoritmo para el cálculo de la transformada de Wavelet y el proceso de umbralización. Además, la realización de esta investigación implicó el desarrollo e implementación de rutinas específicas, principalmente para el umbralizado con la contracción garrote y el cálculo de la relación señal a ruido SNR. Una vez desarrollados los algoritmos se hicieron las pruebas necesarias para evaluar el efecto de la aplicación de la transformada de Wavelet en el proceso de filtrado de una señal de prueba y así validar los mencionados algoritmos. Luego de validar el procedimiento se le aplicó a algunas señales de ECG normales y patológicas tomadas de la base de datos de Physionet y se evaluó el efecto del filtrado mediante indicadores como la relación señal a ruido y se analizó cual Wavelet madre se adapta mejor a la señal ECG, que contracción logra un mejor resultado en el filtrado de la señal y que nivel de descomposición permite obtener un mejor resultado.

PALABRAS CLAVES: Transformada de Wavelet, umbralizado, Filtrado de Señales Electrocardiográficas, contracciones: suave, dura y garrote.

Fecha: Julio 2015

INTRODUCCIÓN

Actualmente en la investigación biomédica y la electromedicina se encuentran diferentes profesionales como: médicos, biólogos, laboratoristas, etc. que han de relacionarse con un conjunto de datos obtenidos de instrumentos electrónicos, que a veces es la única manera de evaluar a los pacientes. Por ello debe existir un correcto procesamiento y análisis de los datos adquiridos a fin de obtener la correcta señal de los instrumentos y la información adecuada. En el caso particular de la cardiología, busca detectar enfermedades cardiovasculares a través de métodos no invasivos que eviten el mínimo riesgo para el paciente y a su vez entreguen la mayor cantidad de información para analizar la señal, el electrocardiograma es uno de los exámenes más empleados hoy en día puesto que cumple con estas características.

Es bien conocida la importancia de la señal electrocardiográfica (ECG) para el diagnóstico de multitud de enfermedades cardíacas, tanto mediante inspección visual como mediante técnicas de inspección automática. Al igual que en el análisis de cualquier otra señal, la calidad y cantidad de información obtenida dependerá de propiedades tales como la relación señal-ruido (SNR), la resolución del conversor analógico-digital, la frecuencia de muestreo, etc. Por esta razón y previamente a su tratamiento automatizado, resulta extremadamente importante que la señal nos proporcione una información con la calidad adecuada, máxime si se tiene en cuenta que el diagnóstico de ciertas enfermedades cardiovasculares graves depende de ello.

En este sentido, la transformada wavelet es una herramienta útil dentro de las investigaciones, en las distintas áreas de la ciencia, por su ventaja para la estimación y el análisis de señales en el tiempo y en la frecuencia simultáneamente. Cabe señalar que dentro de los usos de esta herramienta se puede nombrar: el análisis local de señales no estacionarias, el análisis de señales de voz, sísmicas, de sonido; así como también para la comprensión y procesamiento digital de imágenes y reconocimientos de patrones.

Lo señalado anteriormente cobra importancia ya que en el caso particular de la señal bioeléctrica de naturaleza cardíaca registrada en el Electrocardiograma (ECG) contiene en su mayoría ruido originado por el electrocardiógrafo o por interferencias de red, que difícilmente puede ser eliminado o reducido totalmente por filtros analógicos convencionales. Pero, la práctica de experiencias en el campo de la bio-ingeniería ha revelado que el paso de la señal analógica a un formato digital y, su posterior tratamiento con bancos de filtros digitales minimiza su distorsión y maximiza la cantidad de ruido eliminado, para ello la Transformada Wavelet Discreta (TWD) es uno de los métodos más utilizados, ya que permite analizar la señal en el tiempo y frecuencia simultáneamente, además se pueden extraer parámetros que permitan determinar si la señal pertenece a un paciente sano o a un paciente con alguna patología y la eficiencia computacional de la transformada de Wavelet (TW) en el tratamiento de datos es superior al de la transformada de Fourier.

Por lo anteriormente expuesto en este trabajo se desarrolla un conjunto de algoritmos para evaluar el desempeño de la Transformada Wavelet en el procesamiento de señales biomédicas, específicamente electrocardiogramas,

y el efecto que produce el cambio de parámetros tales como el tipo de contracción y el nivel de descomposición con la finalidad de compararlos y observar cual arroja mejores resultados en cuanto a la reducción del ruido. La mayoría de trabajos revisados utilizan la base de datos del MIT (Massachusetts Institute of Technology), con el fin de realizar pruebas tanto de sistemas para el procesamiento de señales ECG como para validar sistemas de identificación de patrones anormales en estas. Es por ello, que el primer paso de este trabajo fue orientado a obtener las señales cardiacas de los registros de la base de datos disponible en *Physionet*.

El presente trabajo está dividido en cinco capítulos, en el primer capítulo se presenta una descripción detallada del problema a resolver, los objetivos propuestos en esta investigación y su justificación. En el segundo capítulo se describen los trabajos realizados anteriormente en el área de análisis de señales de ECG y el uso de la Transformada de Wavelet. Luego se mencionan algunos conceptos básicos, se describen las principales características de la señal ECG que ayudarán a comprender las razones que han llevado a utilizar los métodos y algoritmos presentados en capítulos posteriores y los fundamentos que permiten comprender el funcionamiento de las técnicas que se emplearon en este trabajo. Posteriormente en el tercer capítulo se describen los aspectos metodológicos propuestos para llevar a cabo la investigación. En el cuarto capítulo se presenta el desarrollo y los resultados de la investigación. Posteriormente el capítulo quinto se dedica a presentar las conclusiones derivadas de las pruebas realizadas y finalmente se detallará la bibliografía utilizada para elaborar esta investigación.

CAPÍTULO I

EL PROBLEMA

Planteamiento del Problema

El análisis de señales con el objetivo de determinar características relacionadas con los procesos físicos o biológicos que las producen ha sido siempre un tema de interés en el área de procesamiento de señales y esto ha generado diversas técnicas, entre ellas la representación de señales en el dominio del tiempo, la Transformada de Fourier, la Transformada de Wavelet, entre otras.

Particularmente, el electrocardiograma (ECG) es un registro gráfico de señal analógica en la actividad eléctrica de las células del corazón. Dicha actividad, es captada y ampliada por un dispositivo electrónico llamado electrocardiógrafo, el cual es el instrumento principal de la electrofisiología cardíaca y tiene una función relevante en la selección y diagnóstico de las enfermedades cardiovasculares, alteraciones metabólicas y la predisposición a una muerte súbita cardíaca; así como también es útil para conocer la duración del ciclo cardíaco.

Por otra parte, es importante resaltar que desde la aparición de los ECGs como método de diagnóstico de cardiopatías, ha sido fundamental realizar una correcta apreciación de la información contenida en éstos, incluso

cuando tienen ruido. En este sentido Mora, M (2008:26) afirma que “los factores de ruido más comunes en un ECG, son los debidos a movimientos del paciente, inadecuado manejo del equipo, a la interferencia de la línea eléctrica y a los métodos de digitalización de los mismos”.

Dicho de otro modo, “las señales ECG pueden ser alteradas por perturbaciones, que contaminan el contenido de información y disminuyen la efectividad en las tareas de clasificación y reconocimiento, orientadas al diagnóstico automatizado de diversas patologías” Orozco M (2003:2). Es por ello que en la actualidad existen técnicas en las cuales la señal analógica es pasada a un formato digital y, posteriormente es tratada con un banco de filtros digitales reduciendo de esta forma el ruido que presentaba originalmente.

De allí la importancia que tiene el estudio y análisis de diferentes señales en las áreas de la ciencia e ingeniería. Dentro de este marco, los algoritmos para reducir ruido en señales basados en el análisis utilizando la Transformada de Wavelet (TW) fueron iniciados por Donoho y Johnstone en los Estados Unidos y Picard y Kerkyacharian en Francia. Existen investigadores que hacen referencia a la importancia del filtrado de una señal mediante la TW, en este sentido Jiménez, C. (2005:30) menciona que: “la TW permite realizar un análisis de múltiple resolución (MRA), lo cual analiza la señal con resolución diferente a diferentes frecuencias”.

En este orden de ideas el análisis de señales con la Transformada de Wavelet es equivalente a un proceso de filtrado, donde se realiza una

descomposición de la señal obteniéndose los coeficientes de aproximación (A) asociados a los componentes de baja frecuencia y los coeficientes de detalle (D) asociados a los componentes de alta frecuencia. Además Vega, C. (2003:1) en cuanto a la Transformada de Wavelet afirma que: “el análisis wavelet de una función proporciona una descomposición en componentes de frecuencia-tiempo. Como consecuencia, a través de dichas componentes se puede cuantificar el peso de distintas frecuencias a lo largo del tiempo”.

Es por ello que en el análisis de señales biomédicas se utilizan técnicas de procesamiento digital de señales con el objetivo de identificar y caracterizar la calidad de las mismas mediante ciertos parámetros. Además a juicio de Mora, M (2008:26) “los filtros digitales son ampliamente utilizados en casi todas las áreas del procesamiento digital de señales debido a su baja sensibilidad al ruido y su alta exactitud, lo que los convierte en una alternativa útil para el procesamiento de un ECG”.

Con respecto al procesamiento de señales biomédicas, los intervalos entre las diversas ondas en el ECG de humanos han sido estudiadas por décadas y se ha destacado la importancia de realizar un análisis adecuado de un ECG, ya que un ECG afectado por ruido podría confundir la correcta apreciación del mismo, y por ende, tener un diagnóstico de actividad cardíaca impreciso o errado. En este contexto Mora, M (2008:27) plantea que: “es necesario filtrar un ECG cuando éste es interferido por ruido con la finalidad de identificar diferentes parámetros incluidos en la señal, tales como el complejo QRS y otros tipos de ondas como las P, T, etc.”, esta información es importante para médicos y especialistas para la correcta interpretación del ECG.

Es importante resaltar que para llevar a cabo el filtrado de una señal se debe analizar el tipo de ruido que se desea atenuar y dependiendo de esto, seleccionar un filtro adecuado que impida o permita pasar las frecuencias bajas, altas o intermedias. De allí la importancia de abordar el tema del análisis de la reducción de ruido digital en un ECG, para ello hay que seleccionar óptimo valor de umbral, un buen nivel de descomposición de la señal y una buena base wavelet.

Una de las principales ventajas de este método es su facilidad de implementación en un programa computacional, que a su vez es una condición básica para su aplicación ya que para el análisis de una señal deben efectuarse un número muy elevado de operaciones. No obstante, esta cantidad de cálculos no es una limitación con las computadoras estándar actuales.

Formulación del Problema

Sobre la base de todo lo anteriormente descrito se hace el siguiente planteamiento: ¿De qué forma se puede reducir el ruido digital en señales de electrocardiogramas utilizando la Transformada de Wavelet?

Objetivos de la Investigación

Objetivo General

Reducir el ruido digital en señales Electrocardiográficas utilizando la Transformada de Wavelet.

Objetivos Específicos

Seleccionar los parámetros y el tipo de wavelets a utilizar para el procesamiento de las señales de ECG.

Seleccionar el proceso de filtrado a aplicar a las señales de ECG.

Evaluar el efecto de la aplicación de la Transformada de Wavelet en el proceso de filtrado de señales de ECG mediante indicadores.

Justificación de la Investigación

Relevancia Social

La teoría de Wavelets tiene aplicaciones reales que comprenden la detección de discontinuidades y puntos de ruptura en las señales, la identificación de frecuencias puras, la reducción de ruidos en señales biomédicas, la comprensión de señales, aproximación de funciones, métodos espectrales para resolver ecuaciones diferenciales, análisis de fluidos turbulentos, entre otras aplicaciones. Con la aplicación de la transformada de Wavelet se analiza la señal a procesar y esto permite identificar su contenido espectral y determinar totalmente las características de la señal y su comportamiento en el tiempo, por medio de un espectrograma.

La reducción de ruido en las señales de ECG forma parte de estos problemas, por tal motivo surge la necesidad de aplicar la transformada Wavelet para el análisis de las mencionadas señales y así contribuir de manera directa al incremento de los conocimientos que se tienen sobre la aplicación de esta herramienta, los cuales podrían ser aplicados en el área biomédica y en otras áreas de la Ingeniería.

Igualmente a través del proceso de filtrado de la señal de ECG se busca mejorar la clasificación y características de las mismas, para permitir la correcta apreciación, por parte de los expertos, del ECG y por lo tanto tener

un diagnóstico preciso y que permita identificar las posibles patologías que pudieran estar presentes.

Además, el resultado de esta investigación podría ser empleado en futuras investigaciones que se centren en la clasificación de señales de ECG; así como también, para el desarrollo de materiales instruccionales computarizados que sirvan de apoyo didáctico para el estudio de aspectos importantes del análisis de señales mediante la transformada Wavelet.

Relevancia Metodológica

La Transformada de Wavelet presenta ventajas sobre la Transformada de Fourier, ya que a diferencia de lo que ocurre en el análisis de Fourier, el análisis wavelet proporciona simultáneamente información en los dominios de frecuencias y tiempos. De esta forma, para funciones que presenten un comportamiento en el dominio de frecuencias que sea cambiante a lo largo del tiempo, el análisis wavelet proporcionará una descripción más fidedigna que la que pudiera proporcionar el análisis de Fourier. Los resultados de esta investigación podrían representar un aporte para establecer lineamientos en el estudio y análisis de señales de ECG mediante la transformada Wavelet y el efecto que produce el cambio de ciertos parámetros tales como: el tipo de contracción (suave, dura y garrote) y el nivel de descomposición en la reducción del ruido presente en las mencionadas señales.

Relevancia Práctica

La investigación mostrará resultados que permitan establecer lo apropiado del uso de la Transformada de Wavelet para el análisis y reducción de ruido de señales de Electrocardiogramas.

Por otra parte, este trabajo permitirá aplicar la transformada de Wavelet para analizar su potencialidad en el procesamiento y extracción de características de señales de Electrocardiogramas.

Así mismo los resultados que arroje esta investigación podrían tener su aplicación equivalente en el análisis de otro tipo de señales como sísmicas, de voz, de caudal, entre otras.

CAPÍTULO II

MARCO TEÓRICO REFERENCIAL

En este capítulo se presenta una revisión de algunos trabajos realizados sobre el problema en estudio y el aporte de estos trabajos para fundamentar esta investigación. Posteriormente, se explican los conceptos y términos relacionados con el análisis de señales utilizando la transformada Wavelet, las características más importantes de la señal electrocardiográfica y las consideraciones necesarias para la reducción de ruido en señales ECG.

Antecedentes

La necesidad del estudio, análisis y procesamiento de señales ha llevado a la realización de diversas investigaciones para el desarrollo de herramientas basadas en la transformada de Wavelet. Estos estudios se han realizado en áreas como análisis y procesamiento de señales: comprensión, clasificación, limpieza de ruido, análisis transitorio, análisis tiempo frecuencia, en diversas disciplinas tales como medicina, acústica, sismología, robótica, etc. A continuación se mencionan algunas investigaciones publicadas en esta área que serán de gran utilidad para este trabajo:

Faundez Pablo y Fuentes Álvaro (2002) **Procesamiento Digital de Señales Acústicas utilizando Wavelets**, presentan la teoría de wavelets y el análisis multiresolución dentro del cual se desarrolla la transformada

discreta de wavelets. Se aplica la TW en el procesamiento digital de señales acústicas y la reducción de ruido utilizando métodos estadísticos. El principal aporte del mencionado trabajo para esta investigación es la descripción del método de la TW, la metodología aplicada y el proceso de reducción de ruido sobre una señal real.

Gallardo José (2011) publica el trabajo **Procesamiento de Señales Electrocardiográficas mediante la Transformada de Wavelet, para el Estudio de la Variabilidad de la Frecuencia Cardíaca** donde presenta un algoritmo para la detección de la onda R, en la señal electrocardiográfica, mediante procesamiento digital utilizando como herramienta la TW para el estudio de variabilidad de la frecuencia cardíaca. El principal aporte del citado trabajo es que comprueba la eficiencia de la TW para detectar la onda R y su utilidad para procesar señales de ECG.

Jiménez C. (2004). **Análisis de la relación señal a ruido de la voz, utilizando la transformada de Wavelet.** En esta investigación se utiliza la transformada de wavelet para filtrar las señales de voces tanto sanas como patológicas, para posteriormente obtener la relación señal a ruido. En el proceso se utilizan diferentes bases wavelet y distintos niveles de descomposición y finalmente se compara la relación señal a ruido para las dos clases de señales. De este proyecto se analizará la metodología utilizada para la aplicación de la transformada de wavelet y la obtención de la relación señal a ruido, aunque la mencionada investigación trabaja con señales de voz esto se puede transpolar a señales de ECG.

Jiménez C. y Jiménez J. (2010). **Clasificación de señales de voz utilizando Transformada de Wavelet y Máquinas de Vectores de Soporte.** En este trabajo se diseñó un procedimiento destinado a la clasificación de señales de voz entre sanas y patológicas, dicho diseño consistió en procesar la señal de voz aplicándole la transformada wavelet para extraerle los parámetros característicos a la señal obtenida, luego, para realizar la clasificación de las señales de voz se aplicaron estos parámetros a una máquina de vectores de soporte. Esta investigación contribuye al conocimiento del principio de funcionamiento de la TW.

Micó Pau, (2005) en sus tesis doctoral titulada **Nuevos Desarrollos y Aplicaciones basados en los métodos estocásticos para el agrupamiento no supervisado de latidos en señales electrocardiográficas** presenta la reducción del número de latidos a examinar en un registro electrocardiográfico de larga duración (Holter), mediante técnicas de agrupamiento no supervisado. Como técnica de extracción de características utiliza la aproximación poligonal y en la etapa de reducción de características, utiliza un método estocástico basado en los modelos ocultos de Markov y uno estadístico basado en el análisis de componentes principales. De esta investigación se analizarán las técnicas de procesamiento y los parámetros utilizados para estudiar una señal de ECG.

Mora M, Casillas F, Muñoz J y col. (2008) muestran en el artículo **Reducción de ruido digital en señales ECG utilizando filtraje por convolución** una implementación de diferentes ventanas de convolución para obtener un perfil geométrico tipo pasa-bajos utilizando funciones con una estructura matemática básica. De este artículo se analizarán los

parámetros utilizados para identificar una señal de ECG, así como establecer comparaciones entre la reducción de ruido logrado al aplicar convolución y al aplicar la TW.

Vega Cristóbal (2003), en sus tesis doctoral titulada **Aplicación de técnicas Wavelet al análisis de series temporales** desarrolla una aplicación de las técnicas wavelet al análisis de series temporales mediante un procedimiento de estimación de la señal o, equivalente, de eliminación de ruido mediante wavelets, basado en el principio LDM y en la contracción garrote. El principal aporte de este trabajo es el conocimiento de la metodología aplicada para el filtrado y análisis de señales, además de fundamentar las bases teóricas para aplicar la contracción garrote.

Yusti Franklin (2010), en su trabajo de ascenso **Aplicación de librerías de funciones para calcular la transformada de Wavelet en SCILAB en el cálculo de la potencia eléctrica para señales bajo condiciones no sinusoidales** muestra una aplicación de la transformada wavelet en el cálculo de la potencia eléctrica en el caso sinusoidal y se hacen comparaciones con el cálculo de la potencia mediante las formulas, además se extiende al caso no sinusoidal. De esta investigación se utilizará la rutina y metodología implementada para la descomposición de una señal en distintos niveles de aproximación y detalle.

Bases Teóricas

A continuación se describen las características más importantes de la señal ECG, así como los fundamentos básicos de la Transformada Wavelet. Resulta evidente que para un estudio completo de las señales ECG se requiere un nivel de detalle mucho mayor, objetivo que queda fuera del ámbito de este trabajo. En este caso, sólo se necesita de un conocimiento básico de las principales formas de onda que en ella aparecen para poder interpretar los resultados que se expondrán posteriormente.

Anatomía del Corazón

El corazón humano es un órgano musculoso, hueco y cónico ubicado en la cavidad torácica, elemento esencial y principal del sistema circulatorio (formado por el corazón y los vasos sanguíneos); a saber, la sangre es un tejido líquido, compuesto por agua, sustancias disueltas y células sanguíneas de color rojo, viscoso, salado y olor especial que circula por todo el organismo para llevar los nutrientes y oxígeno a las células, además, recoge los desechos que han de ser eliminado por los riñones, pulmones, etc. En este sentido, el corazón dentro la estructura del sistema circulatorio funciona como dos bombas unísonas de cuatro cavidades que impulsa la sangre por todo el cuerpo humano, es por eso que, late aproximadamente unas setenta a ochenta veces por minuto, porque él se ajusta a un movimiento periódico de $\frac{\text{ciclo}}{0,8s} \times \frac{60s}{\text{min}} = 75 \frac{\text{ciclo}}{\text{min}}$, y bombea todos los días unos 10.000 litros de sangre. El corazón se compone de dos cavidades superiores llamadas

aurículas y dos inferiores denominados ventrículos, separadas por una pared muscular denominada tabique. Las partes del corazón normalmente se contraen en una secuencia ordenada: a la contracción de las aurículas (sístole auricular) le sigue la contracción de los ventrículos (sístole ventricular) y durante la diástole las cuatro cámaras se relajan.

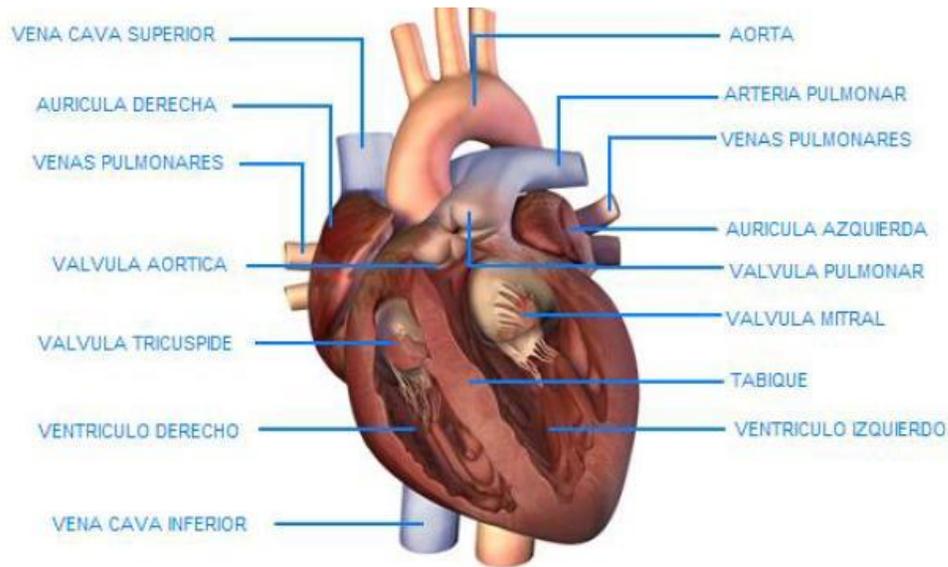


Figura 2.1 Anatomía Interna del Corazón.

Fuente: www.3dscience citado por Andrade S, Navarrete, M (2006).

Sistema de Conducción Auriculoventricular del Corazón

Un latido cardíaco es una acción de bombeo que toma aproximadamente un segundo. A medida que se va acumulando sangre en las aurículas se produce una contracción en las mismas que impulsa la sangre a través de las válvulas Tricúspide y Mitral hacia las cavidades inferiores que se encuentran en reposo (ventrículos derecho e izquierdo). Esta contracción se origina a partir de un impulso eléctrico generado en el nodo Sinusal (SA).

El sistema de conducción eléctrica del corazón permite que el impulso generado en el nodo sinusal (SA) sea propagado y estimule al miocardio (el músculo cardíaco), causando su contracción. Consiste en una estimulación coordinada del miocardio que permite la eficaz contracción del corazón, permitiendo de ese modo que la sangre sea bombeada por todo el cuerpo.

Las partes del corazón normalmente se contraen en una secuencia ordenada: a la contracción de las aurículas (sístole auricular) le sigue la contracción de los ventrículos (sístole ventricular) y durante la diástole las cuatro cámaras se relajan. El latido cardíaco se origina en un **sistema de conducción cardíaco** especializado y se extiende a través de este sistema a todas las partes del miocardio. Las estructuras que conforman el sistema de conducción (figura 2.2) son el **nodo sinoauricular** (nodo SA), las **vías auriculares internodales**, el **nodo AV**, el **haz de His** y sus ramas y el **sistema de Purkinje**.

Las diversas partes del sistema de conducción y algunas partes del miocardio son capaces de descargar en forma espontánea, presentándose las descargas estas últimas sólo en condiciones anormales. Sin embargo, el nodo SA descarga con mayor rapidez, la despolarización se extiende a otras regiones antes que éstas descarguen en forma espontánea. Por tanto, el nodo SA es el **marcapasos cardíaco** normal, su frecuencia de descarga determina la velocidad a la que latirá el corazón. Los impulsos generados en el nodo SA pasan a través de las vías auriculares al nodo AV, y de éste al haz de His y a través de las ramas de dicho haz al sistema de Purkinje hasta el músculo ventricular.

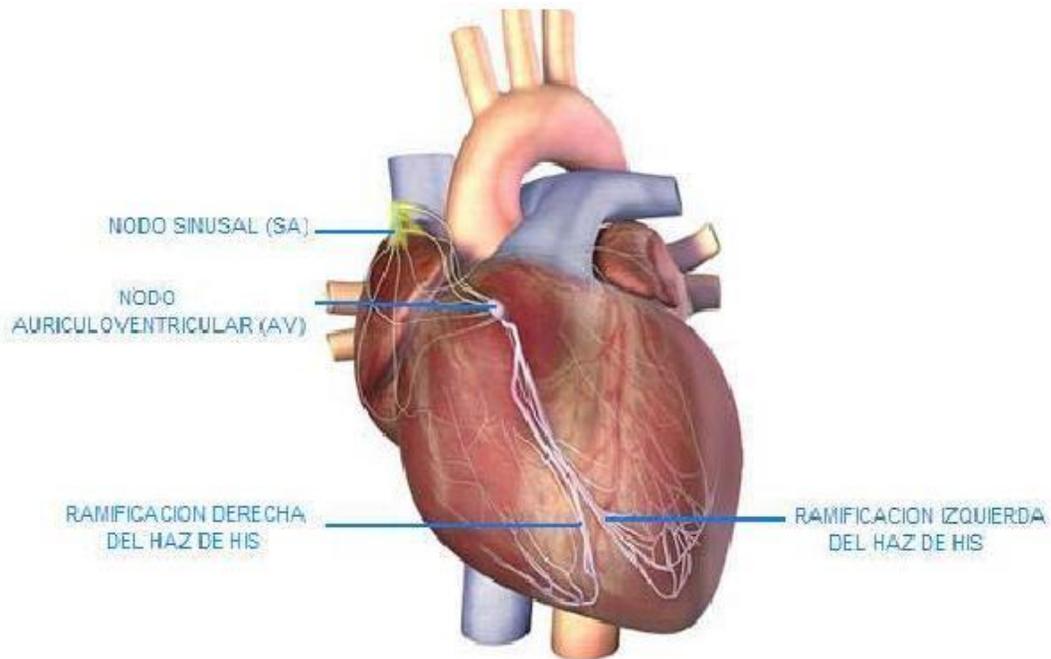


Figura 2.2 Sistema de Conducción Aurículo-Ventricular.
Fuente: www.3dscience citado por Andrade S, Navarrete, M (2006).

Las señales eléctricas enviadas por el nódulo SA se propagan por una vía de conducción eléctrica hasta el nodo auriculoventricular (AV), el cual, retrasa el impulso cardiaco hasta que los ventrículos estén llenos de sangre; luego de cerrarse firmemente las válvulas tricúspide y mitral para impedir el retorno de sangre, el impulso eléctrico pasa del nodo auriculoventricular al haz de His y el sistema de Purkinje (figura 2.2), los cuales estimulan la contracción de los ventrículos y abren las válvulas pulmonar y aórtica. Al mismo tiempo que el ventrículo derecho impulsa sangre a los pulmones para oxigenarla, fluye sangre rica en oxígeno del ventrículo izquierdo al corazón y a otras partes del cuerpo. Cuando la sangre pasa a la arteria pulmonar y aorta, los ventrículos se relajan y las válvulas pulmonar y aórtica se cierran. Al reducirse la presión en los ventrículos se abren las válvulas tricúspide y mitral y el ciclo comienza de nuevo.

Nociones de Electrofisiología Cardíaca

El corazón esta conformado por dos tipos de células:

- Células automáticas o de respuesta lenta (nodo SA).
- Células no automáticas o de respuesta rápida (masa muscular).

De acuerdo con González, J, las células de respuesta lenta, además de conducir el impulso eléctrico poseen la propiedad de generarlo de forma espontánea. Las células de respuesta rápida necesitan un estímulo externo que las active. En la Figura 2.3 se observa que las células de respuesta lenta poseen un potencial de reposo inestable que de forma automática va despolarizándose y al alcanzar el potencial umbral generan un potencial de acción que va a transmitirse a las células vecinas.

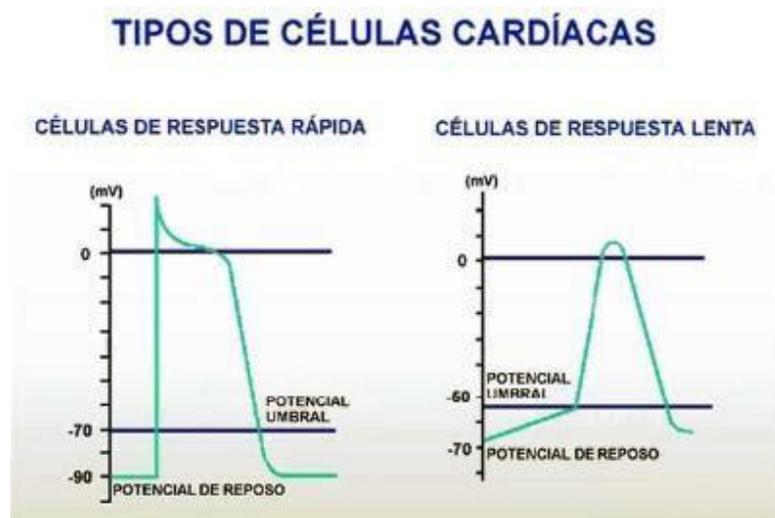


Figura 2.3 Tipos de células cardíacas y su potencial.
Fuente: Tutorial del electrocardiograma (2013).

Por el contrario, las células de respuesta rápida poseen un potencial de reposo estable, necesitan un estímulo externo que lo sitúe en el potencial umbral para posteriormente, siguiendo la “ley del todo o nada”, generar un potencial de acción que hará contraerse al miocito. El nódulo sinusal es la estructura del sistema de conducción con pendiente de despolarización diastólica más rápida; sus células son las que antes alcanzan el potencial umbral y por ello, es en el nódulo sinusal donde se genera el potencial de acción que se distribuirá por todas las demás células.

En las enfermedades que afectan al nódulo sinusal y está alterado su automatismo, es el nodo aurículo-ventricular la estructura que toma el “mando eléctrico” del corazón, debido a que de entre todas las estructuras cardíacas, la velocidad de la pendiente de despolarización diastólica espontánea del nódulo ventricular, es la siguiente al nódulo sinusal (Fig. 2.4).

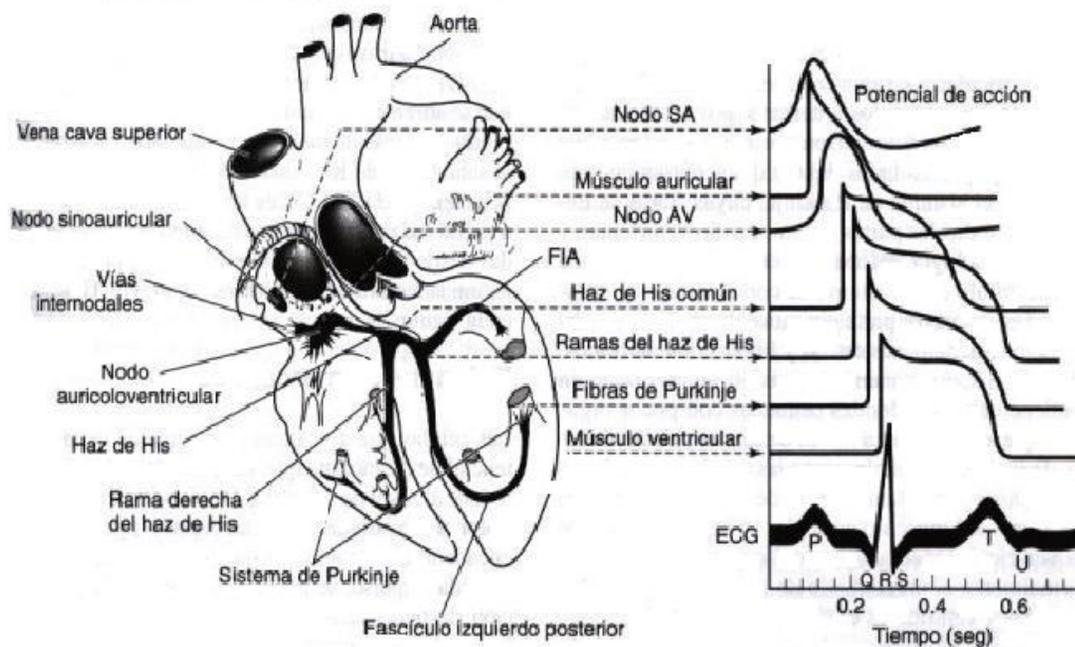


Figura 2.4 Sistema de conducción del Corazón y potencial de acción.
Fuente: Ganong, F. (2000)

Actividad Eléctrica del Corazón

La despolarización o activación y la repolarización o recuperación de los miocitos pueden representarse como un vector con diferentes cargas en su cabeza (punta del vector) y en su cola (origen del vector). La despolarización de las células cardíacas, que transforma en eléctricamente positivo su interior, puede representarse como un vector con la cabeza positiva y la cola negativa. La señal registra la actividad eléctrica cardíaca en forma de una línea que presenta distintas inflexiones que se corresponden con el paso del estímulo eléctrico desde el lugar donde normalmente se origina, el nodo sinusal, hasta los ventrículos a través del sistema específico de conducción.

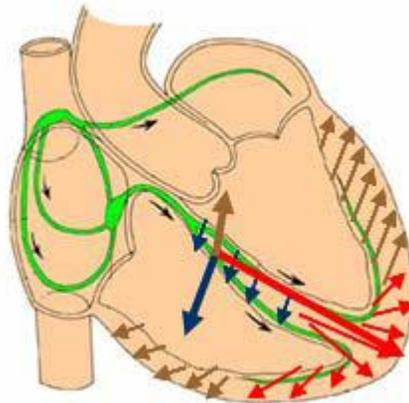


Figura 2.5 Direcciones de los vectores de la despolarización cardíaca. Fuente: Andrade S, Navarrete, M (2006).

Todo electrodo o derivación situado en un ángulo de 90° respecto a la cabeza vectorial, registrará una deflexión positiva, cuanto más coincida con la dirección del vector. Por el contrario, las derivaciones situadas a más de 90° de su cabeza registrarán una deflexión negativa. Este fenómeno es el responsable de la génesis del complejo QRS del ECG.

Despolarización Auricular y Ventricular

En el nodo sinusal, una pequeña estructura en forma de elipse de unos 15mm de longitud situada cerca de la unión de la vena cava superior con la aurícula derecha, se forma el impulso marcapasos o impulso sinusal que produce la despolarización encadenada de todo el corazón, primero de las aurículas, para después propagarse el estímulo a través del sistema específico de conducción y despolarizarse los ventrículos.

En la fase de despolarización se produce una entrada brusca de Na^+ y una más moderada de Ca^{++} al interior de la célula así como la pérdida de K^+ . Los cambios iónicos mencionados originan cambios eléctricos de forma que al final de la despolarización, las cargas eléctricas se han modificado, existiendo ahora un predominio negativo en el exterior (por la entrada de Na^+ y, al final, en menor grado de Ca^{++}).

Repolarización Ventricular

En el corazón humano el proceso de repolarización de la pared libre del ventrículo izquierdo es prácticamente responsable de toda la repolarización de los ventrículos. Todas las células tienen la capacidad intrínseca de repolarizarse corrigiendo el desequilibrio iónico mediante un mecanismo activo que transporta Na^+ y Ca^{++} del interior al exterior celular y K^+ del exterior al interior.

Polarización

Las células cardíacas están polarizadas en la diástole, lo que significa que existe un equilibrio entre las cargas eléctricas positivas de fuera de la célula (fundamentalmente Na^+ y Ca^{++}) y las negativas de dentro (K^+ , el ion intracelular más importante). La polarización diastólica corresponde entonces a un potencial de reposo transmembrana.

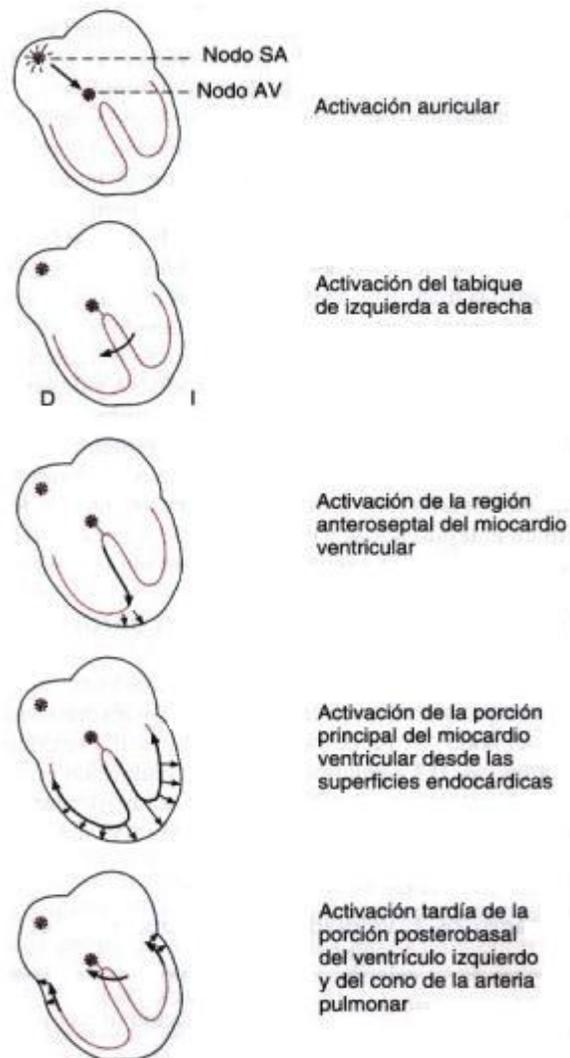


Figura 2.6 Diseminación normal de la actividad eléctrica en el corazón.
Fuente: Ganong, F. (2000)

En resumen, el estímulo eléctrico originado en el nodo sinusal se propaga sucesivamente al músculo auricular y, a través del nodo AV y del sistema His-Purkinje a los ventrículos. Cuando el proceso de activación ventricular (despolarización + repolarización) ha terminado, lo que coincide con el final de la sístole, se produce una fase de reposo celular (diástole eléctrica). Existe, pues, una estructura (el nodo sinusal) con automatismo, que transmite los estímulos que en ella se generan a todo el corazón.

Electrocardiograma (ECG)

Diferentes autores hacen referencia a la actividad eléctrica registrada fuera de las células, en este sentido Ganong, F. (2000) menciona que:

Como los líquidos corporales son buenos conductores (porque el cuerpo es un **conductor de volumen**), las fluctuaciones en el potencial que representan la suma algebraica de los potenciales de acción de las fibras miocárdicas pueden registrarse desde fuera de las células. El electrocardiograma (ECG) es el registro de estas fluctuaciones en el potencial durante el ciclo cardiaco (pág. 598).

El electrocardiograma es un registro gráfico de señal analógica en la actividad eléctrica de las células del corazón. Dicha actividad, es captada y ampliada por el dispositivo electrónico denominado electrocardiógrafo, el cual funciona a través de electrodos colocados en las cuatro extremidades y en 6 posiciones precordiales. El electrocardiograma (ECG/EKG, del alemán Elektrokardiogramm) fue estudiado por Willem Einthoven (1870-

1927) quien sentó sus bases, entre sus aportes se tiene: el análisis cardiológico de las ondas P, Q, R, S y T a las varias deflexiones y, describió las características cardiográficas de un número de desórdenes cardiovasculares; hecho que le permitió reconocimiento para que le concedieran el premio Nobel en 1924.

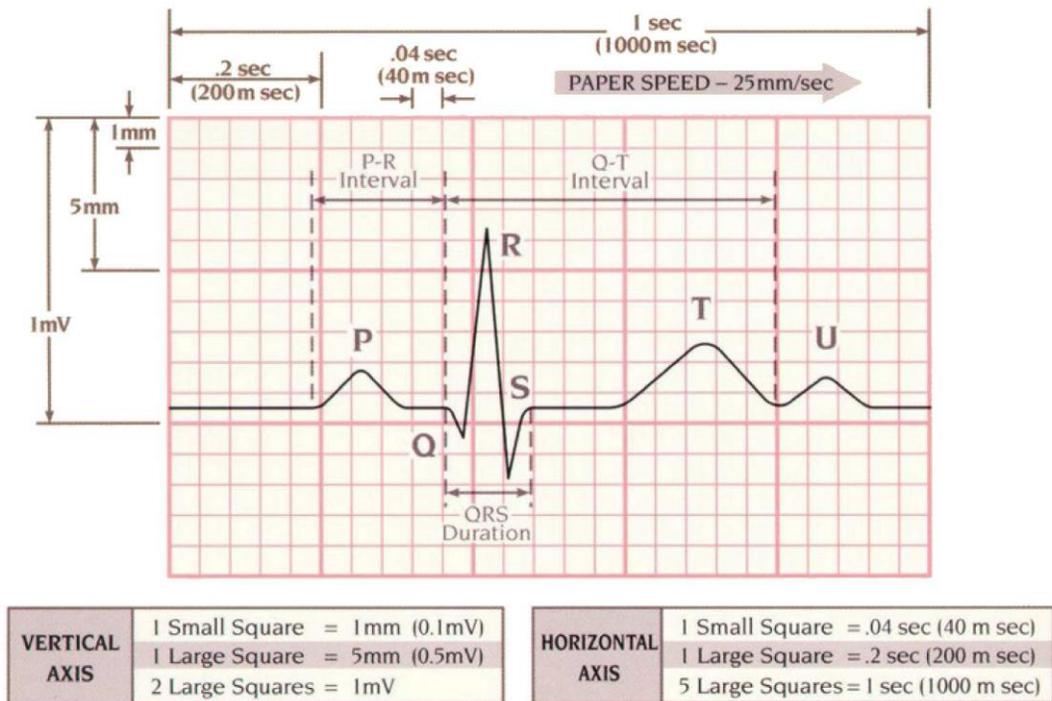


Figura 2.7 Modelo ideal del ciclo cardíaco.
Fuente: Micó, P. (2005)

En la lectura del ECG se busca determinar los siguientes aspectos: a) ritmo cardíaco; b) frecuencia cardíaca; c) datos de bloqueos; d) datos de hipertrofia; e) datos de isquemia; y f) otras anomalías. Además, el trazado continuo de su silueta consta de tres factores: 1) ondas; 2) segmentos; y, 3) intervalos.

Ondas Componentes del ECG

Cuando se registra un ECG, se inscribe una serie de ondas por cada ciclo cardíaco (figura 2.7). Las ondas son las deflexiones positivas (P, R y T) y negativas (Q y S) que tiene la trayectoria del trazado con respecto a la línea isoelectrica. En la línea isoelectrica la actividad eléctrica es nula; de allí que dentro del ECG de un ciclo cardíaco se pueden distinguir las siguientes ondas, deflexiones y segmentos:

- **La onda P** representa la despolarización auricular y el retraso del potencial de acción. Es una onda redondeada con una amplitud normal no mayor de 0.25 mV y una duración entre 60 y 100 ms, Un aumento del voltaje de esta onda indica una anomalía auricular. La ausencia de esta onda ocurre en una parada del nodo sinusal y en el bloqueo SA sinoauricular (situación en la que sí se despolariza el nodo sinusal pero no se transmite el impulso a las células de la aurícula contiguas).
- **El complejo QRS** corresponde a la despolarización ventricular, en adultos su intervalo normal va entre 60 y 100 ms, está formado por las ondas Q, R y S, aunque pueden aparecer otras variantes llamadas R' y S'.
- **La onda T** supone la repolarización de los ventrículos (relajación o diástole ventricular). La repolarización atrial no se registra, porque queda opacada por el enorme voltaje que tiene el complejo QRS, o sea, la onda de repolarización atrial está en el espacio del complejo QRS. Es una onda muy pequeña que pasa totalmente desapercibida. La onda T normal es asimétrica en sus ramas y está redondeada en

su vértice. La pendiente de la rama inicial es más suave que la de la rama terminal. Las anomalías en esta onda pueden indicar enfermedades cardíacas primarias (aunque no necesariamente).

- **La Onda U** Es una deflexión de bajo voltaje usualmente positiva que aparece después de la onda *T* o antes de una onda *P*. Muestra la misma dirección de la onda *T* en una derivación particular y es el 10% de su amplitud. Su origen fisiológico es poco claro, aunque puede ser debida a la repolarización del sistema de Purkinje. Presenta una forma anormal cuando se dan trastornos del potasio.

Las deflexiones u ondas definen intervalos y segmentos con duraciones típicas normalmente asociadas al ritmo cardiaco y útiles en el diagnóstico de anomalías a partir del análisis morfológico de la onda. Los segmentos son los espacios entre dos ondas y los intervalos representan una onda y el segmento.

- **El segmento PR** corresponde a la línea isoeletrica definida desde el comienzo de la onda *P* (inicio de la despolarización auricular) hasta la deflexión inicial del complejo *QRS* (inicio de la despolarización de los ventrículos). La duración normal de este segmento está entre los 0,12 y los 0,21 s, variación que depende de la frecuencia cardiaca.
- **El segmento ST** es el espacio que va desde el final de la onda *S* hasta el principio de la *T*. Representa el tiempo durante el que los ventrículos permanecen en estado activado y puede iniciarse la repolarización ventricular. Normalmente el segmento *ST* es isoeletrico, aunque también puede aparecer ligeramente desviado.

Una desviación elevada a menudo representa un infarto de miocardio, una pericarditis aguda o una miocarditis.

- El **segmento QT** comprende el comienzo de Q hasta el inicio de T y representa tanto la despolarización como la repolarización de los ventrículos.
- **El intervalo PR** está constituido por la onda P y el segmento PR va desde el inicio de la onda P hasta el inicio de la onda Q. Representa la actividad eléctrica de los atrios y del nodo AV.
- **El Intervalo ST** va desde del final de la onda S hasta el final de la onda T; si no hay S va desde el final de la onda R hasta el final de la onda T y representa la repolarización ventricular.
- **El Intervalo QT** se mide desde el comienzo del complejo *QRS* hasta el final de la onda *T*, se relaciona, dentro de ciertos límites con la duración de la despolarización y de la repolarización. El intervalo QT a veces no indica con precisión el tiempo de recuperación de los ventrículos, su duración habitualmente es de 0.38 a 0.44 segundos.

Tabla 2.1 Intervalos electrocardiográficos

Intervalos	Duración normal (s)		Eventos cardiacos durante el intervalo
	Promedio	Rango	
Intervalo PR	0.18*	0.12 - 0.20	Despolarización auricular y conducción a través del nodo AV
Duración de QRS	0.08	Hasta 0.10	Despolarización ventricular y repolarización auricular
Intervalo QT	0.40	Hasta 0.43	Despolarización ventricular mas repolarización ventricular
Intervalo ST	0.32	--	Repolarización ventricular

*se acorta conforme se incrementa la frecuencia cardiaca desde un promedio de 0.18 a una frecuencia de 70 latidos/min hasta 0.14 con una frecuencia de 130 latidos/min. Fuente: Ganong, F. (2000).

Contenido Frecuencial de la Señal de ECG

Desde el punto de vista del procesado de señales, también hay que tener en cuenta el contenido frecuencial del ECG. El ancho de banda de la señal electrocardiográfica es aproximadamente de unos 125 Hz, con la distribución espectral mostrada en la Figura 2.8.

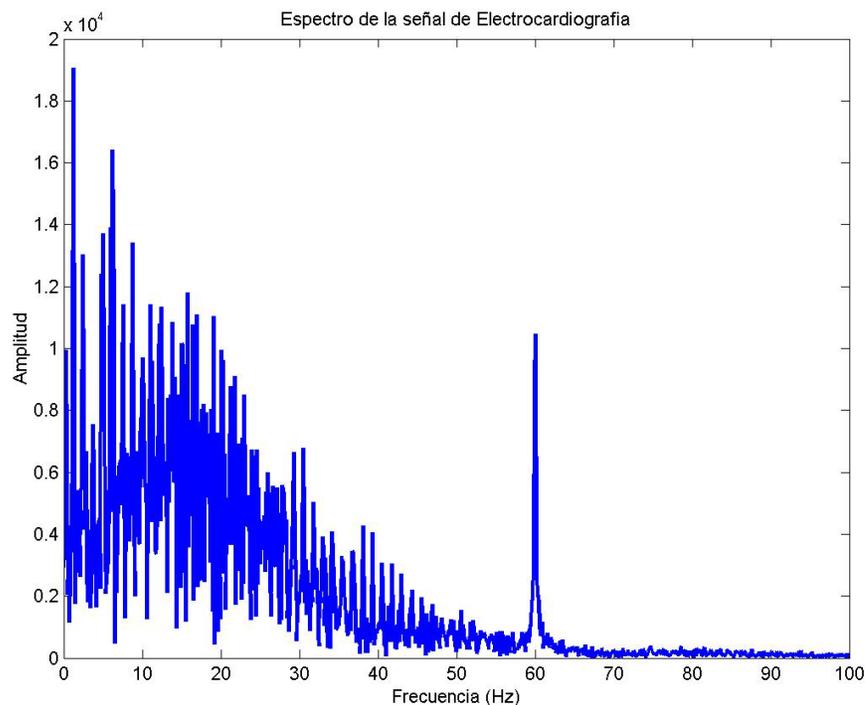


Figura 2.8 Espectro de la señal electrocardiográfica.
Fuente: Orozco, M. (2003).

Según Orozco, M (2003) el ancho de banda clínico para el registro del ECG estándar de doce derivaciones es 0.05 a 100 Hz. Para aplicaciones de monitoreo, en pacientes de cuidado intensivo y pacientes ambulatorios, el ancho de banda es restringido desde 0.5 hasta 50 Hz. En estos desarrollos, las perturbaciones del ritmo (arritmias) son el principal objetivo de análisis, en

lugar de los cambios morfológicos en la forma de onda de ECG. Así, el ancho de banda restringido atenúa el ruido de alta frecuencia causado por las contracciones musculares además del ruido de baja frecuencia causado por el movimiento de los electrodos. Un tercer ancho de banda usado para medir el ritmo cardiaco (cardiómetros) mejora la relación señal ruido para detectar el complejo QRS. De esta manera, se filtra la frecuencia de repetición del complejo, mientras rechaza el ruido, además de las ondas diferentes al QRS en la señal, por ejemplo, las ondas P y T.

Sin embargo, la filtración orientada a la detección del complejo QRS, distorsiona el ECG tanto que la apariencia de la señal filtrada no es clínicamente aceptable. En otras aplicaciones se extiende el ancho de banda hasta los 500 Hz para medir potenciales tardíos, que corresponden a señales de baja amplitud y alta frecuencia, presentados en el ECG después del complejo QRS. El espectro de la señal está compuesto por componentes de interferencia de red (50-60 Hz), ruidos electromiográficos, electroquirúrgicos, artefactos del movimiento y por supuesto las componentes naturales de la misma.

Derivaciones

Dependiendo de la posición sobre la superficie del cuerpo del paciente donde se coloquen los electrodos, se obtendrán distintas derivaciones o pares de puntos. Las derivaciones pueden ser:

- **Bipolares.** Son las que se obtienen con el llamado triángulo de Einthoven (Figura 2.9), situando los electrodos en las extremidades.

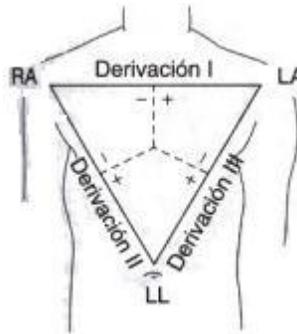


Figura 2.9 Triángulo de Einthoven. Fuente: Ganong, F. (2000)
RA: brazo derecho, LA: brazo izquierdo.

- **Unipolares.** Se obtienen con los electrodos situados sobre el tórax del paciente (ver figura 2.10). El electrodo se coloca en:
 - V₁: Cuarto espacio intercostal derecho, línea paraesternal derecha.
 - V₂: Cuarto espacio intercostal izquierdo, línea paraesternal izquierda.
 - V₃: Simétrico entre v₂ y v₄.
 - V₄: Quinto espacio intercostal izquierdo, línea medioclavicular.
 - V₅: Quinto espacio intercostal izquierdo, línea anterior axilar.
 - V₆: Quinto espacio intercostal izquierdo, línea axilar media.

En la electrocardiografía clínica, por lo general, se utilizan otras nueve derivaciones unipolares, es decir, derivaciones que registran las diferencias de potencial entre un electrodo explorador y no indiferente. Hay seis derivaciones unipolares torácicas designadas como V₁ a V₆ (figura 2.10) y las tres derivaciones unipolares de las extremidades: VR (brazo derecho), VL (brazo izquierdo) y VF (pie izquierdo).

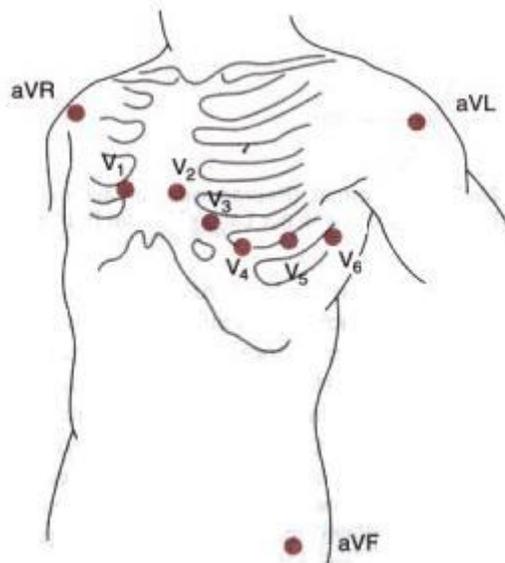


Figura 2.10 Derivaciones electrocardiográficas unipolares.
Fuente: Ganong, F. (2000)

Por lo general, se utilizan derivaciones de las extremidades **amplificadas** que se designan con una letra a (aVR, aVL, aVF). Las derivaciones amplificadas de las extremidades se registran entre una extremidad y las otras dos extremidades. Esto amplifica el tamaño de los potenciales en un 50% sin cambios en la configuración en comparación con un registro no amplificado.

En la figura 2.11 se muestra el ECG de un individuo normal. La secuencia en la que las partes del corazón se despolarizan (figura 2.6) y la posición del corazón con respecto a los electrodos son consideraciones importantes al interpretar las configuraciones de las ondas en cada derivación. Las aurículas se localizan en sentido posterior en el tórax. Los ventrículos forman la base y la superficie anterior del corazón y el ventrículo derecho se dirige

en sentido anterolateral y hacia la izquierda, por consiguiente la derivación **aVR** “mira” las cavidades de los ventrículos. Las despolarizaciones auricular y ventricular, y la repolarización ventricular se desplazan desde el electrodo explorador, y la onda P, complejo QRS y onda T son, por tanto, deflexiones negativas (hacia abajo); las derivaciones **aVL** y **aVF** “miran” los ventrículos y no hay onda Q en V_1 y V_2 .

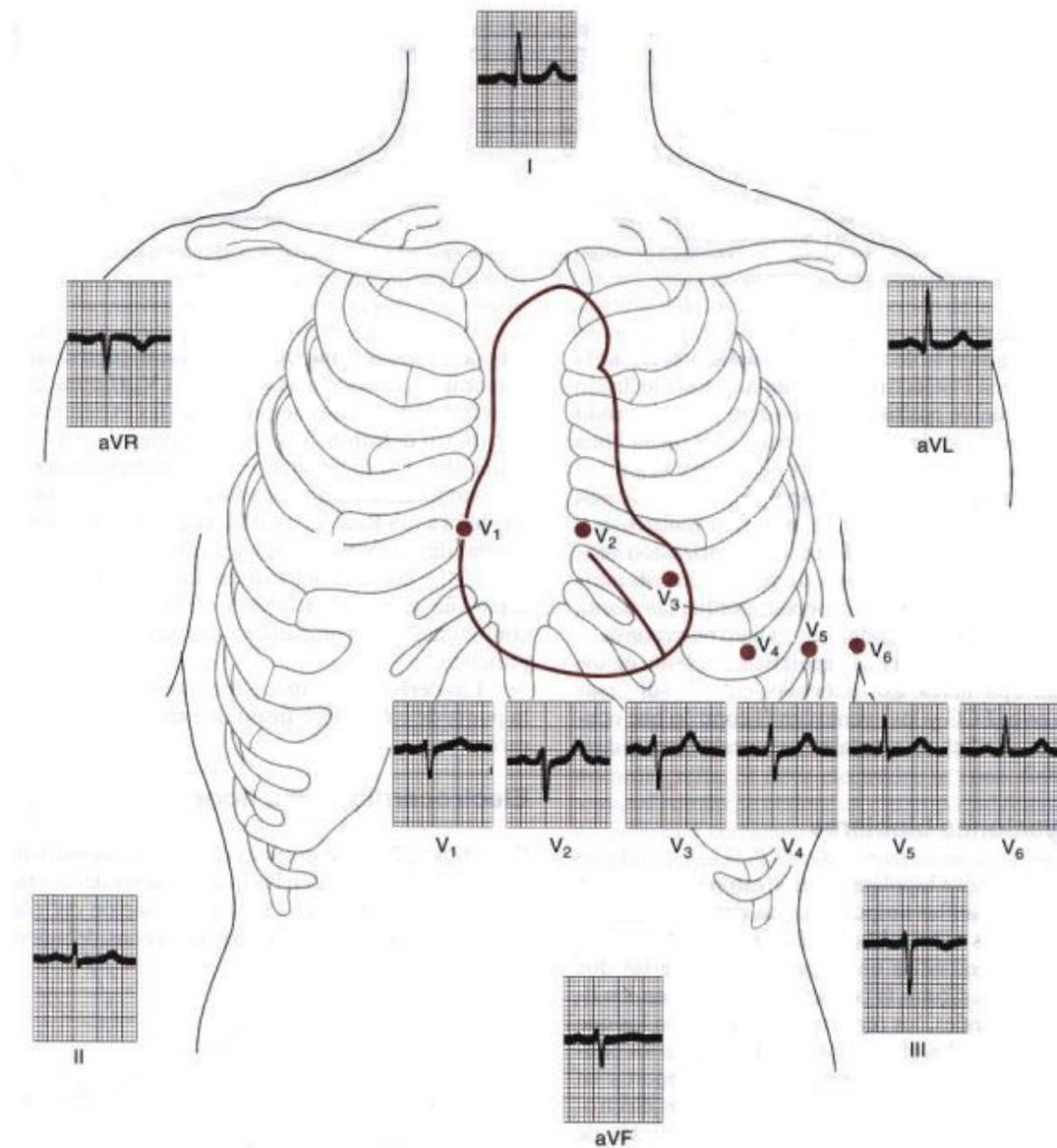


Figura 2.11 ECG Normal. Fuente: Ganong, F. (2000)

Técnicas de Preprocesamiento

De acuerdo con Micó, P (2005), una vez adquirida la señal se debe prepararla adaptando sus características para su posterior tratamiento informático. Esto es debido a que la señal obtenida tras el proceso de adquisición (ecuación 2.1) presenta una serie de elementos ajenos a la propia señal (ruido, interferencia de la red de alimentación o variaciones de la línea base). Todos estos elementos que enmascaran la información, deberán ser aislados y minimizados para que, en las siguientes fases de análisis, los resultados sean independientes de todos estos factores.

$$x[n] = ECG[n] + r[n] + b[n] \quad (2.1)$$

Donde $x[n]$ representa la señal discreta adquirida, $ECG[n]$ la señal electrocardiográfica real producida por la actividad cardiaca que se desea registrar, $r[n]$ es el ruido en general (incluyendo algunos artefactos y la interferencia de la red eléctrica), y $b[n]$ son las variaciones de la línea base. En todos los casos n representa el índice temporal discreto.

El objetivo de los algoritmos de preprocesamiento es el de reducir al máximo $r[n]$ y $b[n]$ para que la señal obtenida $x[n]$ sea lo más parecida a la señal real $ECG[n]$. En los siguientes apartados se describen tanto $r[n]$ como $b[n]$ así como el método de la transformada de Wavelet para reducir sus efectos y conseguir que $x[n] \rightarrow ECG[n]$.

Ruido

El ruido es un elemento que se encuentra presente en mayor o menor medida en todas las funciones reales. En el caso que nos ocupa, las perturbaciones más frecuentes en la señal electrocardiográfica puede ser debido a múltiples factores: desde el ruido debido al movimiento existente entre el electrodo y la piel, el ruido generado por los propios aparatos electrónicos utilizados en la fase de adquisición (ruido térmico), hasta el ruido debido a la generación de otras señales de tipo eléctrico por parte de los músculos del cuerpo humano (señales electromiográficas), etc. Todo ello supone que, sobre la señal electrocardiográfica original se superponga otra señal de cierto nivel que puede llegar a enmascarar rasgos significativos de la misma, tal y como se muestra en la figura 2.12.

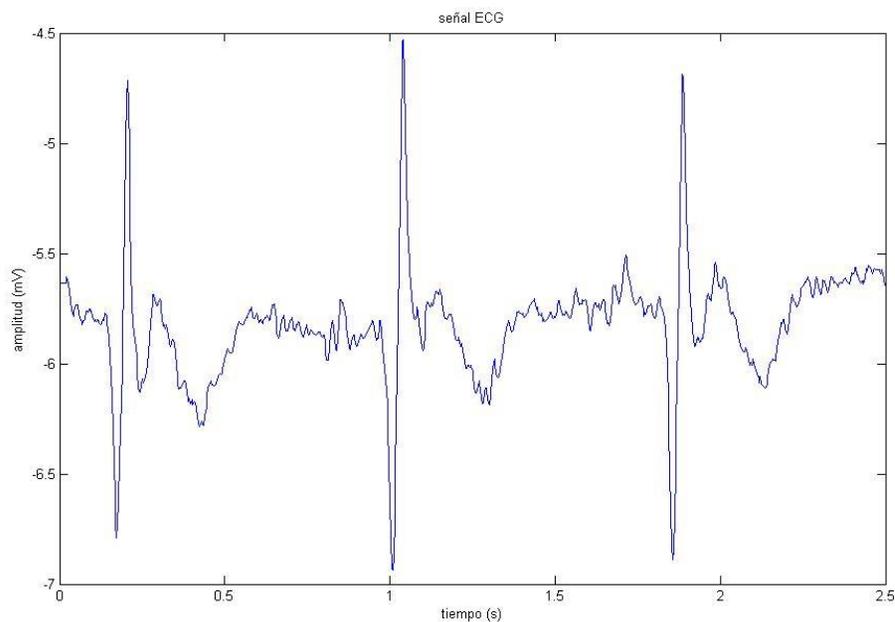


Figura 2.12 Señal ECG donde aparece ruido superpuesto.
Fuente: González Hernando (2015).

Ruido Electromiográfico (EMG)

Las contracciones musculares causan artefactos que generan potenciales del orden de los mV, las señales resultantes de la contracción muscular pueden asumirse como transitorios de media cero de ruido gaussiano de banda limitada, Orozco, M (2003). El ruido electromiográfico es simulado mediante ruido gaussiano; la desviación estándar determina la SNR, cuyo valor típico es del orden de 18 dB.

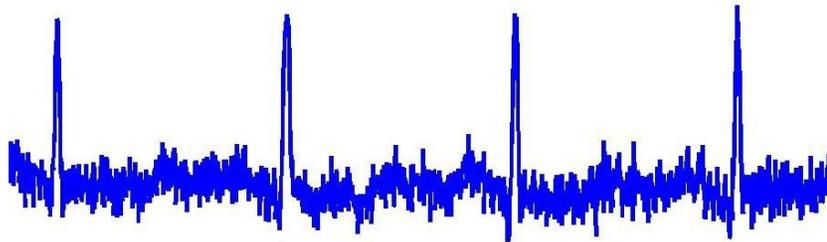


Figura 2.13 Ruido Electromiográfico. Fuente: Orozco, M. (2003).

Ruido de Respiración

El desplazamiento de la línea base debido a la respiración puede ser representado como una componente sinusoidal en la frecuencia de la respiración sumada al ECG. La amplitud y la frecuencia de la senoide pueden ser variables. Esta componente sinusoidal modula la señal de ECG. La variación de la línea base debida a la respiración puede ser simulada mediante un desplazamiento sinusoidal, con frecuencia 0.3 Hz; una amplitud referida a la relación de potencia señal a ruido (SNR), cuyo valor típico es 32 dB y una modulación sinusoidal de la amplitud del ECG con frecuencia 0.3 Hz y amplitud referida a la SNR con un valor de 12 dB.

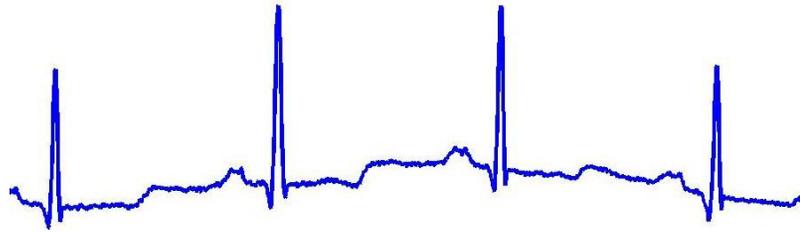


Figura 2.14 Ruido de Respiración. Fuente: Orozco, M. (2003)

Interferencia de la Red

En la simulación de interferencia de red (figura 2.15) se pueden variar su amplitud y frecuencia. No obstante, estas características son generalmente constantes y una vez escogidas, no cambian durante la evaluación del detector. La interferencia de la red se simula mediante un tono de 60 Hz con fase inicial aleatoria. Típicamente la relación señal a ruido (SNR) es del orden de 3 dB.

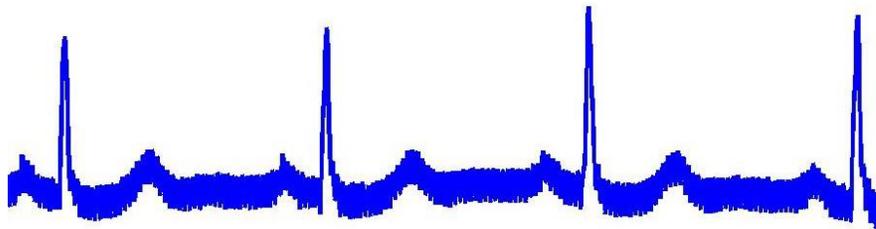


Figura 2.15 Interferencia de la Red. Fuente: Orozco, M. (2003)

En efecto, en la figura 2.8 se puede apreciar cómo, al representar en el dominio de la frecuencia la señal ECG original, aparece una interferencia claramente localizada en este caso en los 60 Hz (frecuencia de la red de alimentación en los E.E.U.U.).

Ruido Electroquirúrgico

Ruido de alta frecuencia producido por instrumentos de electrocirugía. Consiste de una senoide con una frecuencia mayor que la frecuencia de muestreo produciendo un severo *aliasing*. Típicamente la relación de potencia señal a ruido es -12 dB, lo cual es altamente destructivo.

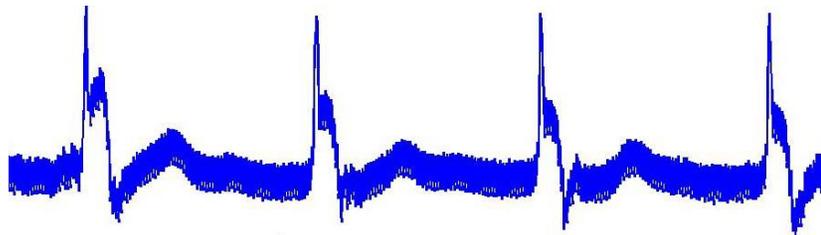


Figura 2.16 Ruido Electroquirúrgico. Fuente: Orozco, M. (2003)

Artefactos del movimiento

Estos pueden ser de dos clases. La primera comprende los artefactos de baja frecuencia simulando desplazamientos entre los electrodos y la piel debidos a movimientos lentos del paciente.

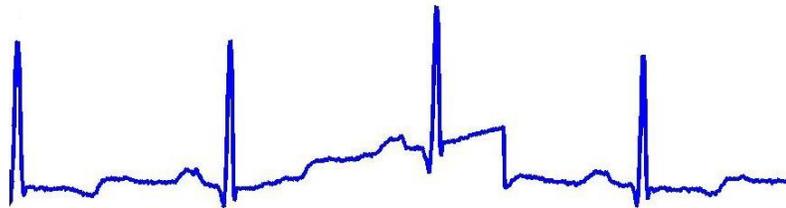


Figura 2.17 Artefacto de Baja frecuencia. Fuente: Orozco, M. (2003)

En este caso los artefactos tienen comportamiento sinusoidal con una duración típica de 0.16 s, frecuencia 0.07 Hz, una amplitud cercana al 200%

de la amplitud pico a pico del QRS, y fase inicial aleatoria. La segunda corresponde a artefactos de frecuencia relativamente alta que simulan falsos complejos QRS, éstos tienen comportamiento sinusoidal con duración de 0.04 s, frecuencia 6 Hz, fase inicial aleatoria y amplitud comparable a la amplitud de los complejos QRS.

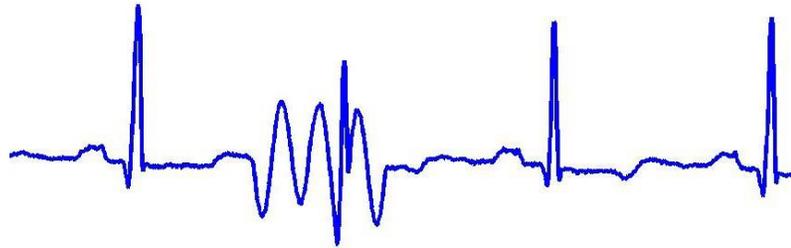


Figura 2.18 Artefacto de Alta frecuencia. Fuente: Orozco, M. (2003)

Desconexión de electrodos

La desconexión de electrodos causada por la pérdida de contacto entre el electrodo y la piel, desconecta el sistema de medida efectivamente. La pérdida de contacto puede ser permanente o intermitente.

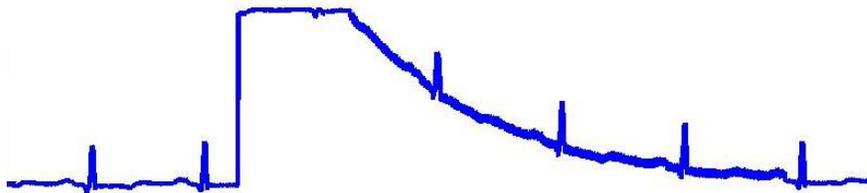


Figura 2.19 Desconexión de electrodos. Fuente: Orozco, M. (2003)

La acción de conmutación en la entrada del sistema de medida puede resultar en grandes artefactos dado que la señal de ECG está acoplada

capacitivamente al sistema, Friesen et al., (1990) citado por Orozco, M. (2003). El ruido de contacto de electrodos puede ser modelado como una transición rápida de la línea base que ocurre aleatoriamente (escalón) que decae exponencialmente al valor de la línea base.

Variaciones de la línea base

Las variaciones de la línea base se pueden producir debido a múltiples factores como, por ejemplo, al movimiento del paciente durante la adquisición del electrocardiograma, a la respiración y a cambios en la impedancia de los electrodos. Estas variaciones suponen una interferencia de baja frecuencia y de cierta amplitud que debe ser reducida (e idealmente eliminada) para no alterar el resultado del procesado posterior (Figura 2.20).

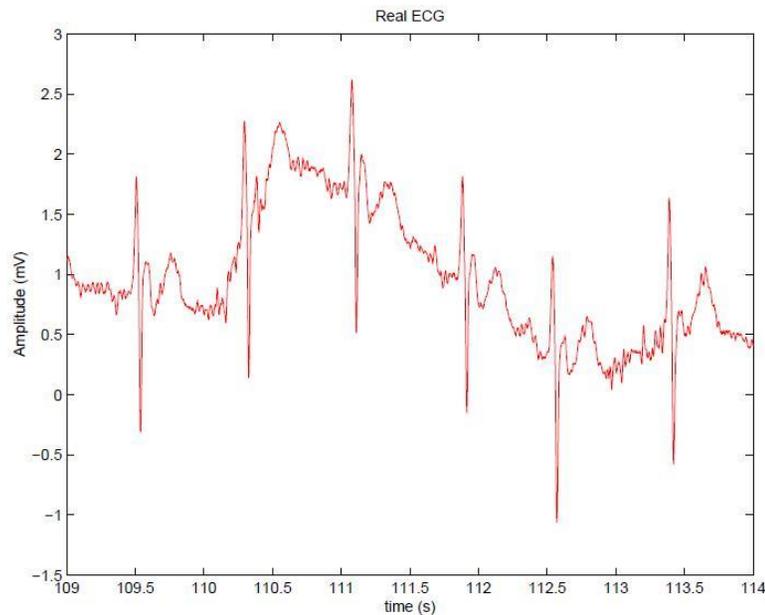


Figura 2.20 Variaciones de la línea de base.
Fuente: Micó, P. (2005)

De acuerdo con Micó, P. (2005) estas componentes de baja frecuencia pueden inducir a error cuando se realiza una interpretación visual o análisis automático de la señal electrocardiográfica. El contenido frecuencial de estas variaciones normalmente está en el rango de 0 a 0,5 Hz, aunque en las señales generadas para el test de esfuerzo el rango frecuencial suele ser mayor.

Teorema de Fourier

En Glyn, J. (2002) citado por Yusti, F. (2010) se establece que este teorema afirma que una función $f(t)$ que satisfaga las siguientes condiciones:

- i) $f(t)$ está definida en el intervalo $I = \left[-\frac{\Gamma}{2}, \frac{\Gamma}{2}\right]$
- ii) $f(t)$ y $f'(t)$ son seccionalmente continuas en $I = \left[-\frac{\Gamma}{2}, \frac{\Gamma}{2}\right]$
- iii) $f(t + \Gamma) = f(t)$, es decir $f(t)$ es periódica de periodo Γ

puede expresarse como la suma de un número de funciones seno de diferentes amplitudes, fases y periodos.

$$f(t) = A_0 + A_1 \text{sen}(wt + \phi_1) + A_2 \text{sen}(2wt + \phi_2) + \dots + A_n \text{sen}(nwt + \phi_n) \quad (2.2)$$

Donde las A y las ϕ son constantes y $w = \frac{2\pi}{\Gamma}$ es la frecuencia de $f(t)$. El término $A_1 \text{sen}(wt + \phi_1)$ se llama **primera armónica** o **modo fundamental** y tiene la misma frecuencia w que la función padre $f(t)$. El término

$A_n \text{sen}(nwt + \phi_n)$ se llama la **n-ésima armónica** y tiene frecuencia nw que es n veces la del modo fundamental. A_n denota la **amplitud** de la n-ésima armónica y ϕ_n es su **ángulo de fase** que mide el retraso o adelanto de la n-ésima armónica con referencia a una onda de seno pura de la misma frecuencia.

Como:

$$A_n \text{sen}(nwt + \phi_n) \equiv [A_n \cos(\phi_n)] \text{sen}(nwt) + [A_n \text{sen}(\phi_n)] \cos(nwt) \quad (2.3a)$$

$$\equiv b_n \text{sen}(nwt) + a_n \cos(nwt) \quad (2.3b)$$

Donde:

$$b_n = A_n \cos(\phi_n) \quad \text{y} \quad a_n = A_n \text{sen}(\phi_n)$$

Así la expansión (2.2) puede escribirse como:

$$f(t) = \frac{1}{2} a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos(nwt) + \sum_{n=1}^{\infty} b_n \text{sen}(nwt) \quad (2.4)$$

Según Glyn, J. (2002). “La ecuación (2.4) se llama **expansión en serie de Fourier** de la función $f(t)$, los términos a_n y b_n se llaman **coeficientes de Fourier**. En ingeniería eléctrica es una práctica común referirse a a_n y b_n como las **componentes en fase y cuadratura en fase** respectivamente”.

Los coeficientes de Fourier se determinan mediante las siguientes integrales:

$$a_n = \frac{2}{\Gamma} \int_{t_o}^{t_o+\Gamma} f(t) \text{Cos}(nwt) dt \quad (2.5a)$$

$$b_n = \frac{2}{\Gamma} \int_{t_o}^{t_o+\Gamma} f(t) \text{Sen}(nwt) dt \quad (2.5b)$$

Si se coloca $n = 0$ en la ecuación (2.5a) se obtiene:

$$a_0 = \frac{2}{\Gamma} \int_{t_0}^{t_0+\Gamma} f(t) dt \quad (2.5c)$$

El conjunto de funciones reales continuas $C(\mathbf{I})$ en un intervalo dado $\mathbf{I} = [t_0, t_0 + \Gamma]$ forman un espacio vectorial en $C(\mathbf{I})$. Por lo tanto puede observarse que según las condiciones que satisface la función $f(t)$, las ecuaciones (2.5a), (2.5b) y (2.5c), no son más que el producto interno entre la función $f(t)$ con cada uno de los vectores de la base:

$$\{1, \cos(\omega t), \cos(2\omega t), \dots, \cos(n\omega t), \sin(\omega t), \sin(2\omega t), \dots, \sin(n\omega t)\}$$

Por ser una base ortogonal, a_n y b_n pueden utilizarse para determinar las coordenadas de $f(t)$ en dicha base.

$$f(t) = a_0 + a_1 \cos(\omega t) + a_2 \cos(2\omega t) + \dots + a_n \cos(n\omega t) + b_1 \sin(\omega t) + b_2 \sin(2\omega t) + \dots + b_n \sin(n\omega t) \quad (2.6)$$

Serie Generalizada de Fourier

En Glyn, J. (2002) citado por Yusti, F. (2010) se establece que, sea $\{\phi_n(t)\}$ un conjunto ortogonal de funciones continuas en el intervalo $t_1 \leq t \leq t_2$; para representar la función continua a pedazos $f(t)$ en términos del conjunto dentro del intervalo siguiendo el desarrollo en serie de Fourier, $f(t)$ se representa por:

$$f(t) = \sum_{n=1}^{\infty} c_n \phi_n(t) \quad (2.7)$$

Donde, los términos c_n vienen dados por:

$$c_n = \frac{1}{\gamma_n} \int_{t_1}^{t_2} f(t) \phi_n(t) dt \quad (2.8)$$

Hay que recordar que el conjunto $\{\phi_n(t)\}$ es un conjunto ortogonal de funciones y por lo tanto se cumple la siguiente relación de producto interno:

$$\int_{t_1}^{t_2} \phi_n(t) \phi_m(t) dt = 0 \quad (n \neq m) \quad (2.9a)$$

$$\int_{t_1}^{t_2} \phi_n^2(t) dt = \gamma_n \quad (2.9b)$$

De acuerdo con Yusti, F. (2010) se puede hacer un paralelismo entre una expansión en serie generalizada de Fourier de una función $f(t)$ con respecto a un conjunto base ortogonal de funciones $\{\phi_n(t)\}$ y la representación de un vector \mathbf{v} en términos de un conjunto base ortogonal de vectores $\{\mathbf{b}_1, \mathbf{b}_2, \mathbf{b}_3, \dots, \mathbf{b}_n\}$

$$\mathbf{v} = \alpha_1 \mathbf{b}_1 + \alpha_2 \mathbf{b}_2 + \dots + \alpha_n \mathbf{b}_n \quad (2.10)$$

Donde:

$$\alpha_i = \frac{\mathbf{v} \bullet \mathbf{b}_i}{\mathbf{b}_i \bullet \mathbf{b}_i} \quad (2.11)$$

Se observa una clara similitud con la ecuación (2.12):

$$c_n = \frac{\int_{t_1}^{t_2} f(t) \phi_n(t) dt}{\int_{t_1}^{t_2} \phi_n(t) \phi_n(t) dt} \quad (2.12)$$

Análisis Wavelet

El Análisis Wavelet es una herramienta matemática que produce una Transformada eficiente para el análisis local de señales no estacionarias y de rápida transitoriedad y, al igual que la Transformada de Fourier con ventana, mapea la señal en una representación de tiempo-escala. El aspecto temporal de la señal es preservado. La diferencia es que la *Transformada Wavelet* provee un *Análisis de Multiresolución (MRA)* con ventanas dilatadas, el cual analiza la señal con resolución diferente a diferentes frecuencias. El análisis de frecuencia de mayor rango se realiza utilizando ventanas angostas y el análisis de frecuencia de menor rango se hace utilizando ventanas anchas.

Las wavelets, funciones bases de la Transformada Wavelet, son generadas a partir de la función wavelet básica, mediante traslaciones y dilataciones. Estas funciones permiten reconstruir la función original a través de la Transformada Wavelet Inversa. A continuación se detalla la nomenclatura y fundamentos básicos para el entendimiento y aplicación de la mencionada herramienta:

Definición de señal (unidimensional)

Una señal es una función de variable real cuyo dominio es real y asociado al intervalo de duración de observación el cual funciona de soporte a la transmisión de una información. La representación de un fenómeno físico que ofrece una señal se puede realizar, por ejemplo, a través de medidas de la energía local que corresponde a dicho fenómeno, caso en el que pueden

ser eventualmente descritas mediante aplicaciones de \mathbb{R} en \mathbb{R} , pero también pueden exhibir valores complejos, por ejemplo amplitud y fase instantáneas. Los cambios en la magnitud de la señal (energía o amplitud) transportan la información útil.

Por otra parte, es conveniente que los modelos matemáticos a las Teorías de Señales incluyan capacidades de aproximación para poder, por ejemplo, describir señales mediante otras más sencillas. Una solución de carácter geométrico está relacionada con la posibilidad de realizar proyecciones, ortogonales o no. Los espacios de Hilbert son espacios euclidianos en los que toda sucesión de Cauchy es convergente, y un ejemplo importante en el contexto que tratamos es el espacio $L^2(\mathbb{R})$. En este sentido, una función $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{C}$ es de cuadrado integrable respecto a una medida μ si cumple:

$$\int f^2(x) d\mu < \infty.$$

En el caso que nos ocupa la medida μ es la medida de Lebesgue. El espacio $L^2(\mathbb{R})$ de las funciones de cuadrado integrables es un espacio de Hilbert cuando se le asocia un producto interno de la forma $\langle f, g \rangle = \int f(x)\overline{g(x)} dx$. Concretamente, si se considera a las señales como funciones en el tiempo tenemos: $s(t): \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{C}$ como elementos de $L^2(\mathbb{R})$; esto es que:

$$\forall s \in L^2(\mathbb{R}) \text{ se verifica } \|s\|^2 = \langle s, s \rangle = \int |s(x)|^2 dx < \infty \quad (2.13)$$

El cuadrado de la norma se interpreta físicamente como la energía asociada con la señal y la relación anterior significa que la señal tiene energía finita.

Definición de Dilatación y Traslación

Dada una función f de variable real, una dilatación y traslación es otra función, que denotaremos $f_{j,k}$, definida por:

$$f_{j,k}(x) = 2^{\frac{j}{z}} f(2^j x - k), \quad \forall x \in \mathbb{R}, \text{ para cualquiera índice } j, k \in \mathbb{Z}$$

En la definición anterior, el factor $2^{\frac{j}{z}}$ se escoge para que la nueva función $f_{j,k}$ sea de igual norma que la original, es decir, si $f \in L^2(\mathbb{R})$ esto implica que $\|f\|_2 = \|f_{j,k}\|_2$. Al índice $k \in \mathbb{Z}$ se le denomina índice de traslación y $j \in \mathbb{Z}$ es denominado índice de dilatación o resolución. Nótese que $f_{j,k}$ es una nueva función de bases obtenidas mediante cambios binarios 2^j y traslaciones diádicas. Una traslación diádica corresponde a un desplazamiento de valor $k/2^j$ igual a un múltiplo entero del factor de escala binario.

Definición de base de Riesz:

Sea H un espacio de Hilbert. Una sucesión $\{h_i\}_{i \in \mathbb{Z}} \subset H$ es una base de Riesz de H , sí solamente sí, el espacio lineal generado por $\{h_i\}_{i \in \mathbb{Z}}$ es denso (la clausura de los límites superiores de todo los $\{h_i\}_{i \in \mathbb{Z}}$ es el espacio H) y, además, para toda $f \in H$, la sucesión $\{\alpha_i[f]\}_{i \in \mathbb{Z}} \in l_2(\mathbb{R})$ dada por $f = \sum \alpha_i[f] h_i$ satisface que $A\|f\|_H^2 \leq \sum |\alpha_i[f]|^2 \leq B\|f\|_H^2$, donde $A, B \in \mathbb{R}^+$ están asociados a la base.

En esencia, el concepto de la base de Riesz establece que la norma de H es equivalente a la norma l_2 de las correspondientes coordenadas, es decir, ambas normas definen la misma topología en sus respectivos espacios. Desde un punto de vista computacional, una base de Riesz permite obtener una aproximación f , tan próxima como se desee, a través de una combinación lineal cuyos coeficientes son estables en norma de l_2 . Por lo tanto, una base de Riesz se comporta como una base ortonormal, siendo el concepto de base de Riesz más general que el de la base ortonormal.

Transformada Wavelet (TW)

Las wavelets son un conjunto de funciones que forman una base de Riesz, desplazables, soporte compacto y regular, que se generan a partir de dilataciones y traslaciones de una función de escalado o wavelet padre (ϕ), y función de detalle o wavelet madre (ψ), asociadas a un análisis de Multiresolución de $L^2(\mathbb{R})$. De acuerdo con Orozco, M. (2003), la reducción de perturbaciones puede llevarse a cabo empleando wavelets, mediante técnicas de descomposición simple o técnicas de umbralización. En el primer caso, a medida que aumenta el nivel de descomposición, las aproximaciones sucesivas disminuyen la influencia de la perturbación de alta frecuencia. Sin embargo, se pierden también las características más refinadas de la señal original. Un método más refinado es la umbralización, en el cual se descarta únicamente la porción de los detalles que exceden cierto límite, luego se reconstruyen las señales (empleando la TW inversa) de detalle prescindiendo de los coeficientes umbralizados.

Según Micó, P. (2005) para llevar a cabo esta reducción, prácticamente todos los métodos se basan en los siguientes pasos:

1. Cálculo de la transformada wavelet de una señal hasta el nivel deseado.
2. Aplicación de un umbral y una función de umbralizado (contracción) a los coeficientes de detalle, para eliminar en principio aquellos componentes que representan mayoritariamente el ruido (se consideran aquellos que no superan el valor dado por una función de umbralizado).
3. Cálculo de la transformada inversa para recuperar la señal, una vez eliminadas las componentes de ruido.

Las condiciones exigibles a este proceso de reducción del ruido son que se minimice el error cuadrático medio (ECM) (o lo que es lo mismo, que maximice la SNR resultante), y que la señal obtenida sea al menos tan suave como la señal inicial, para evitar que, aunque se cumpla la primera condición, aparezcan picos en la señal resultante, que se pueden confundir con información presente en la señal, o puede dar lugar a que se eliminen puntos característicos del ECG.

Faundez P., et all (2002:78) establece que, si se tiene una función continua $f(t)$ en el tiempo la cual cumple ciertas condiciones, entonces, la transformada wavelet de $f(t)$ no es más que expresar a $f(t)$ mediante una expansión de términos o coeficientes proporcionales al producto interno entre la función y diferentes versiones escaladas y trasladadas de una función prototipo $\psi(t)$ (wavelet madre), ver figura 2.21.

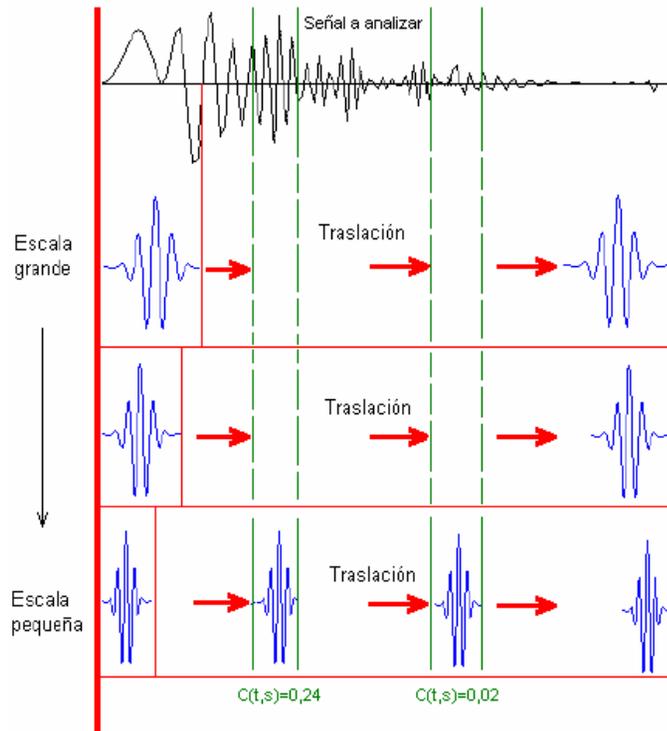


Figura 2.21 Traslación y cambio de escala en la CWT.
 Fuente: Navarrete, M y Andrade, S, (2006).

Por lo tanto se puede representar matemáticamente la transformada continua wavelet ($CWT(a,b)$) de una función $f(t)$ mediante:

$$CWT(a,b) = \frac{1}{\sqrt{a}} \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \psi\left(\frac{t-b}{a}\right) dt \quad (2.14)$$

La variable a controla el ancho o soporte efectivo de la función $\psi(t)$ y la variable b provee la ubicación en el dominio del tiempo de la función $\psi(t)$. Algunos autores denominan a las variables a y b como variables de escala y traslación respectivamente. El factor en el denominador (la raíz cuadrada de a) es utilizado como un factor de normalización de la energía.

Una función $\psi(t)$ debe cumplir con las siguientes propiedades:

- La integral debe ser cero.

$$\int_{-\infty}^{\infty} \psi(t) dt = 0 \quad (2.15)$$

- Energía finita.

$$\int_{-\infty}^{\infty} |\psi(t)|^2 dt \leq \infty \quad (2.16)$$

- Condición de admisibilidad

$$C = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{|\Psi(w)|^2}{|w|} dw < \infty \quad (2.17)$$

Donde $\Psi(w)$ es la Transformada de Fourier de $\psi(t)$ y con la condición de admisibilidad se garantiza la obtención de la transformada inversa de Wavelet.

Análisis de Multiresolución

Los fundamentos de la transformada Wavelet discreta (DWT) se remontan a 1976, cuando Croiser, Esteban y Galand inventaron una técnica para descomponer señales discretas en el tiempo. Crochiere, Weber y Flanagan hicieron en el mismo año un trabajo similar sobre codificación de señales de voz. Ellos denominaron su esquema de análisis como codificación de sub-bandas (*Subband Coding*). En 1983, Burt definió una técnica muy similar a la codificación de sub-bandas y la denominó codificación piramidal (*Pyramidal Coding*) la cual también es conocida como Análisis Multiresolución. Más tarde en 1989, Vetterli y Le Gall hicieron algunas mejoras al esquema de

codificación de sub-bandas removiendo la redundancia existente, Navarrete, M y Andrade, S. (2006).

Pues bien, el análisis de multiresolución consiste en aproximar una señal, función de dominio tiempo $f(t)$, en distintos niveles de resolución $\{f_1(t), \dots, f_0(t)\}$, lo cual construye una representación de ventana tiempo-escala (descomposición multi-escala) de la forma:

$$f(t) = f_0(t) + \sum_{j \geq 0} g_j(t) \quad (2.18)$$

donde cada $g_j(t) = f_{j+1}(t) - f_j(t)$ representa el error en que se incurre al aproximar $f_{j+1}(t)$ mediante $f_j(t)$; es decir, las fluctuaciones de detalles entre los niveles de resolución. La función wavelet $\psi(t)$ es desplazable (tiene corrimiento y escalamiento), de crecimiento rápido en el infinito, regular y $\int_{-\infty}^{\infty} \psi(t) dt = 0$.

De acuerdo con Faundez, P., et all (2002:91), una función wavelet madre $\psi(t)$ trae asociada consigo una función escala $\phi(t)$, con este par de funciones se puede aproximar cualquier función $f \in L^2(R)$ mediante una de las funciones o mediante ambas. Así:

$$f(t) = \sum_k \sum_j c_{j,k} \phi(t) + \sum_k \sum_j d_{j,k} \psi(t) \quad (2.19)$$

En la ecuación 2.19 los términos $c_{j,k}$ y $d_{j,k}$ (*coeficientes escala o de aproximación y coeficientes wavelet o de detalle, respectivamente*) se obtienen mediante el producto interno definido en las siguientes ecuaciones:

$$c_{j,k} = \langle f, \phi_{j,k} \rangle = \frac{1}{\sqrt{j}} \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \phi\left(\frac{t-k}{j}\right) dt \quad (2.20)$$

$$d_{j,k} = \langle f, \psi_{j,k} \rangle = \frac{1}{\sqrt{j}} \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \psi\left(\frac{t-k}{j}\right) dt \quad (2.21)$$

La wavelet padre (ϕ) se construye como la solución de la ecuación dilatación; esto es: $\phi(t) = \sqrt{2} \sum_l h_l \phi(2t - l)$ para un conjunto de coeficientes filtros adecuados (h_l). La wavelet madre (ψ) se define a partir de la wavelet padre como $\psi(t) = \sqrt{2} \sum_l g_l \phi(2t - l)$ con coeficientes filtros g_l que verifican $g_l = (-1)^l h_{1-l}$. Además, el set de wavelets se obtiene mediante traslaciones y dilataciones, según las siguientes expresiones:

$$\phi_{j,k} = 2^{j/2} \phi(2^j t - k) \quad (2.22)$$

$$\psi_{j,k} = 2^{j/2} \psi(2^j t - k) \quad (2.23)$$

La wavelet padre (ϕ) verifica que la familia $\{\phi(t - k), k \in \mathbb{Z}\}$ es una base ortonormal para V_0 y, por lo tanto $\{\phi_{j,k}(t), k \in \mathbb{Z}\}$ es una base ortonormal para V_j . Si W_j es el complemento ortogonal de V_j en V_{j+1} ; es decir, $V_j \oplus W_j = V_{j+1}$, entonces $L^2(\mathbb{R})$ se puede descomponer como $L^2(\mathbb{R}) = \bigoplus_{j \in \mathbb{Z}} W_j = V_0 \oplus \bigoplus_{j \geq j_0} W_j$.

Igualmente, la familia wavelet madre $\{\psi_{j,k}(t), j, k \in \mathbb{Z}\}$ forma también una base ortonormal en $L^2(\mathbb{R})$. En este contexto, decimos que un Análisis de Multiresolución es de regularidad r si las wavelets padre pertenecen al espacio de Hölder de orden r (todo espacio de Hölder $\mathbf{-H-}$ es un espacio de

Banach si lo denotamos de la norma $\|f\|_{L^\infty(H) + \sup_{x,y \in H} \frac{|f(x)-f(y)|}{|x-y|^\alpha}}$, y los espacios $L^p(R)$ son espacios de Banach).

En conclusión, cualquier función en $L^2(R)$ se puede aproximar a través de coeficientes wavelets; característicamente, las wavelets padre proporciona buena aproximación para funciones suaves mientras que las wavelet madre es útil para aproximar funciones con fluctuaciones locales.

Dentro de este orden de ideas, el análisis de las señales con la transformada de wavelet es equivalente a un proceso de filtrado, donde se realiza una división de los coeficientes, obteniéndose los coeficientes de aproximación (A) y detalle (D).

Según opinión de Jiménez, C. (2005) la aproximación son los valores altos de la escala, correspondiente a las componentes de baja frecuencia de la señal, por lo tanto está asociada a la función de escalamiento que se determina con un filtro pasa bajo. Los detalles son los valores bajos de la escala, correspondientes a las componentes de alta frecuencia, y está asociada a la función wavelet que se determina como un filtro pasa alto.

En la figura 2.22 se muestra un esquema del proceso de filtrado, donde la señal a procesar es pasada por los filtros paso bajo y pasa alto, los cuales son filtros complementarios y se producen dos señales.

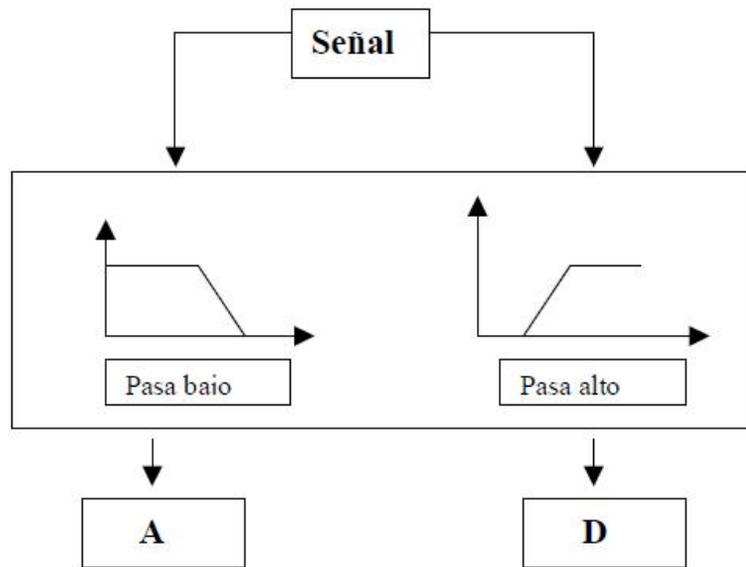


Figura 2.22 Esquema del proceso de filtrado.
 Fuente: Jiménez C., Jiménez J. (2010)

Como las señales que se producen en el proceso de filtrado son de la misma longitud que la señal a analizar (N), se aplica un proceso de submuestreo (también llamado decimación) a la salida de cada uno de los filtros; produciendo los coeficientes de salida con una longitud de $N/2$ (se toma cada dos muestras), en la figura 2.23 se muestra este proceso.

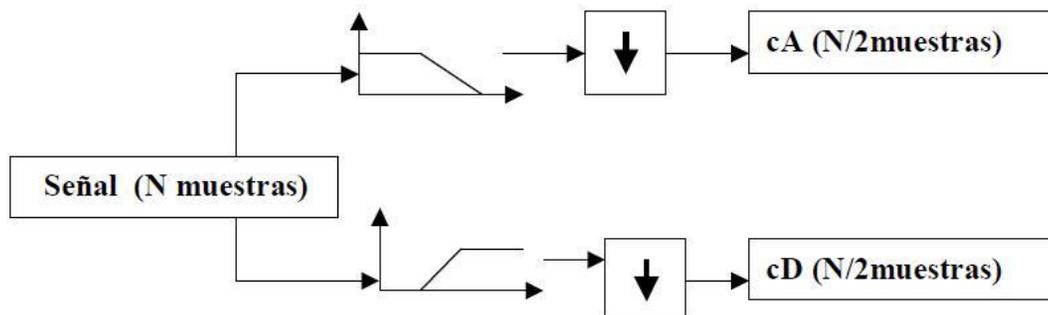


Figura 2.23 Proceso de decimación.
 Fuente: Jiménez C., Jiménez J. (2010)

En el proceso de filtrado o descomposición se itera, para descomponer la señal en N niveles, cada una con una resolución más baja. En la figura 2.24 se muestra el árbol de descomposición de wavelet con 3 niveles de descomposición.

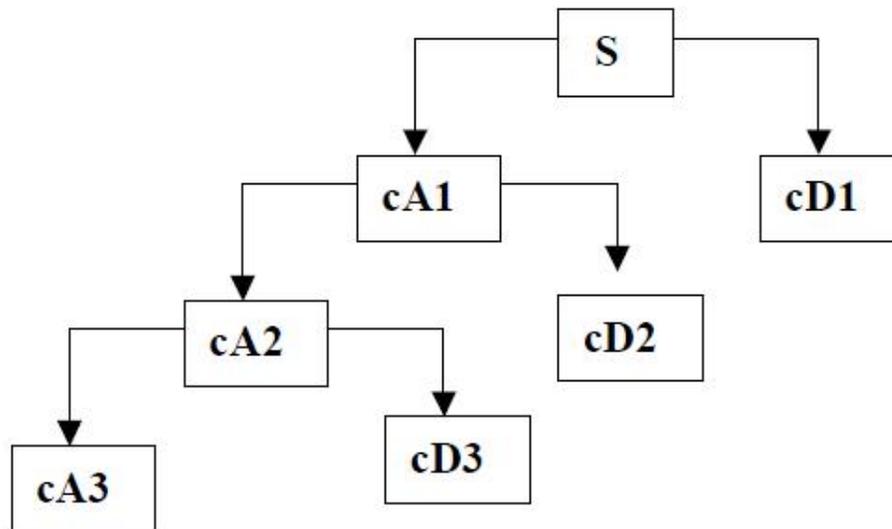


Figura 2.24 Árbol de descomposición de Wavelet con 3 niveles de descomposición. Fuente: Jiménez C., Jiménez J. (2010)

Por ejemplo, en el caso de aplicar la DWT a una señal electrocardiográfica con frecuencia de muestreo 240 Hz y 2048 muestras. En una primera fase se divide la señal en dos partes pasando la señal a través de un filtro pasa-alto y uno pasa-bajo lo cual produce dos versiones diferentes de la misma señal: la porción de la señal correspondiente al primer nivel de detalle. 0-60 Hz (porción pasa-bajo), y 60-120 Hz (porción pasa-alta), cada una de las partes tendrán 1024 muestras.

Posteriormente, se toma una porción (usualmente la pasa-bajo) o ambas, y se hace el mismo procedimiento otra vez. Si se toma la porción pasa-bajo, ahora se tendrá la misma señal con la mitad de las muestras que se tenía anteriormente (segundo nivel de detalle), en las frecuencias 0-30 Hz, 30-60 Hz.

Se toma nuevamente la porción pasa-bajo y se pasa a través de los filtros pasa-alto y pasa-bajo; de manera que ahora se tienen dos conjuntos de señales correspondientes a 0-15 Hz, 15-30 Hz. (tercer nivel de detalle) cada uno con la mitad de las muestras que tenía el nivel anterior.

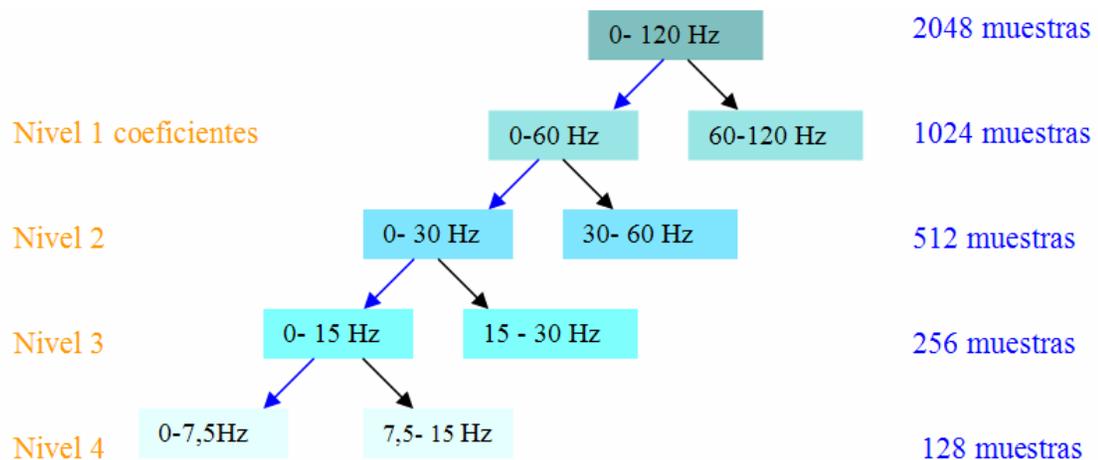


Figura 2.25 Análisis DWT de una señal ECG con $f_m=240$ Hz, 2048 muestras. Fuente: Navarrete, M y Andrade, S, (2006)

Se continúa con este procedimiento hasta que solo quede una muestra en el nivel de coeficientes. Entonces se obtiene un conjunto de señales, las cuales actualmente representan la misma señal, pero todas corresponden a diferentes bandas de frecuencia.

A juicio de Navarrete, M y Andrade, S, (2006) Las componentes de frecuencia que son más dominantes en la señal original aparecerán como altas amplitudes en la región de la DWT que incluyen esta banda de frecuencias. La localización en el tiempo de las componentes tendrá una resolución que dependerá del nivel en el que aparezcan.

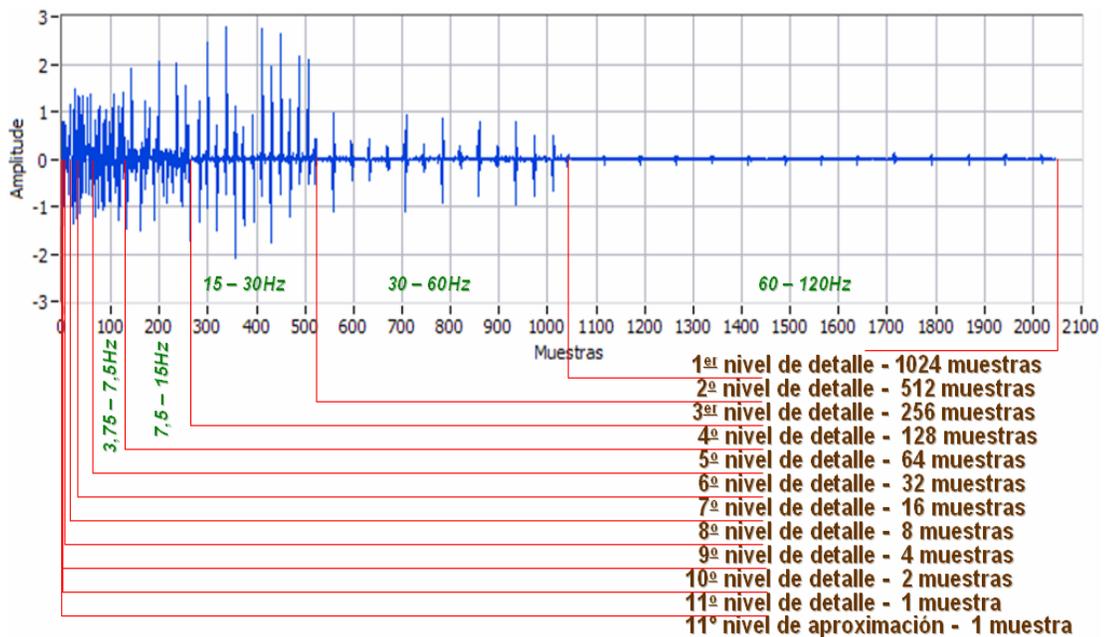


Figura 2.26 Descomposición DWT de una señal ECG con $f_m=240$ Hz, 2048 muestras, usando como Wavelet madre Daubechies 4.

Fuente: Navarrete, M y Andrade, S, (2006)

Tipos de Wavelet

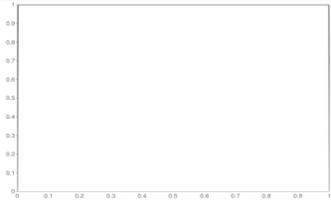
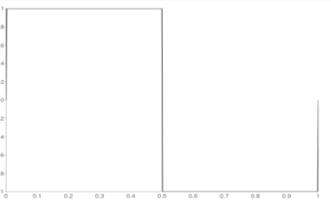
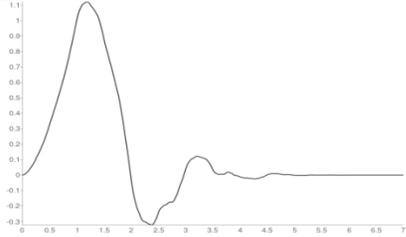
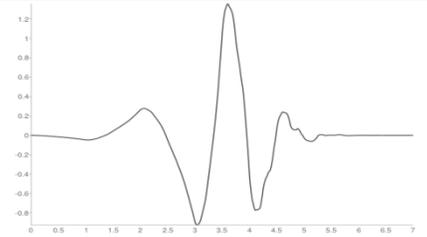
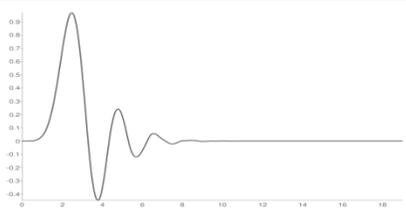
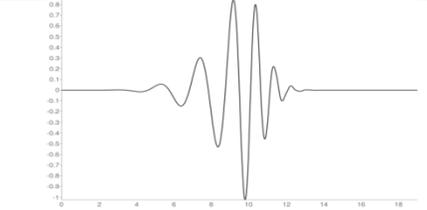
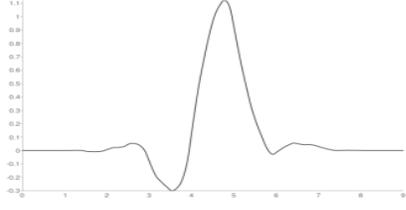
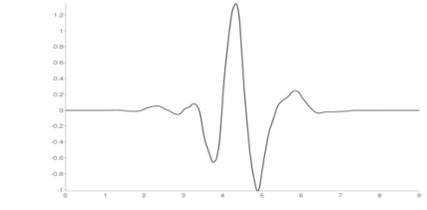
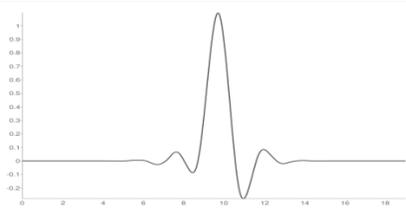
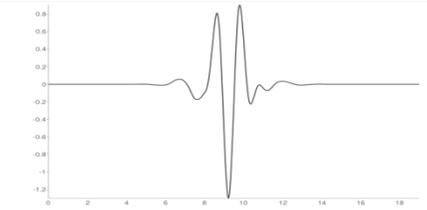
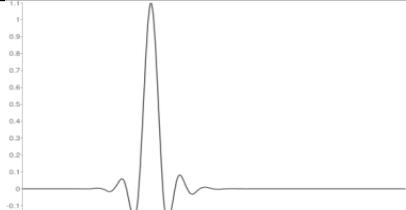
Existen diferentes funciones de wavelet con características que la definen y diferencian de las otras, las cuales permiten adaptarlas a determinadas aplicaciones. Dentro de las cuales se tienen: Wavelet Daubechies, Wavelet Symlets, Wavelet Coiflet, Wavelet Meyer, Wavelet Sombrero Mexicano, Wavelet Morlet, Wavelet biortogonales, entre otras nombradas por Daubechies, I (2006). En la tabla 2.2 se muestran las familias Wavelet contenidas en matlab 7.0 y en la tabla 2.3 algunas Wavelet madre.

Tabla 2.2 Familias Wavelet disponibles en Matlab

Haar	haar
Daubechies	db
Symlets	sym
Coiflets	coif
BiorSplines	bior
ReverseBior	rbio
Meyer	meyr
DMeyer	dmey
Gaussian	gaus
Mexican_hat	mexh
Morlet	morl
Complex Gaussian	cgau
Shannon	shan
Frequency B-Spline	fbsp
Complex Morlet	cmor

Fuente: Matlab 7.0.12 Wavelet toolbox, User`s Guide (2015).

Tabla 2.3 Algunas Wavelet Madre

Wavelet Madre	Función escala y función Wavelet	
Daubechies 1 (db1)		
Daubechies 4 (db4)		
Daubechies 10 (db10)		
Symlet 5 (Sym5)		
Symlet 10 (Sym10)		
Coiflets 5 (coif1)		

Fuente: Disponible en <http://wavelets.pybytes.com> (2015).

Criterio de umbral

Para reducir el ruido de la señal a analizar, se deben eliminar las componentes de la señal que están por debajo de un determinado umbral (thr). De acuerdo con Faundez, P (2002) en la selección de un umbral óptimo se consideran los criterios sugeridos por las investigaciones de Donoho y Johnstone los cuales se basan principalmente parámetros estadísticos como la desviación estándar, la desviación media absoluta, etc. Dicha técnica consiste en estimar el nivel de ruido (δ) de los datos de entrada mediante el cálculo de la media absoluta de los coeficientes wavelet obtenidos en el primer nivel de descomposición ($cd_{j-1,k}$) dividida por 0.6745, esto es:

$$\delta = \frac{\sum_k \frac{|cd_{j-1,k}|}{n}}{0.6745} \quad (2.24)$$

Donoho y Johnstone sostiene que los coeficientes wavelet del primer nivel son, con unas pocas excepciones, **esencialmente puro ruido**. Además, el umbral a seleccionar se determina según la teoría de Donoho, D (1995) con la ecuación 2.25, este umbral es denominado Umbral Universal:

$$thr = \delta \sqrt{2 \ln(N)} \quad (2.25)$$

siendo N igual a la longitud de la señal original.

Contracción suave, dura y garrote

Otro parámetro a considerar en el proceso de filtrado es el tipo de contracción a aplicar: dura (Hard), suave (Soft) o garrote. Cuando se aplica la contracción dura, si el valor absoluto del coeficiente es mayor que el umbral calculado, se mantiene el coeficiente, y en el caso contrario se iguala a cero. En la ecuación 2.26 se muestra el resultado de aplicar este tipo de contracción, donde thr es el valor del umbral establecido y $cd_{j-1,k}$ los coeficientes de wavelet del primer nivel, entonces los elementos del nuevo conjunto de datos $cdm_{j-1,k}$ estarán conformado por los coeficientes que se ajusten a las siguientes reglas de formación:

$$cdm_{j-1,k} = \begin{cases} 0, & \text{si } |cd_{j-1,k}| < thr \\ cd_{j-1,k}, & \text{si } |cd_{j-1,k}| \geq thr \end{cases} \quad (2.26)$$

este criterio suele conocerse como **Contracción Dura**.

En el caso de aplicar la **Contracción suave** si el valor absoluto del coeficiente es mayor o igual que el umbral seleccionado, se modifica el coeficiente restando el umbral a su valor absoluto, en caso contrario se iguala el coeficiente a cero al igual que la contracción dura. En otras palabras, sea thr el valor del umbral establecido y $cd_{j-1,k}$ los coeficientes wavelet del primer nivel, entonces los elementos del nuevo conjunto de datos $cdm_{j-1,k}$ estarán conformado por los coeficientes que se ajusten a las siguientes reglas de formación:

$$cdm_{j-1,k} = \begin{cases} 0, & \text{si } |cd_{j-1,k}| < thr \\ \text{signo}(cd_{j-1,k})(|cd_{j-1,k}| - thr), & \text{si } |cd_{j-1,k}| \geq thr \end{cases} \quad (2.27)$$

En la figura 2.27 se muestra el resultado cuando no se modifican los coeficientes, por lo tanto $cdm_{j-1,k}$ es igual a $cd_{j-1,k}$. En la figura 2.28 se muestran los resultados de la modificación de los coeficientes cuando se aplica la contracción dura y suave, observe que la contracción dura produce discontinuidad en $cd_{j-1,k} = \pm thr$ lo cual no ocurre con la contracción suave.

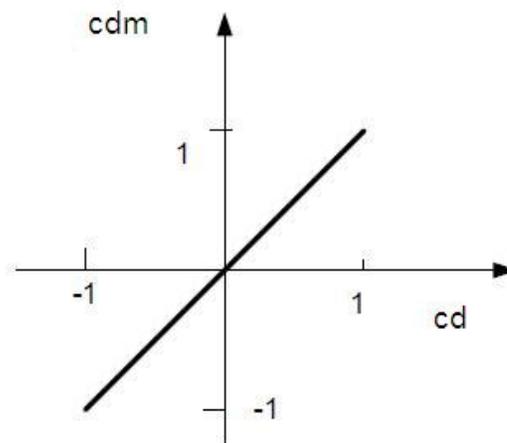


Figura 2.27 Coeficientes sin modificar.
Fuente: Jiménez C., Jiménez J. (2010)

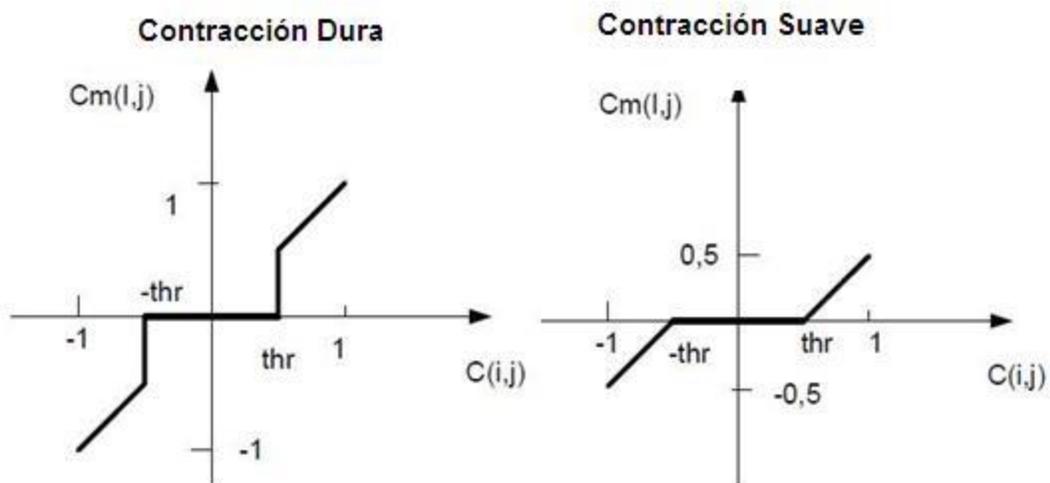


Figura 2.28 Contracción dura (izq.) y Contracción suave (der).
Fuente: Jiménez C., Jiménez J. (2010)

En este sentido Donoho y otros autores proponen dos tipos diferentes de contracciones, a saber, dura y suave (ver por ejemplo Jiménez C., Jiménez J. (2010) y Navarrete, M y Andrade, S, (2006)). Por otro lado, Gao citado por Vega, C. (2009) desarrolla un tipo de contracción denominada Garrote.

Mediante estudios de simulación, Donoho, D. y Johnstone, I. (1994) concluyen que una contracción Dura introduce discontinuidades y muchas oscilaciones en la señal estimada, pero presenta menor error cuadrático medio (ECM) que una contracción suave. Mientras que una contracción suave tiende a generar señales estimadas más regulares, a costa de un mayor ECM. En las aplicaciones, la contracción dura generalmente reproduce mejor las alturas de los picos y las discontinuidades, pero a expensas de la suavidad visual.

Según Vega, C. (2009), la contracción garrote elimina los coeficientes pequeños y reduce los coeficientes grandes mediante una función no-lineal. En la contracción garrote si thr es el valor del umbral establecido y $cd_{j-1,k}$ los coeficientes wavelet del primer nivel, entonces los elementos $cdm_{j-1,k}$ son los nuevos coeficientes de detalle umbralizados que estarán conformado por los coeficientes que se ajusten a la siguiente regla de formación:

$$cdm_{j-1,k} = \begin{cases} 0, & si |cd_{j-1,k}| < thr \\ cd_{j-1,k} \left(1 - \left(\frac{thr}{cd_{j-1,k}} \right)^2 \right), & si |cd_{j-1,k}| \geq thr \end{cases} \quad (2.28)$$

En la figura 2.29 se muestran los resultados de la modificación de los coeficientes cuando se aplica la contracción garrote. El objetivo de la contracción garrote es reproducir lo mejor posible los picos y las discontinuidades sin sacrificar la regularidad de la señal estimada.

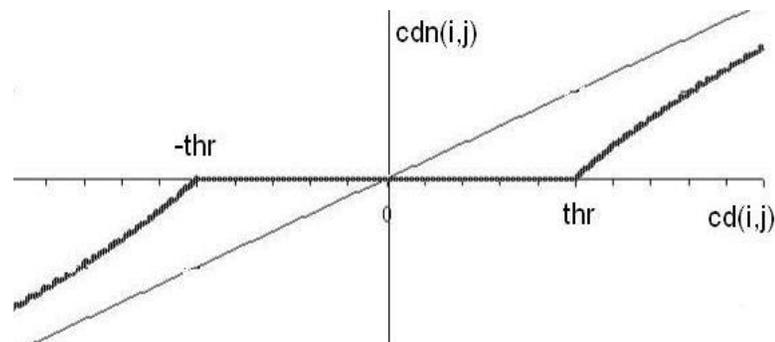


Figura 2.29 Contracción Garrote
Fuente: Yusti, F. (2010)

De acuerdo a Vega, C. (2009) Gao prueba que la estimación proporcionada con la contracción Garrote presenta la misma tasa de convergencia asintótica que las estimaciones con contracciones Suave y Dura, respectivamente. Gao realizó pruebas con simulaciones de muestras finitas, en las que la contracción garrote generalmente proporcionó un ECM menor que la contracción suave y una menor sensibilidad a perturbaciones pequeñas en los datos que la contracción dura.

CAPÍTULO III

MARCO METODOLÓGICO

En este capítulo se presenta el tipo y modalidad de investigación, las técnicas y procedimientos que se utilizaron para realizar la reducción de ruido en señales de electrocardiogramas mediante el método de la transformada de Wavelet. De igual modo se describe los instrumentos de recolección de información, así como la población y muestra, todo esto con la finalidad de presentar la manera y forma como se realizó la investigación.

Tipo y Modalidad de Investigación

Mediante esta investigación se pretende realizar la descripción, comportamiento y análisis de la señales de electrocardiogramas utilizando el método de la transformada de Wavelet. Es por ello que este trabajo presenta características de una investigación de tipo científicista, ya que, según lo plantean Orozco, Labrador y Palencia (2002)

Si el interés del investigador está dirigido a encontrar respuestas en relación con lo no conocido mediante evidencia empírica, a través del uso de técnicas de recolección y análisis cuantitativo de los datos, ésto es a explorar, describir, relacionar, explicar o predecir eventos de un fenómeno en estudio, se trata de una investigación científicista orientada a la producción de nuevo conocimiento y enfocada al desarrollo del

componente cognoscitivo en la búsqueda de una verdad probabilísticamente reproducible. (pág. 7).

Se considera a su vez, que esta investigación por sus características se amolda a la modalidad descriptiva ya que, según lo plantea Ary, D. y otros (1989:52), “la investigación descriptiva comprende la descripción, registro, análisis e interpretación de la naturaleza actual, composición o procesos de los fenómenos”.

Esto debido a que se utilizó una base de datos de señales provenientes de pacientes reales con el propósito de describirlas mediante algunos parámetros característicos y analizarlas. Al respecto Orozco, Labrador y Palencia (2002:8) destacan acerca de la modalidad descriptiva que “tiene como propósito la descripción cuantitativa de un evento o fenómeno tal cual ocurre en la realidad sin generalización categórica”.

Diseño de la Investigación

En función del momento en el que se recolecta la información, esta investigación se enmarca como un estudio transeccional, ya que de acuerdo con lo definido por Orozco, Labrador y Palencia (2002:9) “En los estudios transeccionales se toman los datos de una o varias muestras en una sola aplicación. Es decir, se describe en un momento único cualquier evento”.

Población y Muestra

De acuerdo con Labrador y Palencia (2002:84) población es “el establecimiento del alcance del estudio respecto a la expansión del objeto de estudio y la delimitación del fenómeno”.

Arias (2006: 83) plantea que muestra es “un subconjunto representativo y finito que se extrae de la población accesible”.

En este sentido Lohr, S (2000:3) plantea que la población objetivo es “la colección completa de observaciones que deseamos estudiar”, mientras que la población muestreada es “la colección de todas las unidades de observación posibles que podrían extraerse en una muestra; en otras palabras es la población de donde se extrae la muestra”.

En esta investigación la población objetivo estará conformada por todas las señales ECG mientras que la población muestreada será una base de datos de señales de electrocardiogramas provenientes de pacientes reales y obtenidas por especialistas en el área. Por consiguiente la muestra que se seleccionó para esta investigación serán las señales suministradas por el Instituto de Tecnología Massachusetts (MIT) (Data descargada desde la dirección <http://www.physionet.org/cgi-bin/atm/ATM>).

Técnicas e Instrumentos de Recolección de Datos

De acuerdo con lo definido por Arias F. (2006:25) las técnicas e instrumentos de recolección de datos “son las distintas formas o maneras de obtener la información” Para el desarrollo de esta investigación se utilizó un conjunto de datos constituidos por 20 registros discretos. Las señales fueron descargadas en formato digital desde la base de datos de PhysioNet (<http://www.physionet.org/cgi-bin/atm/ATM>), es importante resaltar que las mencionadas señales de electrocardiogramas son provenientes de pacientes reales y obtenidas por especialistas en el área.

Cabe destacar que como en cualquier sistema de análisis de señales, la primera etapa consiste en la adquisición de la señal. En la práctica, esta adquisición se realiza mediante los dispositivos llamados electrocardiógrafos. Para estudiar la reducción de ruido utilizando la transformada Wavelet es necesaria la aplicación del filtrado sobre un conjunto más o menos amplio de señales ECG las cuales, además, deberían cubrir de forma generalizada todo el abanico de posibles condiciones en las que se puedan presentar interferencias, es por esto que se seleccionó una base de datos que cumpliera con ciertas características necesarias para llevar a cabo esta investigación.

Selección de la Base de Datos

De acuerdo con Micó, P. (2005), las características exigibles a las bases de datos electrocardiográficas se pueden resumir en los siguientes puntos:

1. Deberán contener señales representativas para llevar a cabo pruebas de algoritmos analizadores de ECG, por lo que es necesario disponer de un gran conjunto de señales reales.
2. Deberán contener señales raramente observadas pero clínicamente significativas.
3. Deberán contener señales estándar, es decir, señales utilizadas por un amplio sector de la comunidad científica relacionada con el tratamiento de la señal electrocardiográfica. No tiene sentido el realizar comparaciones entre algoritmos si éstos no han sido aplicados al mismo conjunto de datos, ya que los resultados obtenidos dependen en varios de los casos del conjunto de datos empleado.
4. Deberán contener señales con anotaciones.
5. Deberán contener señales discretas accesibles a programas informáticos. De esta forma, es posible realizar un test completamente automático y reproducible, permitiendo comparar resultados frente a modificaciones en los algoritmos utilizados.
6. Los parámetros de las señales tales como f_s (frecuencia de muestreo), ganancia, amplitud, etc., deberán ser conocidos.

Estas bases de datos permitirán una evaluación de los métodos desarrollados de forma reproducible, automática, cuantitativa y estándar. Sin embargo, habrá que tener en cuenta que la utilización de una sola base de datos puede dar lugar a errores al querer extrapolar los métodos probados en

ella sobre señales reales, ya que éstos pueden haberse adaptado de una manera excesiva al conjunto de datos empleados en su desarrollo. Por esta razón se aplicarán todos los métodos desarrollados a señales provenientes de distintos conjuntos. En algunos casos, será admisible la utilización de señales sintéticas que realcen ciertos aspectos a estudiar o simplemente permitan controlar mejor las características de las muestras.

Según Micó, P. (2005), en cuanto a las bases de datos de señales electrocardiográficas disponibles en la actualidad, se pueden citar las siguientes:

1. AHA DB. The American Heart Association Database for Evaluation of Ventricular Arrhythmia Detectors (80 registros de 35 minutos cada uno).
2. MIT/BIH DB. The Massachusetts Institute of Technology - Beth Israel Hospital Arrhythmia Database (48 registros de 30 minutos cada uno).
3. ESC DB. The European Society of Cardiology ST-T Database (90 registros de 120 minutos cada uno).
4. NST DB. The Noise Stress Database (12 registros de 30 minutos cada uno).
5. CU DB. The Creighton University Sustained Ventricular Arrhythmia Database (35 registros de 8 minutos cada uno).

Sin embargo, a través del *Massachusetts Institute of Technology* (MIT) se tiene acceso a registros del resto de bases de datos, con lo cual todas las señales a utilizar se pueden obtener de la misma fuente. Así, utilizando como fuente la base de datos del MIT disponible en la web de PhysioNet, se dispone de un conjunto de señales lo suficientemente amplio para realizar

pruebas muy representativas, además de contar con un formato de datos abierto y común a todas ellas, lo que reduce enormemente el esfuerzo en el desarrollo de aplicaciones. Éstas son las razones principales por las que se seleccionó como fuente utilizada en los experimentos llevados a cabo para validar los métodos propuestos en este trabajo.

El *Research Resource for Complex Physiologic Signals*, al que pertenece Physionet, es un proyecto de investigación iniciado en Boston por instituciones médicas tan relevantes como el Beth Israel Hospital (BIH), la Harvard Medical School, la Boston University, McGill University y el Massachusetts Institute of Technology (MIT) y fundado bajo los auspicios del National Center for Research Resources y el National Institute of Health. Los recursos para la investigación y el estudio sobre señales complejas de origen biológico y fisiológico (no sólo señales electrocardiográficas) ofrecidos por estas instituciones a través de la web anteriormente citada, se distribuyen públicamente a través de tres componentes fuertemente interrelacionados:

[PhysioNet.] Se trata de un fórum on-line ideado para la publicación y el intercambio de todo tipo de señales biomédicas y del software (open-source) adecuados para el análisis de las señales biomédicas, facilitando de esta forma la cooperación para el estudio de este tipo de datos y en la evaluación y prueba de nuevos algoritmos.

[PhysioToolkit.] Donde se presenta una recopilación de software para el procesamiento y análisis de señales de origen fisiológico y para la detección de eventos fisiológicamente significativos.

[PhysioBank.] Constituido por un archivo creciente de registros digitales correspondientes a señales de origen fisiológico que se ofrece libremente a través de la web a la comunidad científica internacional (Figura 3.1).

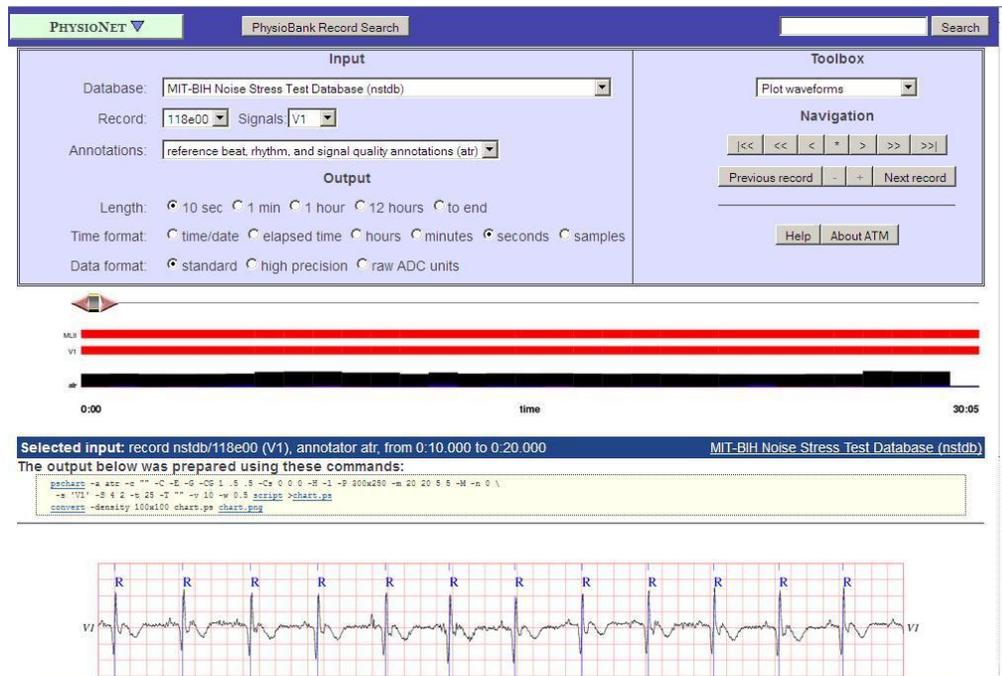


Figura 3.1 Aspecto de la web de PhysioBank.
Fuente: <http://www.physionet.org>. (2015)

PhysioBank aglutina unas 30 bases de datos de acceso público gratuito con señales biomédicas que tratan de abarcar un amplio espectro de casos reales provenientes tanto de pacientes sanos como de pacientes con deficiencias en su salud (presentando casos por muerte súbita, fallos cardíacos, epilepsia, apnea, etc.). Dentro de las bases de datos de señales electrocardiográficas las que se utilizaron en esta investigación se nombran a continuación:

- MIT-BIH *Noise Stress Test Database*. Con 12 registros ECG y 3 registros que contienen el ruido típico que aparece en los ECG ambulatorios, todos ellos tienen una duración de media hora. Los 3 registros ruidosos han sido obtenidos ensamblando aquellos intervalos de registros que contenían tanto variaciones en la línea de base, como

interferencias de carácter muscular o debidas al movimiento de los electrodos.

- MIT-BIH Arrhythmia Database. En esta base de datos se recogen episodios de arritmia cardíaca en 48 extractos de media hora de duración correspondientes a los ECG ambulatorios de 48 pacientes, 23 registros seleccionados de forma aleatoria a partir de 4000 ECG ambulatorios, y otros 25 registros elegidos para recoger también aquellas arritmias menos frecuentes pero clínicamente significativas.
- MIT-BIH *Normal Sinus Rhythm Database*. Proporciona 18 registros ECG de larga duración pertenecientes a 18 pacientes (5 hombres y 13 mujeres) que no presentan ningún tipo de arritmia significativa.

Técnica de Procesamiento y Análisis de los Datos

Una vez revisados los modelos teóricos y seleccionada la base de datos, se procedió a la selección de la Wavelet a utilizar, para ello se consideraron tres familias de wavelet: Daubechies, Symlets y Coiflets. Posteriormente, mediante el análisis de multiresolución se realizó la descomposición de la señal en dos componentes, una llamada de Detalle y otra de Aproximación. Con esta información se determinaron una serie de parámetros característicos que se consideran necesarios para describir la señal y se construyeron algoritmos tomando en cuenta tres tipos de contracciones (suave, dura y garrote) que permiten reducir el ruido presente en la señal. Finalmente se analizó el efecto de la aplicación de la Transformada Wavelet en el proceso de filtrado mediante la relación señal a ruido (SNR).

Procedimiento de la Investigación

El desarrollo de esta investigación se dividió en tres fases de trabajo, las cuales se resumen en la figura 3.2.

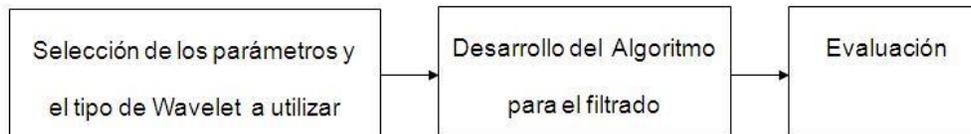


Figura 3.2 Diagrama de bloques del procedimiento metodológico.
Fuente: González Hernando (2015).

Cabe destacar que el procedimiento utilizado es el que implementó Jiménez C. (2004) en el trabajo Análisis de la relación señal a ruido de la voz, utilizando la transformada de Wavelet.

Fase I: Selección de los parámetros y el tipo de Wavelet a utilizar en el filtrado

En la selección de la Wavelet a utilizar para el filtrado de la señal se consideraron tres familias de wavelet: Daubechies, Symlets y Coiflets. Además para el proceso de umbralizado se tomaron tres tipos de contracciones: suave, dura y garrote. También se consideró otro parámetro importante para el filtrado como es el nivel de descomposición.

Fase II: Desarrollo del algoritmo para el filtrado de las señales ECG

Para realizar el algoritmo para el cálculo de la transformada de Wavelet y el proceso de umbralización se utilizaron algunas funciones ya desarrolladas. Además, la realización de esta investigación implicó el desarrollo e implementación de rutinas de software específicas, principalmente para el umbralizado con la contracción garrote, así como para el cálculo de la relación señal a ruido SNR. Los algoritmos desarrollados en esta investigación se pueden ver en los anexos.

Fase III: Evaluación

Una vez desarrollado el algoritmo se hicieron las pruebas necesarias para evaluar el efecto de la aplicación de la transformada de Wavelet en el proceso de filtrado de una señal de prueba y así validar el algoritmo desarrollado en la fase II. Luego de validar el procedimiento se le aplicó a las señales de ECG y se evaluó el efecto del filtrado mediante indicadores como la relación señal a ruido. Así como también se analizó cual Wavelet madre se adapta mejor a la señal ECG, que contracción logra un mejor resultado en el filtrado de la señal y que nivel de descomposición permite obtener una mayor reducción del ruido.

A continuación se explica la metodología utilizada para el filtrado de una señal ECG con la transformada de wavelet y la validación de dicho procedimiento en una señal de prueba.

Relación Señal a Ruido (SNR)

Para determinar la relación señal a ruido (SNR) de la señal se utilizó la ecuación 3.1.

$$SNR = 10 * \log_{10} \left[\frac{\sum_{n=0}^{L-1} (x(n))^2}{\sum_{n=0}^{L-1} (\hat{x}(n) - x(n))^2} \right] \quad (3.1)$$

Donde:

$\hat{x}(n)$: es la señal filtrada.

$x(n)$: es la señal con ruido.

SNR : es la relación señal a ruido en decibeles.

L : el número de muestras de la señal.

Se desarrolló un programa utilizando la fórmula de la relación señal a ruido de la ecuación 3.1 y se comparó con una señal a la que se le añade ruido blanco con una relación señal a ruido conocida. El procedimiento aplicado para generar una señal con una relación señal a ruido deseada consistió en utilizar la función **wnoise**, especificada en la ecuación 3.2, mediante la cual se le añade a una señal (x) ruido blanco con una relación señal a ruido de $(snrat)^2$ para generar la señal con ruido (xn)

$$[x,xn] = \text{wnoise}(\text{Num},N,\text{snrat}) \quad (3.2)$$

Donde

$snrat$: es la raíz cuadrada del valor de la relación señal a ruido deseada.

x : Señal que depende del valor de Num , reescalada de tal modo que su desviación estándar (srt_d) sea igual al valor de la relación señal a ruido deseada, es decir $snrat$

$$x = x * \frac{snrat}{srt_d(x)}$$

xn : Es la señal, con ruido gaussiano blanco, que se genera con una relación señal a ruido ($snrat$)², a través de la ecuación 3.3

$$xn = x + wn \tag{3.3}$$

wn : Ruido gaussiano blanco con desviación estándar igual a uno y valor medio cero.

N : Número de muestras de las señales generadas (x, xn) igual a 2^N .

En la figura 3.3a se muestra una señal senoidal, con 1024 muestras, a la cual se le suma ruido gaussiano con una relación señal a ruido de 10 dB (ver figura 3.3b), mediante la ecuación 3.3.

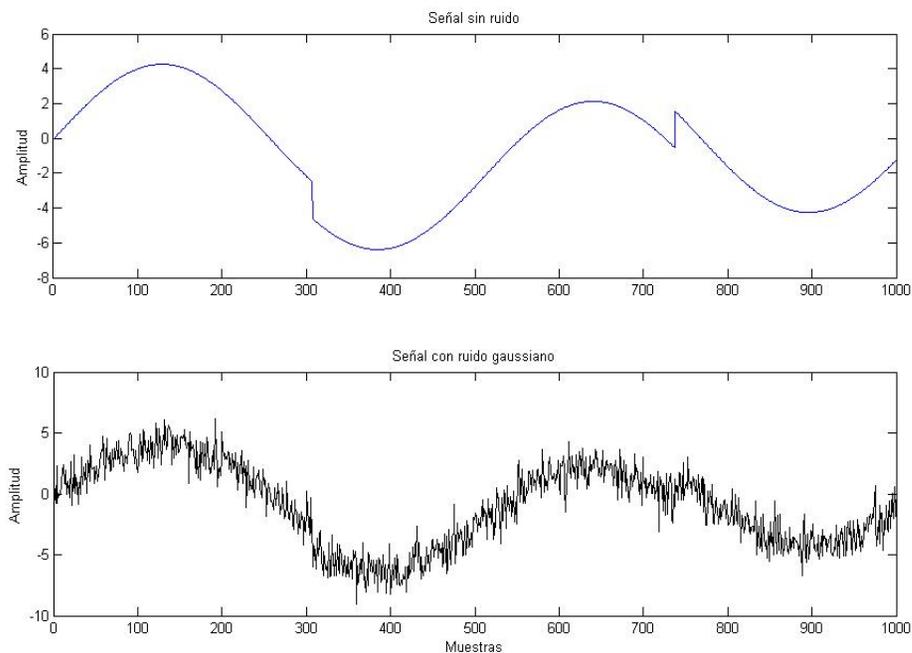


Figura 3.3 Señal de prueba sin ruido (a) y con ruido (b).
Fuente: González Hernando (2015).

Cuando se aplicó la ecuación 3.1 a estas señales, se obtuvo una relación señal a ruido de 10.3251 dB, el cual es un valor que se encuentra alrededor del previsto en esta señal (10 dB), por lo que se valida la fórmula utilizada. El programa utilizado para realizar este procedimiento se denominó PRUEBA1SNR (ver anexos).

Cálculo de la SNR por segmento

En esta fase se implementó un programa para realizar el cálculo de la relación señal a ruido (SNR) segmentando la señal, sin solapamiento y con solapamiento de estos segmentos. Para realizar la segmentación de la señal se deben definir, el tamaño del segmento que se va a procesar (N) y el tamaño del segmento que se va a solapar (S). El desplazamiento del segmento se obtiene mediante la diferencia entre N y S. La ubicación (P) del valor correspondiente a la relación señal a ruido calculado en el segmento, es en la mitad del tamaño del segmento procesado. El programa utilizado para realizar el cálculo de la relación señal a ruido con solapamiento y sin solapamiento se denominó PRUEBA2SNR (ver anexos).

Un ejemplo de cálculo del segmento que se utiliza para determinar la relación señal a ruido sin solapamiento es el siguiente:

Longitud de la señal $L = 1024$ muestras.

El tamaño del segmento $N = 256$ muestras (4 ventanas en total)

El tamaño del solapamiento $S = 0$.

En la figura 3.4 se muestra el resultado del procedimiento para obtener el segmento de la señal que se va a procesar, los puntos P1, P2, P3 y P4 representan las posiciones donde se va a colocar el valor de la relación señal a ruido.

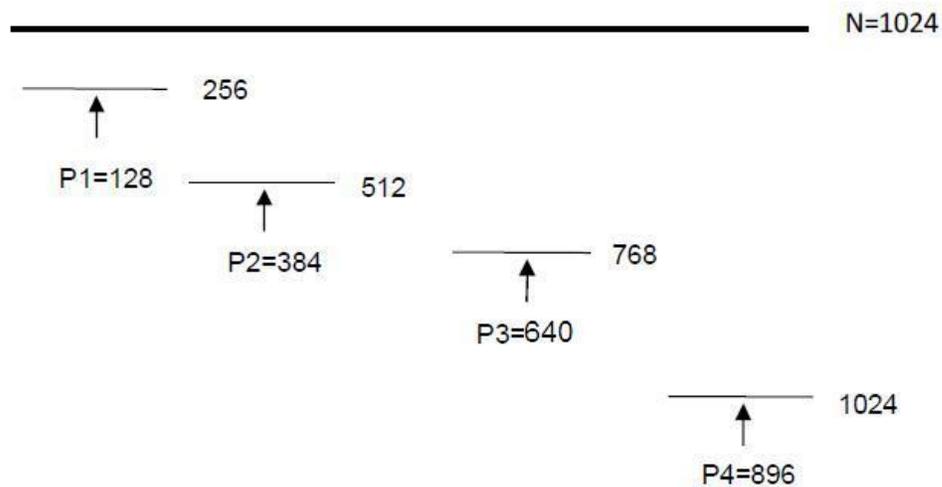


Figura 3.4 Segmentación de la señal sin solapamiento.
Fuente: Jiménez C., Jiménez J. (2010)

Un ejemplo de cálculo del segmento que se utiliza para determinar la relación señal a ruido con solapamiento es el siguiente:

Longitud de la señal $L = 1024$ muestras.

El tamaño del segmento $N = 256$ muestras (4 ventanas en total)

El tamaño del solapamiento $S = 128$ muestras.

El desplazamiento de la ventana $D = N - S = 256 - 128 = 128$ muestras.

En la figura 3.5 se muestra el resultado del procedimiento para obtener el segmento de la señal que se va a procesar, los puntos P1, P2, P3, P4, P5, P6 y P7 representan las posiciones donde se va a colocar el valor de la relación señal a ruido.

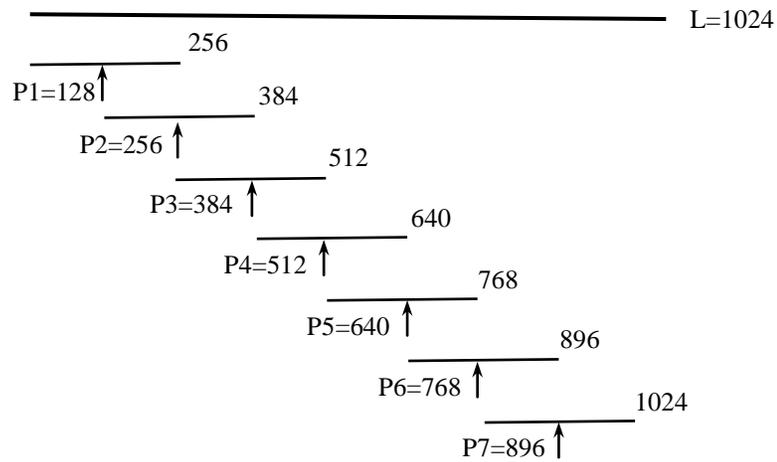


Figura 3.5 Segmentación de la señal con solapamiento.
Fuente: Jiménez C. (2003)

En las figuras 3.6 y 3.7 se muestra el cálculo de la relación señal a ruido de una señal senoidal (1024 muestras) con ruido blanco gaussiano y una SNR=10 dB.

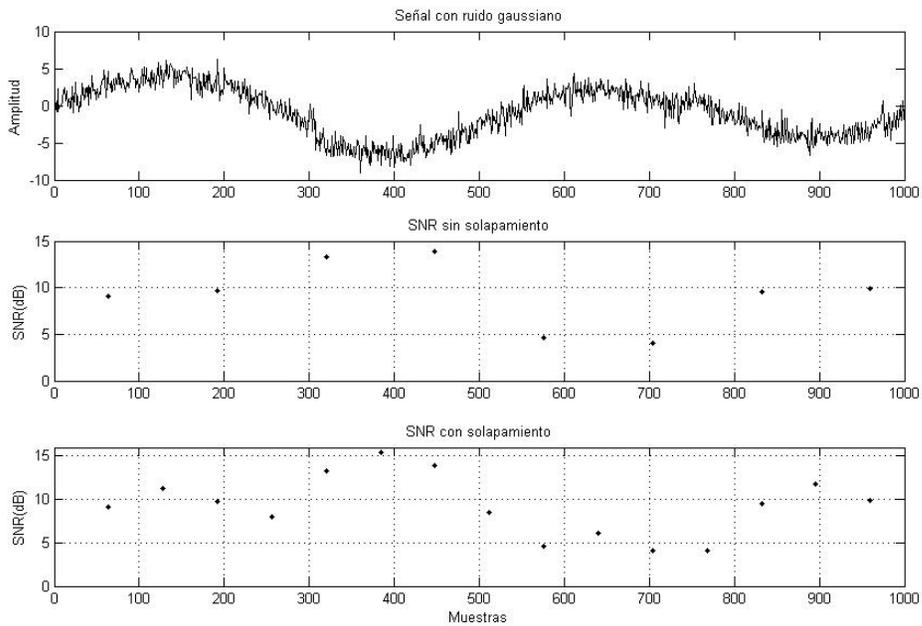


Figura 3.6 Señal con ruido (a), SNR sin solapamiento (b) y SNR con solapamiento (c). Fuente: González Hernando (2015).

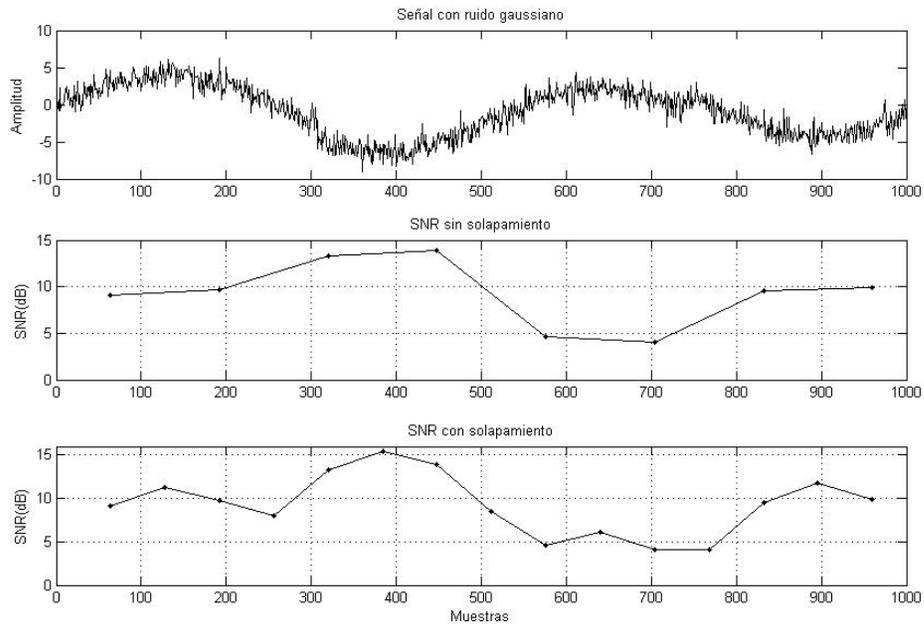


Figura 3.7 Señal con ruido (a), SNR sin solapamiento (b) y SNR con solapamiento, con interpolación (c). Fuente: González Hernando (2015).

El resultado de la SNR sin solapamiento es mostrado en la figura 3.6b y con solapamiento en la figura 3.6c. En la figura 3.7 los valores correspondientes a la SNR se unieron a través de una línea recta.

Se observa que los valores de SNR obtenidos oscilan alrededor de 10 dB en cada segmento donde se realizó el cálculo, sin embargo hay dos valores que están alejados 4.0557 dB y 15.3975 dB, pero el promedio del SNR es igual a 10.3251 dB con lo cual se demuestra la validación del procedimiento.

Aplicación de la Transformada de Wavelet a una señal con ruido

Se aplicó la transformada de Wavelet a una señal con un determinado nivel de ruido para realizar su filtrado. Se implementó el programa FILTRADO1 (ver anexos), utilizando las funciones **dwt** y **idwt** para eliminar ruido de una señal con una relación señal a ruido conocida.

La función **dwt**, indicada en la ecuación 3.4, permite realizar el proceso de descomposición wavelet en el primer nivel de una señal s , utilizando la wavelet definida en $wname$.

$$[CA,CD] = \text{dwt}(s,'wname') \quad (3.4)$$

La función **dwt** retorna los coeficientes de aproximación CA y los coeficientes de detalle CD .

La función **idwt**, indicada en la ecuación 3.5, permite generar o reconstruir la señal original s , a partir de los coeficientes de aproximación y de detalle.

$$Xr = \text{idwt}(CA,CD,'wname') \quad (3.5)$$

Se implementó el programa FILTRADO1 y se utilizó una señal senoidal con ruido blanco gaussiano y una SNR=10 dB. Para realizar el proceso de filtrado de la señal se seleccionó la wavelet Db10, con el umbral universal. El resultado de este experimento es mostrado en la figura 3.8, en donde se observan el ruido extraído y la señal filtrada, la cual conserva su forma senoidal y se le ha eliminado parte del ruido que presentaba.

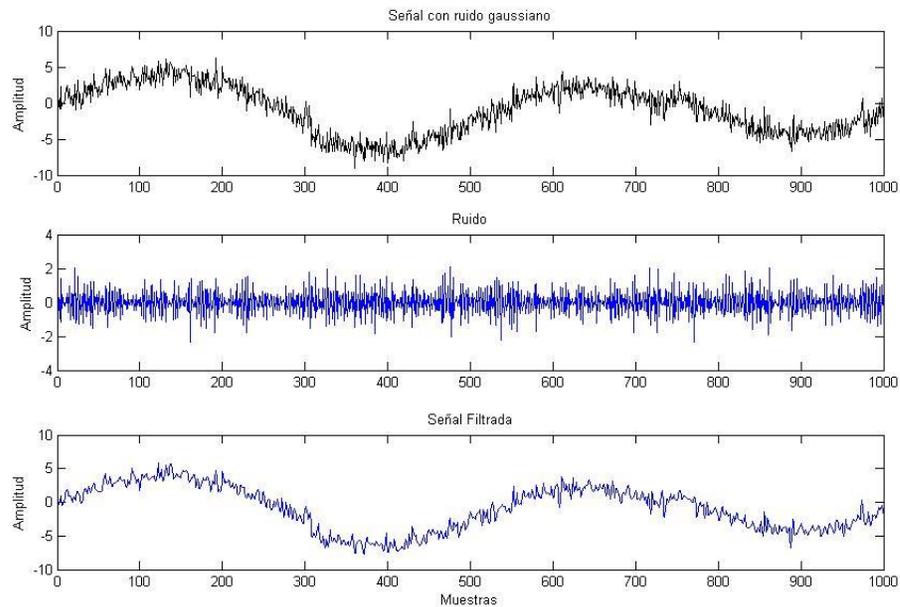


Figura 3.8 Señal con ruido (a), Ruido extraído (b) y Señal filtrada (c).
Fuente: González Hernando (2015).

Se calculó la relación señal a ruido, con la señal que contiene ruido y la señal filtrada obteniéndose un valor de 13.2895 dB, el cual está alrededor de 10 dB, demostrándose el efecto que tiene la transformada wavelet en el proceso de filtrado de una señal.

Efecto del cambio de parámetros en la aplicación de la Transformada de Wavelet a una señal con ruido

En ésta metodología de filtrado se analizaron parámetros como: el tipo de contracción (suave, dura o garrote), la wavelet madre (Daubechies, Symlets, Coiflets) y el nivel de descomposición. Para este análisis se implementó el programa FILTRADO 2 (ver anexos), utilizando las funciones **ddencmp** y

wdencmp para eliminar ruido de una señal con una relación señal a ruido conocida, una contracción y un nivel de descomposición deseado.

La función **ddencmp** se utiliza para obtener los valores por defecto del umbral y el tipo de contracción que se va a aplicar, con la transformada de wavelet. En la ecuación 3.6 se muestra como se utiliza esta función

$$[\text{thr}, \text{sorh}, \text{keepapp}] = \text{ddencmp}(\text{ini}, 'wv', s) \quad (3.6)$$

Donde:

ini: indica la operación que se va a realizar y puede tomar el valor “den”, cuando se va a eliminar ruido de la señal s, o “cmp” cuando se va a realizar una comprensión de la señal.

wv: indica que se utilizará un análisis de wavelet, si se coloca ‘wp’ es para realizar un análisis con wavelet packet.

s: es la señal a analizar.

Los parámetros obtenidos con esta función son:

thr: es el valor del umbral de ruido de la señal. Es calculado según la teoría de Donoho, por medio de la ecuación 3.7

$$\text{thr} = \delta \sqrt{2 \ln(N)} \quad (3.7)$$

Donde:

N: es la longitud de la señal original.

δ : es un estimado del nivel de ruido de la señal, obtenido con la ecuación 3.8

$$\delta = \frac{\sum_k \frac{|cd_{j-1,k}|}{n}}{0.6745} \quad (3.8)$$

$cd_{j-1,k}$: son los coeficientes de detalle obtenidos en el primer nivel de descomposición.

sorh: indica el tipo de contracción a aplicar, dura (Hard) o suave (Soft).
keepapp: es la opción que permite mantener los coeficientes de aproximación sin ser modificados por la contracción aplicada (keepapp=1) con keepapp=0 se modifican los coeficientes de aproximación.

La función **wdencmp** permite ejecutar un proceso de eliminación de ruido o comprensión de una señal s utilizando la wavelet. En la ecuación 3.9 se muestra como se utiliza esta función

$$Xf = \text{wdencmp}('gbl', s, 'wname', Niv, thr, sorh, keepapp) \quad (3.9)$$

Donde:

gbl: se utiliza para indicar que se utilizará un umbral (thr) global para ser aplicado a todos los coeficientes obtenidos del análisis wavelet.

Niv: nivel de descomposición de la señal.

Al aplicar la función **wdencmp** se obtiene Xf que es la señal filtrada.

Se implementó el programa FILTRADO 2 y se utilizó una señal senoidal con ruido gaussiano y una SNR=10 dB. Para realizar el proceso de filtrado de la señal se seleccionó la wavelet Db10, nivel de descomposición 6, utilizando la contracción suave. El resultado de este experimento es mostrado en la figura 3.9, en donde se observan la señal filtrada, la cual conserva su forma senoidal y se le ha eliminado gran parte del ruido que presentaba la señal. Los valores obtenidos por la función **ddencmp** son:

thr = 4.1067

sorh = s (el tipo de contracción, en este caso, es la suave)

keepapp = 1.

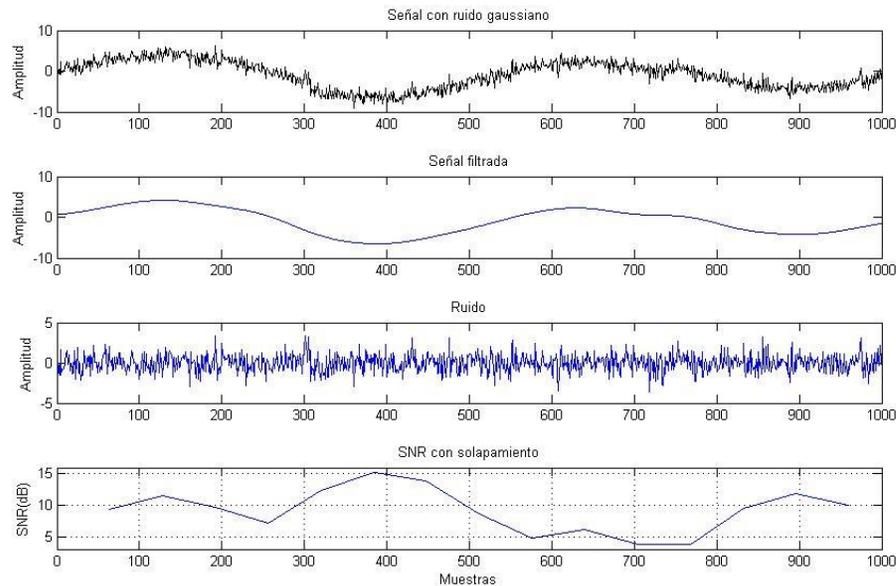


Figura 3.9 Señal con ruido (a), señal filtrada nivel de descomposición 6 (b), Ruido extraído (c) y SNR con solapamiento (d).
Fuente: González Hernando (2015).

Se calculó la relación señal a ruido con la señal original y la señal filtrada y se obtuvo el valor de 10.1890 dB, es cercano a 10 dB. Además, se observa en la figura 3.9 (d) que los valores de la relación señal a ruido oscilan entre 3.7123 y 15.2435.

En este experimento se observa como la onda procesada con la transformada de wavelet, conserva su forma senoidal, sin distorsión y se le filtra gran parte del ruido que presentaba. Obteniéndose con la metodología aplicada una relación señal a ruido en la señal procesada alrededor del valor con que fue creada la señal, logrando con esto demostrar la validez del procedimiento aplicado. En los anexos se muestran otros ensayos realizados para la validación de la metodología, en los cuales se varía el SNR de la señal y el tipo de contracción utilizada para el filtrado de la señal de prueba.

Aplicación de la Transformada de Wavelet para la determinación de la relación señal a ruido (SNR) de una señal ECG

En esta fase se aplicó la transformada de Wavelet para la reducción del ruido de una señal ECG y obtener la SNR utilizando solapamiento, como se muestra en la figura 3.10. Se implementó el programa FILTRADOECG (ver anexos), el cual permite seleccionar el tipo de transformada Wavelet, el nivel de descomposición, el tipo de contracción (suave, dura o garrote), la longitud de la ventana a procesar y el tamaño del solapamiento.

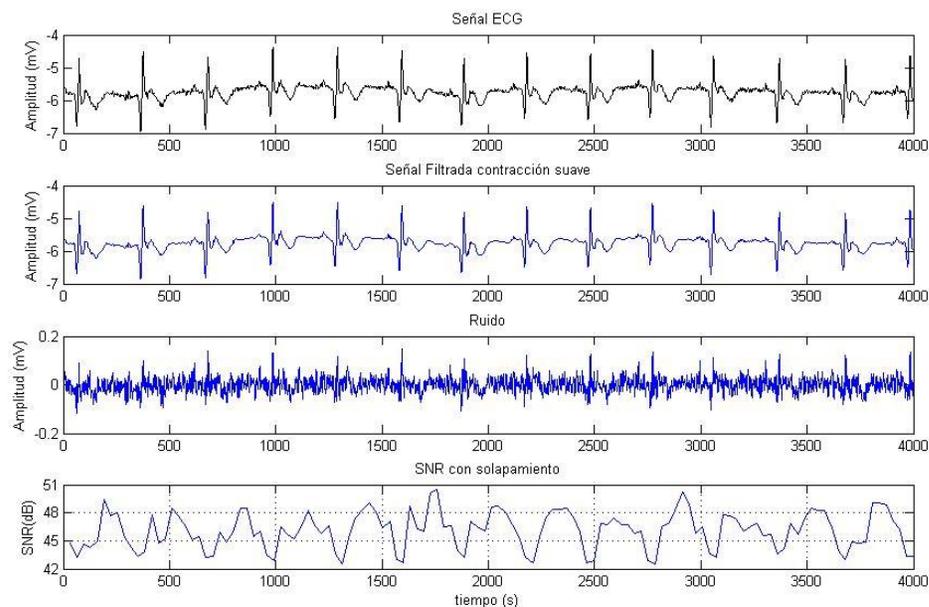


Figura 3.10 Señal ECG con ruido (a), Señal filtrada con Db10, nivel 12 (b), Ruido extraído (c) y SNR (d).
Fuente: González Hernando (2015).

En la figura 3.10a se muestra una señal ECG que contiene ruido, seleccionada de la base de datos de Physionet: MIT-BIH *Noise Stress Test Database*. El procesamiento se realizó con la transformada de Wavelet Db10

y un nivel de descomposición de 12, utilizando la contracción suave y un umbral de 0.0641 obtenido a través de la relación de Donoho con la función $ddencmp$. En las figura 3.10b se muestra la señal filtrada y en la figura 3.10c el ruido extraído. En la figura 3.10d se observa la relación señal a ruido en función del tiempo.

En este experimento se demostró la aplicación que tiene la transformada de Wavelet en el proceso de filtrado de una señal ECG, porque la señal filtrada mantiene su forma, y se elimina parte del ruido. Con respecto a la relación señal a ruido se observa como varía su valor en el tiempo dependiendo del segmento de la señal ECG procesada, los valores de la SNR se encuentran entre 42.5206 y 50.4931 dB.

Análisis del espectro de una señal ECG

En este experimento se estudió el espectro de frecuencias para las señales ECG a través de la transformada discreta de Fourier (DFT) como se muestra en la figura 3.11. Se implementó el programa ESPECTROECG (ver anexos), el cual permite seleccionar el tipo de transformada Wavelet, el nivel de descomposición, el tipo de contracción (suave, dura o garrote) y aplicar la transformada discreta de Fourier (DFT) a la señal original y a la señal filtrada.

La función **fft** se utiliza para obtener transformada discreta de Fourier. En la ecuación 3.10 se muestra como se utiliza esta función

$$Y = \text{fft}(X) \tag{3.10}$$

Donde:

X: es un vector, señal a estudiar.

Y: la transformada discreta de Fourier del vector X.

En la figura 3.11 se muestra el espectro de frecuencias de una señal ECG que contiene ruido, seleccionada de la base de datos de Physionet: MIT-BIH *Noise Stress Test Database*. El procesamiento se realizó con la transformada de Wavelet Db4 y un nivel de descomposición de 12, utilizando la contracción suave. En la figura 3.11 se observa que la señal filtrada contiene menor ruido de alta frecuencia que la señal ECG original.

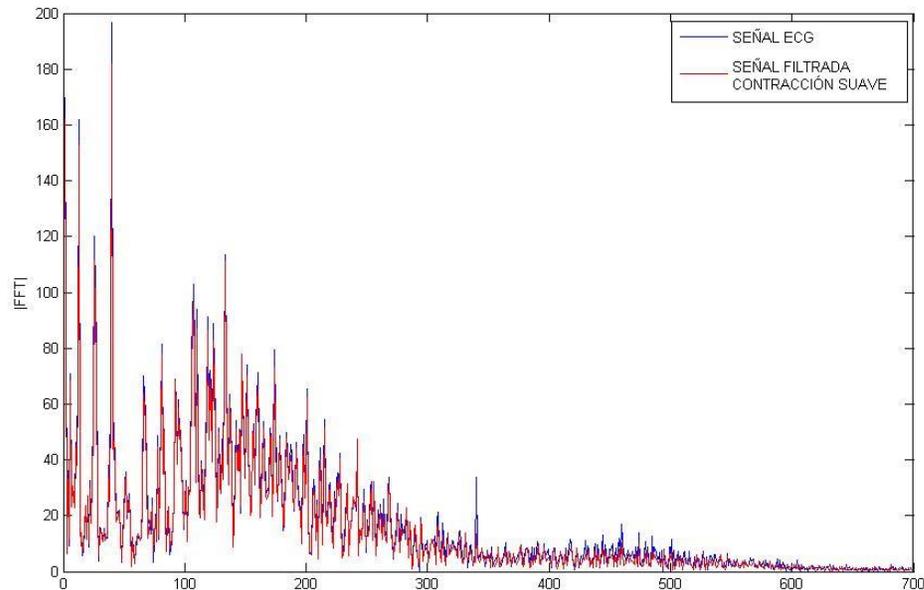


Figura 3.11 Espectro de frecuencias de la señal ECG y la señal filtrada con Db4, nivel 12
Fuente: González Hernando (2015).

CAPÍTULO IV

PRESENTACIÓN E INTERPRETACIÓN DE RESULTADOS

Introducción

En este capítulo se muestran los resultados obtenidos al analizar diferentes señales ECG, a las cuales se les aplicó las transformadas de Wavelet: Daubechies (Db), Symlets (Sym) y Coiflets (Coif), con diferentes niveles de descomposición y distintos tipos de contracciones (suave, dura y garrote). Para evaluar las técnicas propuestas en capítulos posteriores se seleccionaron registros ECG de la base de datos de Physionet: *MIT-BIH Noise Stress Test Database*, *MIT-BIH Normal Sinus Rhythm Database* y *MIT-BIH Arrhythmia Database*. La mayoría de las señales han sido muestreadas con una frecuencia de 360 Hz, una resolución de 12 bits y un rango de tensión de ± 10 mV.

4.1 Relación señal a ruido de una señal ECG

En la figura 4.1a se muestra una señal ECG de la base de datos de Physionet. Se seleccionó para su procesamiento la Transformada Wavelet de la familia Db3 con un nivel de descomposición dos, el umbral utilizado es 0.0614, obtenido a través de la relación de Donoho y se utilizó la contracción suave. En la figura 4.1b se muestra la señal filtrada, donde se observa una disminución del ruido contenido.

En la figura 4.1c se muestra el ruido obtenido mediante la resta de la señal original y la señal filtrada, en la misma se observa el nivel de ruido en las diferentes ondas, deflexiones y segmentos que conforman el ECG. En la figura 4.1d se muestra la relación señal a ruido de la señal ECG estudiada, obtenida procesando la señal original y el ruido extraído. Se observa que los valores de la SNR se encuentran entre 45 y 60 dB.

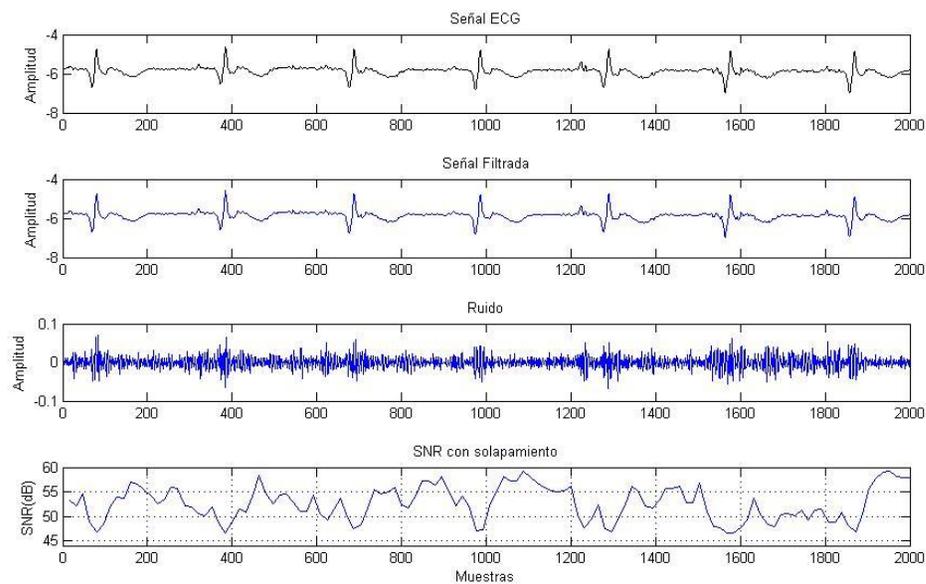


Figura 4.1 Señal ECG con ruido (a), Señal filtrada con Db3, nivel 2 (b), Ruido extraído (c) y SNR (d).

Fuente: González Hernando (2015).

4.2.1 Procesamiento de la señal ECG con Db1

En las figuras 4.2, 4.3 y 4.4 se muestran los resultados del procesamiento de la señal ECG 18e24, obtenida de la base de datos de Physionet: MIT-BIH *Noise Stress Test Database*, cuando se le aplica la transformada de Wavelet Db1, utilizando las contracciones suave, dura y garrote, respectivamente y para el nivel de descomposición 3. El umbral utilizado es 0.0614 obtenido a través de la relación de Donoho.

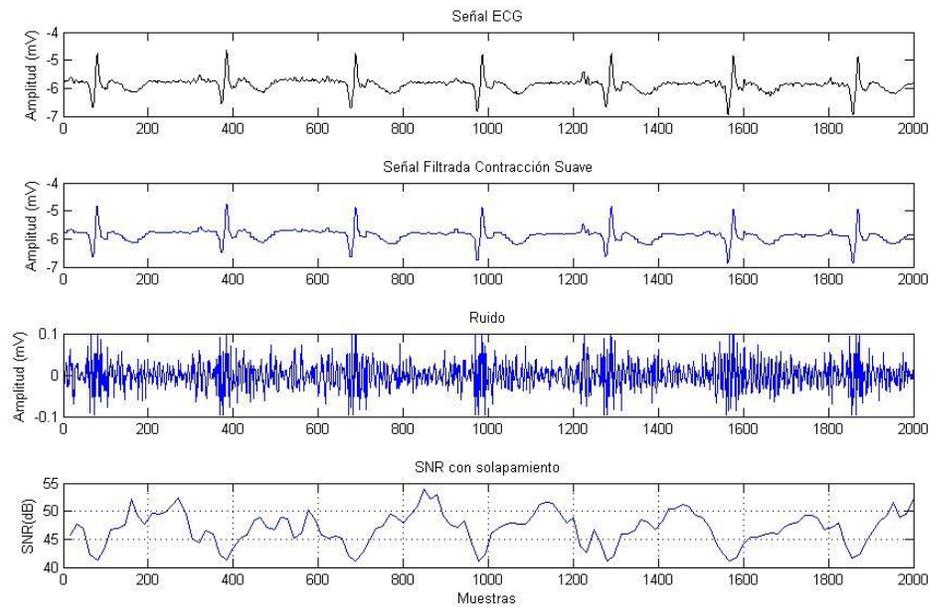


Figura 4.2 Señal ECG con ruido (a), Señal filtrada con Db1, nivel 3, contracción suave (b), Ruido extraído (c) y SNR (d).
Fuente: González Hernando (2015).

En la figura 4.2b se muestra la señal filtrada utilizando la contracción suave donde se observa una disminución del ruido contenido, el cual se muestra en 4.2c. En la figura 4.2d se muestra la relación señal a ruido de la señal estudiada, obtenida procesando la señal original y el ruido extraído. Se observa que los valores de la SNR se encuentran entre 40 y 54 dB.

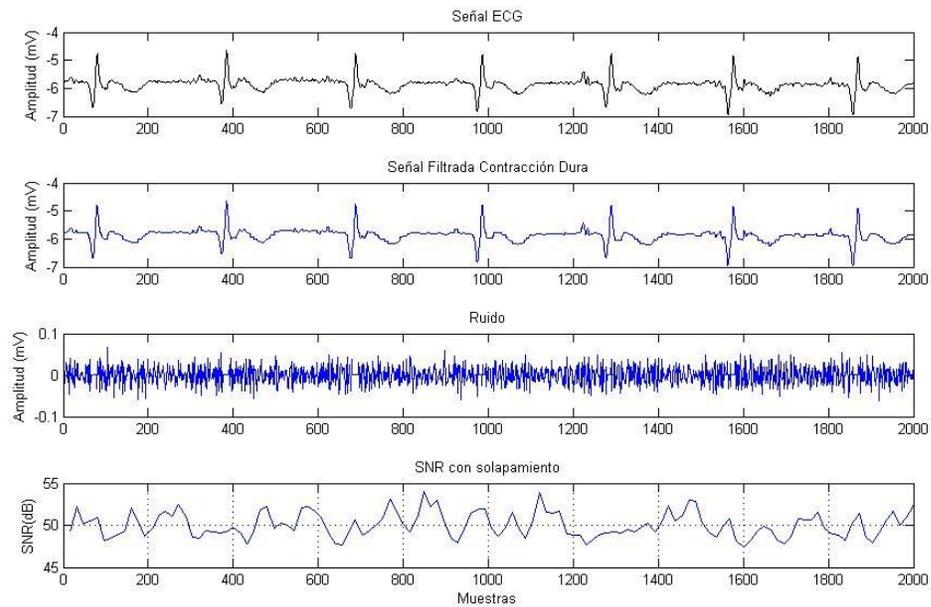


Figura 4.3 Señal ECG con ruido (a), Señal filtrada con Db1, nivel 3, contracción dura (b), Ruido extraído (c) y SNR (d). Fuente: González Hernando (2015).

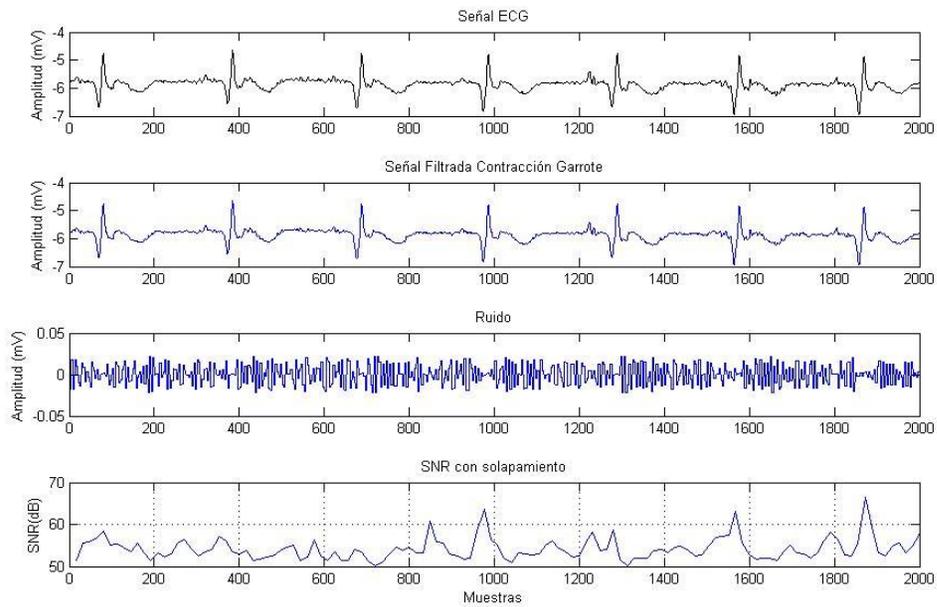


Figura 4.4 Señal ECG con ruido (a), Señal filtrada con Db1, nivel 3, contracción garrote (b), Ruido extraído (c) y SNR (d). Fuente: González Hernando (2015).

En la figura 4.3b se muestra la señal filtrada utilizando la contracción dura donde se observa una disminución del ruido contenido, y en la figura 4.3d se observa que los valores de la relación señal a ruido se encuentran entre 47 y 54 dB. Así mismo, en la figura 4.4b se muestra la señal filtrada utilizando la contracción garrote donde se observa una disminución del ruido contenido, y en la figura 4.4d se observa que los valores de la relación señal a ruido oscilan entre 50 y 67 dB.

En las figuras 4.5, 4.6 y 4.7 se muestran los resultados del procesamiento de la señal ECG cuando se le aplica la transformada de Wavelet Db1, utilizando las contracciones suave, dura y garrote, respectivamente y para el nivel de descomposición 5. El umbral utilizado es 0.0614 obtenido a través de la relación de Donoho.

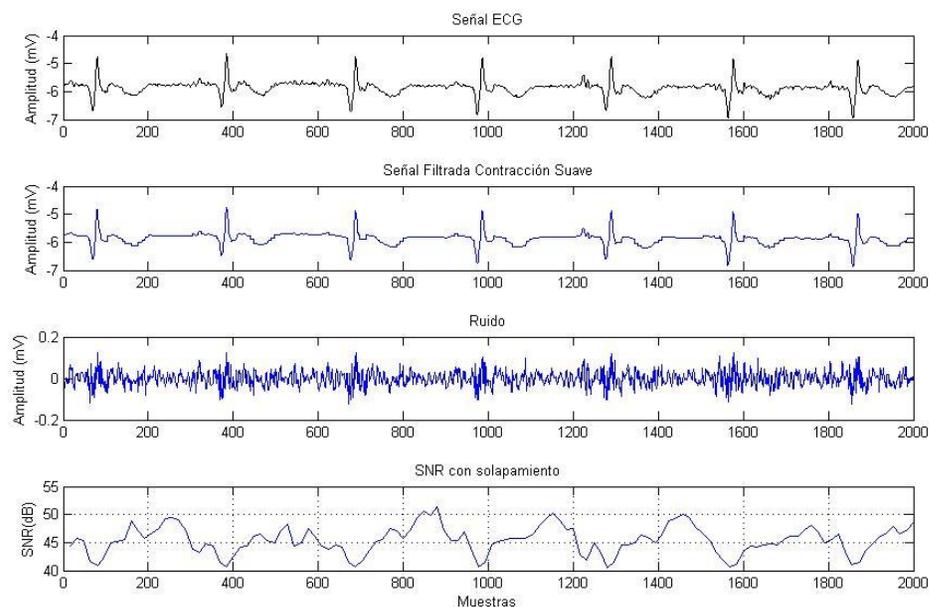


Figura 4.5 Señal ECG con ruido (a), Señal filtrada con Db1, nivel 5, contracción suave (b), Ruido extraído (c) y SNR (d). Fuente: González Hernando (2015).

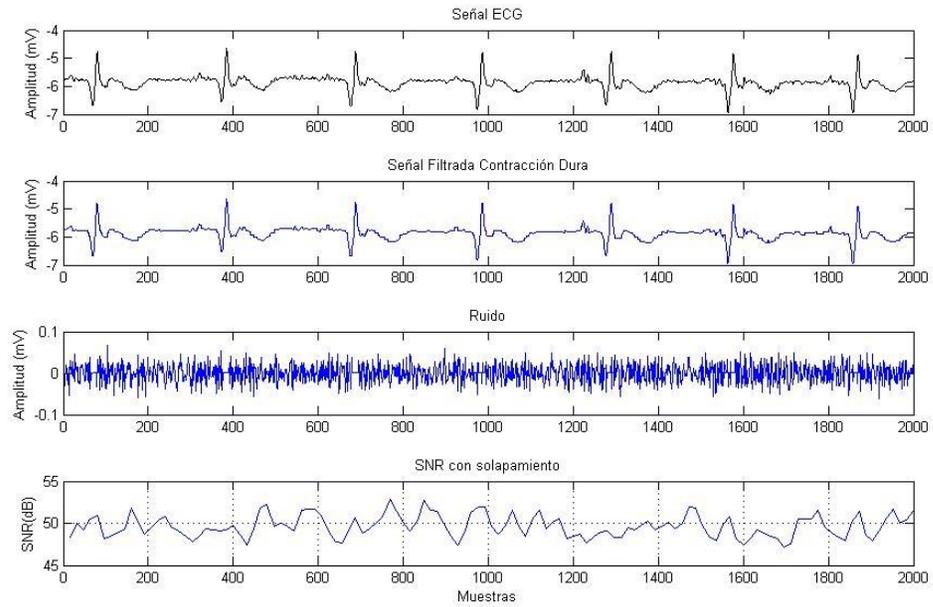


Figura 4.6 Señal ECG con ruido (a), Señal filtrada con Db1, nivel 5, contracción dura (b), Ruido extraído (c) y SNR (d). Fuente: González Hernando (2015).

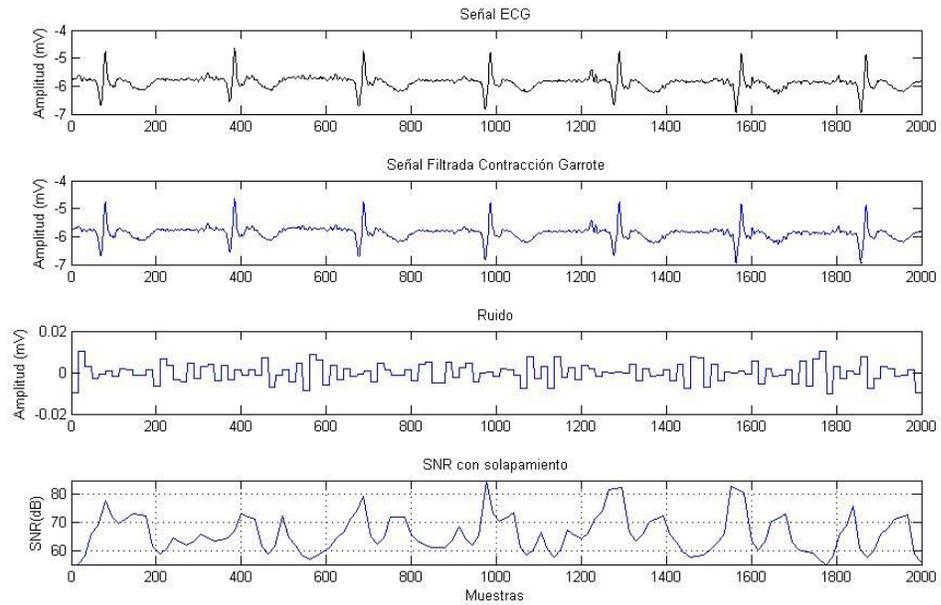


Figura 4.7 Señal ECG con ruido (a), Señal filtrada con Db1, nivel 5, contracción garrote (b), Ruido extraído (c) y SNR (d). Fuente: González Hernando (2015).

En la figura 4.5b se muestra la señal filtrada utilizando la contracción suave, para el nivel 5. En la figura 4.5d se muestra la relación señal a ruido de la señal ECG estudiada. Se observa que los valores de la SNR se encuentran entre 40 y 52 dB. En la figura 4.6b se muestra la señal filtrada utilizando la contracción dura para el nivel 5, y en la figura 4.6d se observa que los valores de la relación señal a ruido se encuentran entre 47 y 53 dB. Así mismo, en la figura 4.7b se muestra la señal filtrada utilizando la contracción garrote para el nivel 5, y en la figura 4.7d se observa que los valores de la relación señal a ruido oscilan entre 55 y 85 dB.

En las figuras 4.8, 4.9 y 4.10 se muestran los resultados del procesamiento de la señal ECG cuando se le aplica la transformada de Wavelet Db1, para las contracciones suave, dura y garrote, respectivamente y para el nivel de descomposición 10.

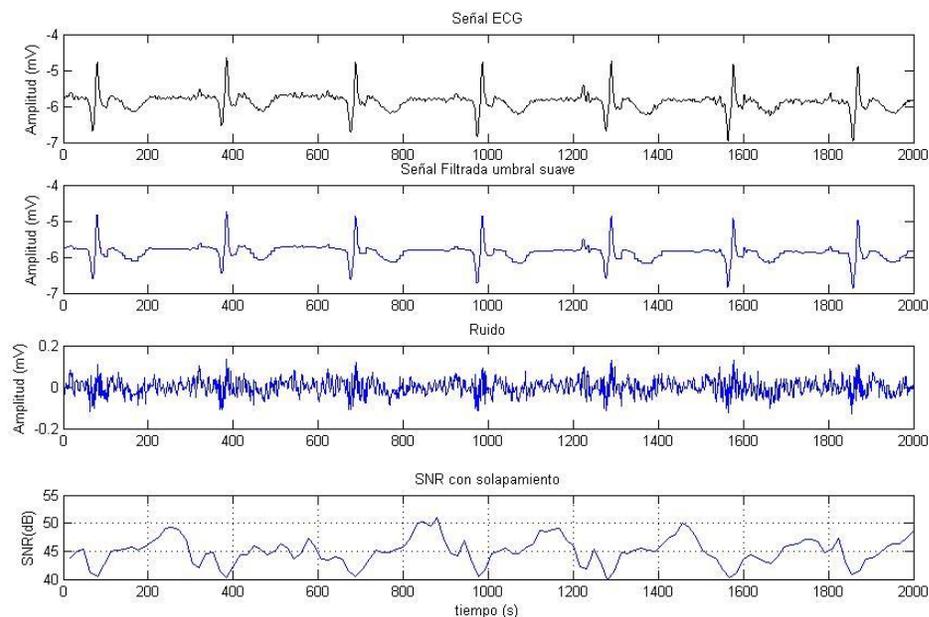


Figura 4.8 Señal ECG con ruido (a), Señal filtrada con Db1, nivel 10, contracción suave (b), Ruido extraído (c) y SNR (d). Fuente: González Hernando (2015).

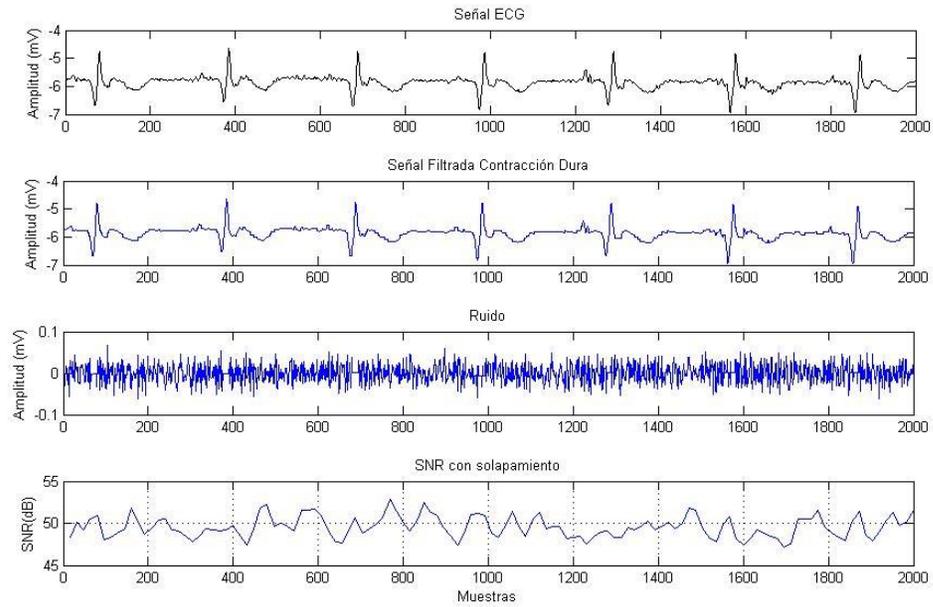


Figura 4.9 Señal ECG con ruido (a), Señal filtrada con Db1, nivel 10, contracción dura (b), Ruido extraído (c) y SNR (d). Fuente: González Hernando (2015).

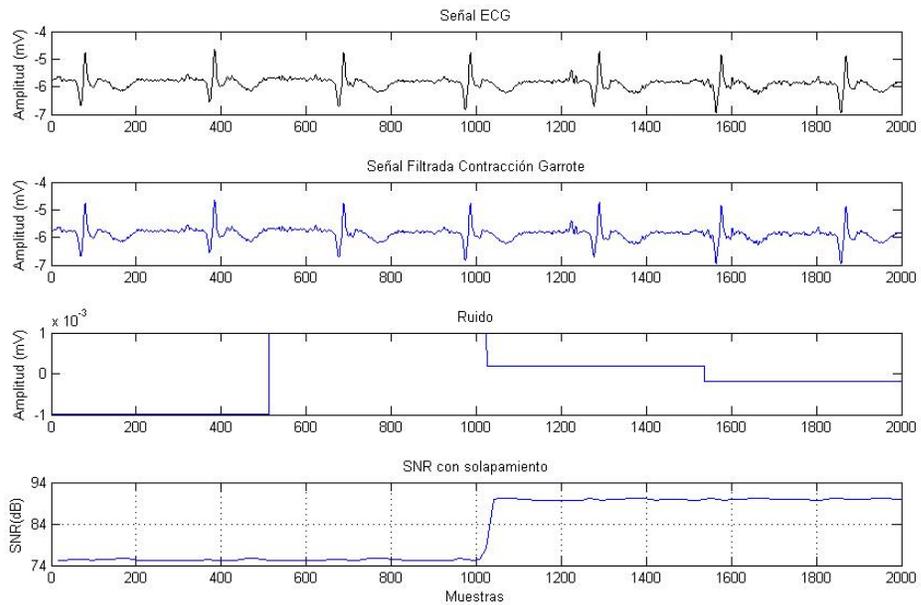


Figura 4.10 Señal ECG con ruido (a), Señal filtrada con Db1, nivel 10, contracción garrote (b), Ruido extraído (c) y SNR (d). Fuente: González Hernando (2015).

En la figura 4.8b se muestra la señal filtrada utilizando la contracción suave, para el nivel 10, donde se observa una disminución del ruido contenido. En la figura 4.8d se muestra la relación señal a ruido de la señal ECG estudiada. Se observa que los valores de la SNR se encuentran entre 40 y 51 dB. En la figura 4.9b se muestra la señal filtrada utilizando la contracción dura para el nivel 10, y en la figura 4.9d se observa que los valores de la relación señal a ruido se encuentran entre 47 y 53 dB. Así mismo, en la figura 4.10b se muestra la señal filtrada utilizando la contracción garrote para el nivel 10 y se observa poca disminución del ruido contenido. Al observar la figura 4.10c se puede notar que el ruido eliminado está entre -1×10^{-3} y 1×10^{-3} mV y tiende a hacerse cero. En la figura 4.10d se aprecia que los valores de la relación señal a ruido oscilan entre 75 y 90 dB.

Comparando los resultados al procesar la señal de ECG con la transformada de wavelet Db1, mostrados en la tabla 4.1, se observa que con el nivel de descomposición 10 se obtiene un mejor filtrado, utilizando la contracción suave, ya que se elimina la mayor parte del ruido y además la relación señal a ruido es menor comparado con los niveles de descomposición 3 y 5, indicando con esto que se ha extraído una mayor cantidad de ruido a la señal ECG procesada. En el caso de la contracción garrote no se recomienda para los niveles de descomposición 5 y 10 ya que elimina muy poco ruido a la señal ECG procesada. Por lo tanto se recomienda el uso del nivel de descomposición 10 y la contracción suave cuando se utilice la Db1 para el filtrado de la señal ECG.

Tabla 4.1 SNR de la señal ECG 18e24 con Db1

Wavelet	Nivel	Contracción	SNR				
			Valor Promedio (dB)	Varianza	Coef. de variación (%)	Valor Mínimo (dB)	Valor Máximo (dB)
Db1	3	SUAVE	46.0136	8.8055	6,4490	40.9772	53.9737
		DURA	49.8320	2.1590	2,9486	47.3569	53.9737
		GARROTE	53.5725	6.8332	4,8794	50.0864	66.5736
	5	SUAVE	44.7809	6.2151	5,5671	40.4580	51.4561
		DURA	49.4730	1.7246	2,6545	47.0929	52.8519
		GARROTE	62.2930	45.5245	10,8314	54.9721	85.1808
	10	SUAVE	44.4099	5.9112	5,4747	39.9716	51.0954
		DURA	49.4020	1.5972	2,5582	47.0929	52.8299
		GARROTE	78.2625	53.2793	9,3266	75.1294	90.2773

Fuente: González Hernando (2015).

4.2.2 Procesamiento de la señal ECG con Db4

En las figuras 4.11, 4.12 y 4.13 se muestran los resultados del procesamiento de la señal ECG 18e24 cuando se le aplica la transformada de Wavelet Db4, utilizando las contracciones suave, dura y garrote, respectivamente y para el nivel de descomposición 3. El umbral utilizado es 0.0614 obtenido a través de la relación de Donoho.

En la figura 4.11b se muestra la señal filtrada utilizando la contracción suave, se observa una disminución del ruido contenido, el cual se muestra en 4.11c. En la figura 4.11d se muestra la relación señal a ruido de la señal ECG estudiada, obtenida procesando la señal original y el ruido extraído. Se observa que los valores de la SNR se encuentran entre 44 y 55 dB.

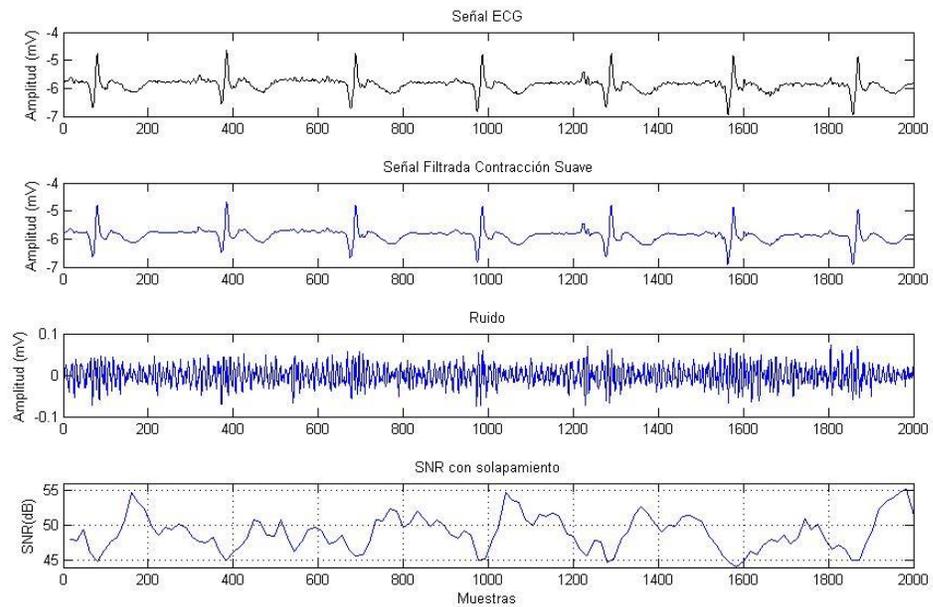


Figura 4.11 Señal ECG con ruido (a), Señal filtrada con Db4, Nivel 3, contracción suave (b), Ruido extraído (c) y SNR (d). Fuente: González Hernando (2015).

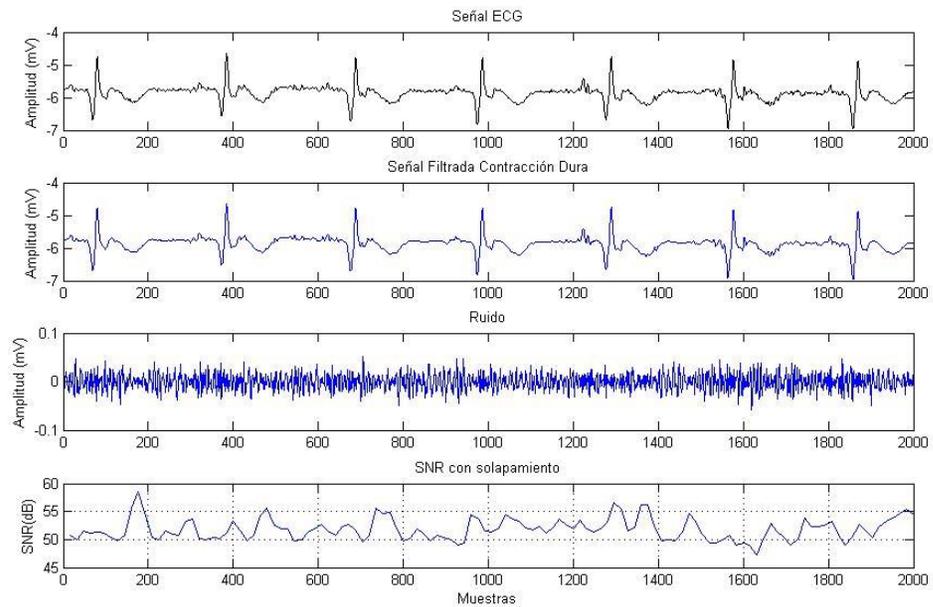


Figura 4.12 Señal ECG con ruido (a), Señal filtrada con Db4, nivel 3, contracción dura (b), Ruido extraído (c) y SNR (d). Fuente: González Hernando (2015).

En la figura 4.12b se muestra la señal filtrada utilizando la contracción dura donde se observa una disminución del ruido contenido, y en la figura 4.12d se observa que los valores de la relación señal a ruido se encuentran entre 47 y 58 dB. Así mismo, en la figura 4.13b se muestra la señal filtrada utilizando la contracción garrote donde se observa una disminución del ruido contenido, y en la figura 4.13d se observa que los valores de la relación señal a ruido oscilan entre 50 y 64 dB.

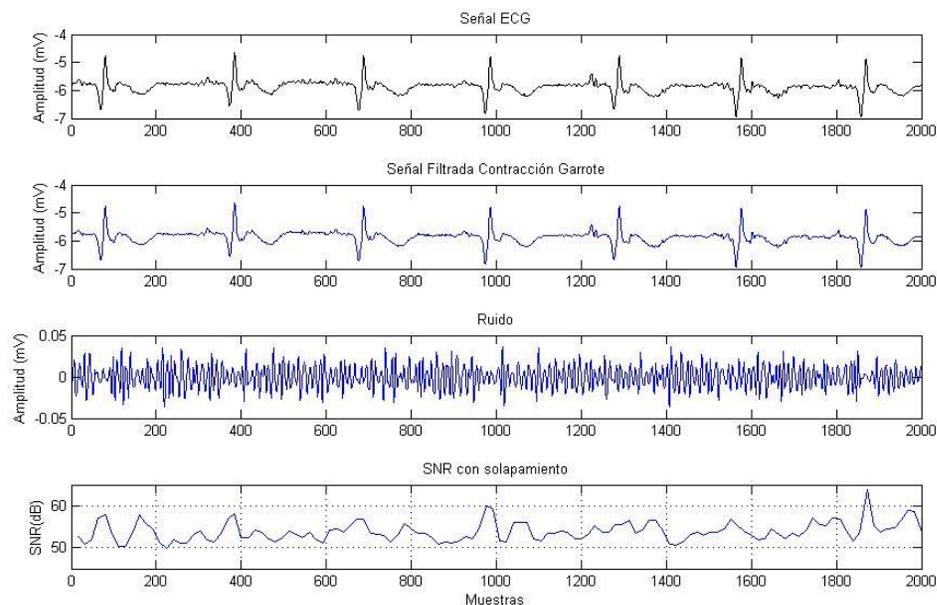


Figura 4.13 Señal ECG con ruido (a), Señal filtrada con Db4, nivel 3, contracción garrote (b), Ruido extraído (c) y SNR (d). Fuente: González Hernando (2015).

En las figuras 4.14, 4.15 y 4.16 se muestran los resultados del procesamiento de la señal ECG cuando se le aplica la transformada de Wavelet Db4, utilizando las contracciones suave, dura y garrote, respectivamente y para el nivel de descomposición 5. El umbral utilizado es 0.0614 obtenido a través de la relación de Donoho.

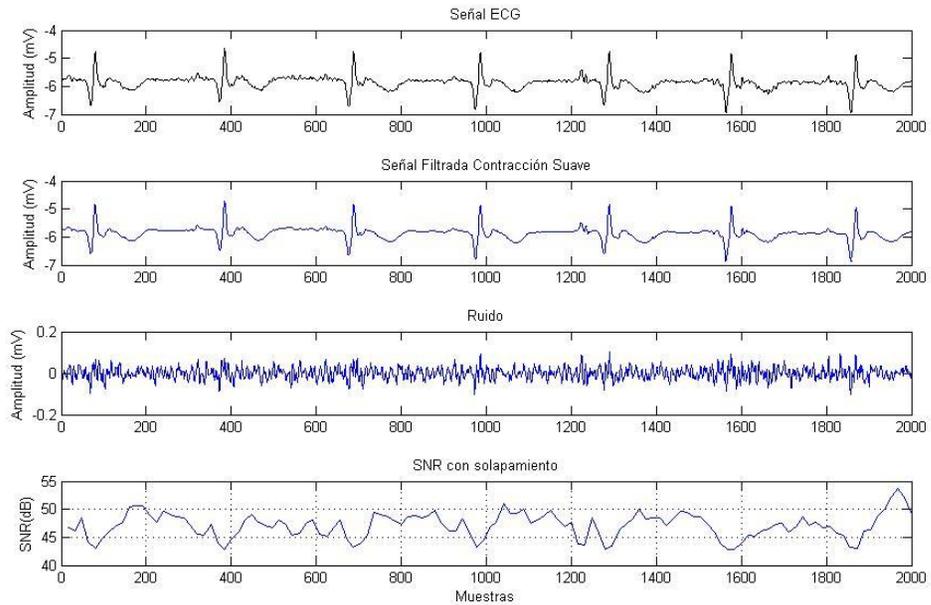


Figura 4.14 Señal ECG con ruido (a), Señal filtrada con Db4, nivel 5, contracción suave (b), Ruido extraído (c) y SNR (d). Fuente: González Hernando (2015).

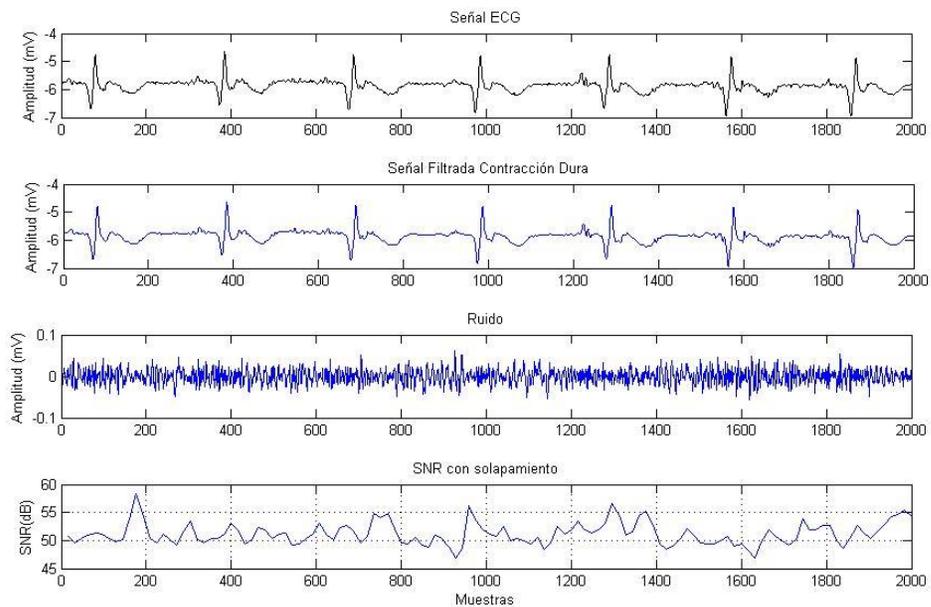


Figura 4.15 Señal ECG con ruido (a), Señal filtrada con Db4, nivel 5, contracción dura (b), Ruido extraído (c) y SNR (d). Fuente: González Hernando (2015).

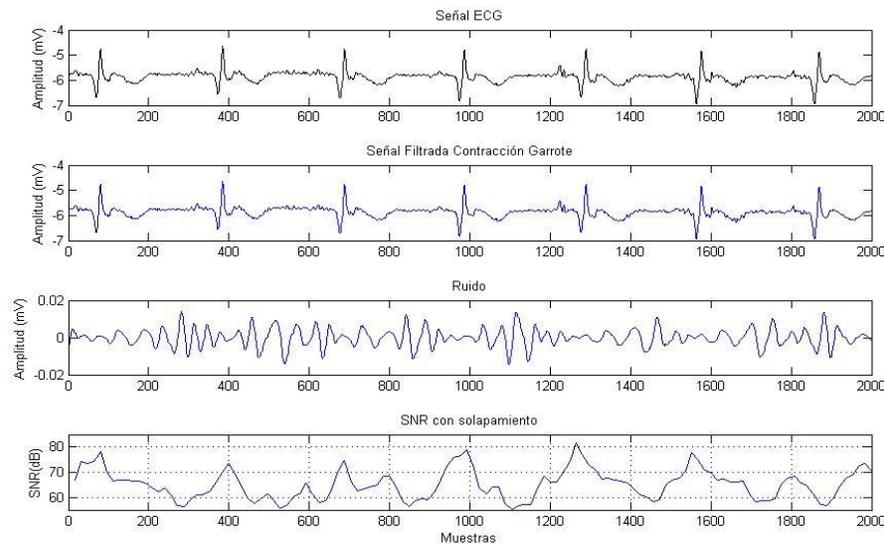


Figura 4.16 Señal ECG con ruido (a), Señal filtrada con Db4, nivel 5, contracción garrote (b), Ruido extraído (c) y SNR (d). Fuente: González Hernando (2015).

En la figura 4.14b se muestra la señal filtrada utilizando la contracción suave, para el nivel 5. En la figura 4.14d se muestra la relación señal a ruido de la señal ECG estudiada. Se observa que los valores de la SNR se encuentran entre 42 y 54 dB. En la figura 4.15b se muestra la señal filtrada utilizando la contracción dura para el nivel 5, y en la figura 4.15d se observa que los valores de la relación señal a ruido se encuentran entre 47 y 58 dB. Así mismo, en la figura 4.16b se muestra la señal filtrada utilizando la contracción garrote para el nivel 5, y en la figura 4.16d se observa que los valores de la relación señal a ruido oscilan entre 55 y 82 dB.

En las figuras 4.17, 4.18 y 4.19 se muestran los resultados del procesamiento de la señal ECG cuando se le aplica la transformada de Wavelet Db4, para las contracciones suave, dura y garrote, respectivamente y para el nivel de descomposición 10.

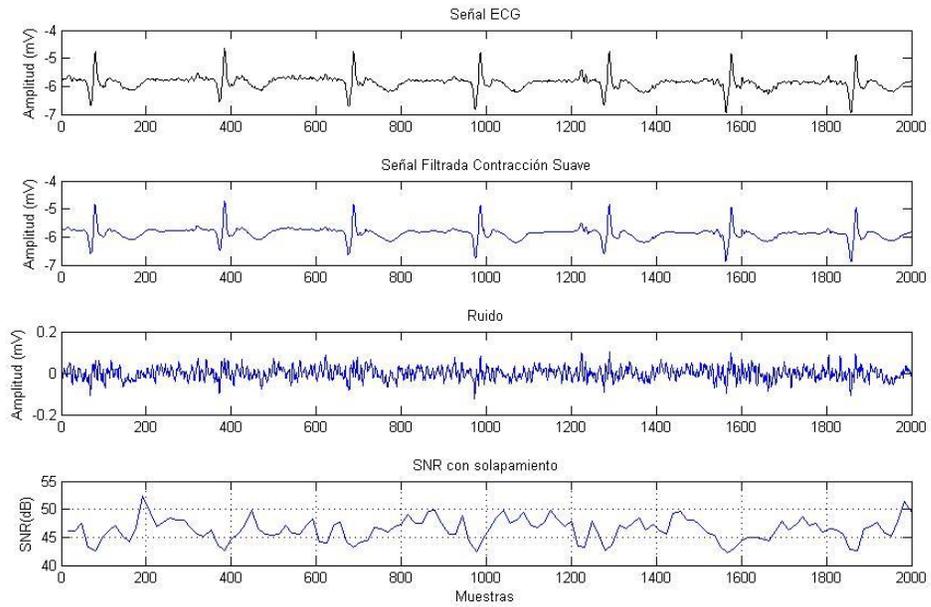


Figura 4.17 Señal ECG con ruido (a), Señal filtrada con Db4, nivel 10, contracción suave (b), Ruido extraído (c) y SNR (d). Fuente: González Hernando (2015).

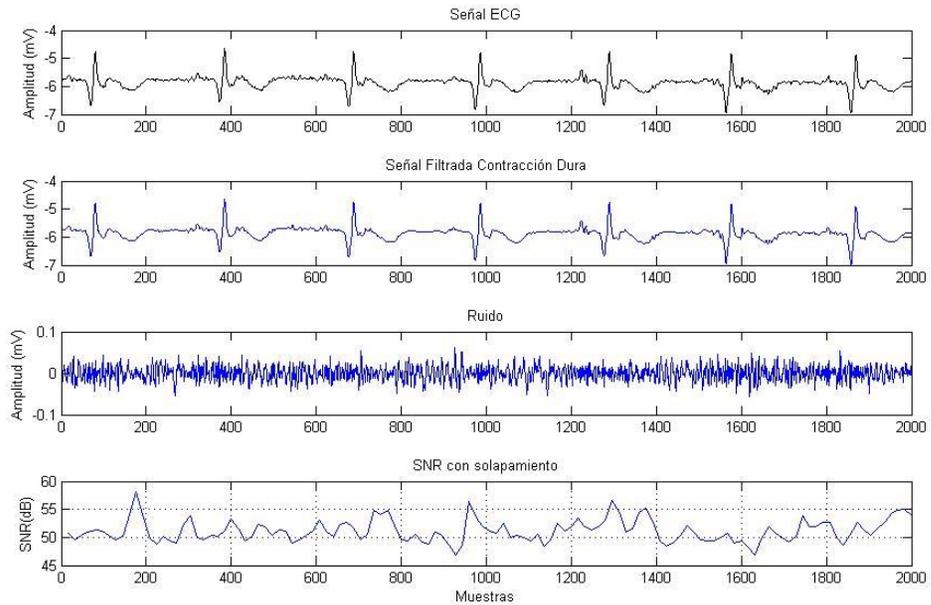


Figura 4.18 Señal ECG con ruido (a), Señal filtrada con Db4, nivel 10, contracción dura (b), Ruido extraído (c) y SNR (d). Fuente: González Hernando (2015).

En la figura 4.17b se muestra la señal filtrada utilizando la contracción suave, para el nivel 10, donde se observa una disminución del ruido contenido. En la figura 4.17d se muestra la relación señal a ruido de la señal ECG estudiada, que se encuentra entre 42 y 52 dB. En la figura 4.18b se muestra la señal filtrada utilizando la contracción dura para el nivel 10, y en la figura 4.18d se observa que los valores de la relación señal a ruido se encuentran entre 46 y 58 dB.

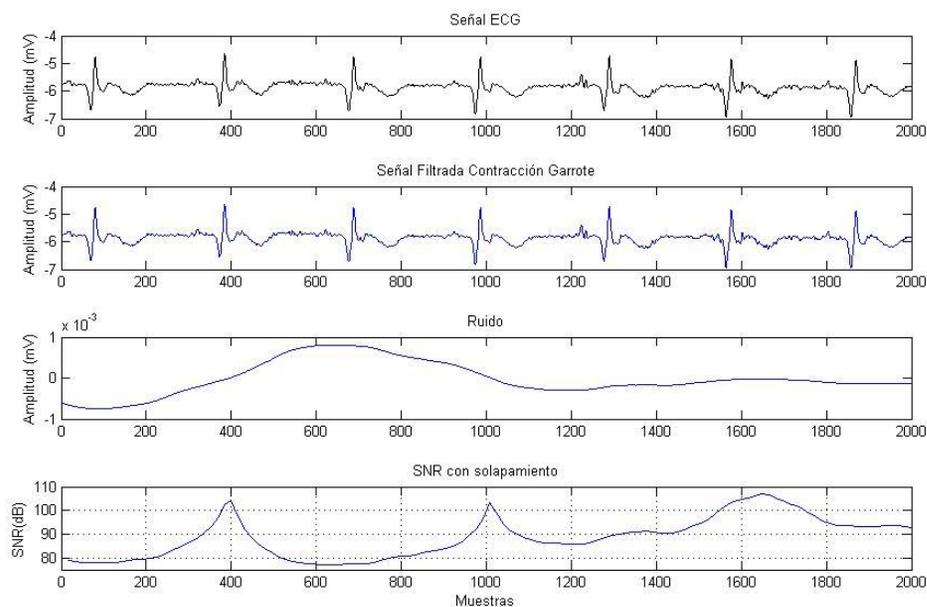


Figura 4.19 Señal ECG con ruido (a), Señal filtrada con Db4, nivel 10, contracción garrote (b), Ruido extraído (c) y SNR (d). Fuente: González Hernando (2015).

Así mismo, en la figura 4.19b se muestra la señal filtrada utilizando la contracción garrote para el nivel 10 y se observa poca disminución del ruido contenido. Al observar la figura 4.19c se puede notar que el ruido eliminado está entre -1×10^{-3} y 1×10^{-3} mV y tiende a hacerse cero. En la figura 4.19d se aprecia que los valores de la relación señal a ruido oscilan entre 76 y 106 dB.

Comparando los resultados al procesar la señal de ECG con la transformada de wavelet Db4, mostrados en la tabla 4.2, se observa que con el nivel de descomposición 10 se obtiene un mejor filtrado, utilizando la contracción suave, ya que se elimina la mayor parte del ruido y además la relación señal a ruido es menor comparado con los niveles de descomposición 3 y 5, indicando con esto que se ha extraído una mayor cantidad de ruido a la señal ECG procesada.

En el caso de la contracción garrote no se recomienda para los niveles de descomposición 5 y 10 ya que elimina muy poco ruido a la señal ECG procesada. Por lo tanto se recomienda el uso del nivel de descomposición 10 y la contracción suave cuando se utilice la transformada Wavelet Db4 para el filtrado de la señal ECG, al igual que lo ocurrido con la transformada de wavelet Db1.

Tabla 4.2 SNR de la señal ECG 18e24 con Db4

Wavelet	Nivel	Contracción	SNR				
			Valor Promedio (dB)	Varianza	Coef. de variación (%)	Valor Mínimo (dB)	Valor Máximo (dB)
Db4	3	SUAVE	48.3503	6.1473	5,1279	44.0683	55.1613
		DURA	51.4687	3.8075	3,7912	47.3060	58.4758
		GARROTE	53.3911	5.1687	4,2582	49.8445	63.7918
	5	SUAVE	46.6151	4.7913	4,6957	42.7375	53.6663
		DURA	50.8561	3.9596	3,9128	46.8815	58.3187
		GARROTE	61.9922	34.9612	9,5380	55.1781	81.5605
	10	SUAVE	45.9969	4.0577	4,3794	42.2744	52.2873
		DURA	50.8134	3.9756	3,9239	46.8819	58.2396
		GARROTE	83.1324	71.3435	10,1603	76.9560	106.856

Fuente: González Hernando (2015).

4.2.3 Procesamiento de la señal ECG con Db10

En las figuras 4.20, 4.21 y 4.22 se muestran los resultados del procesamiento de la señal ECG 18e24 cuando se le aplica la transformada de Wavelet Db10, utilizando las contracciones suave, dura y garrote, respectivamente y para el nivel de descomposición 3. El umbral utilizado es 0.0614 obtenido a través de la relación de Donoho.

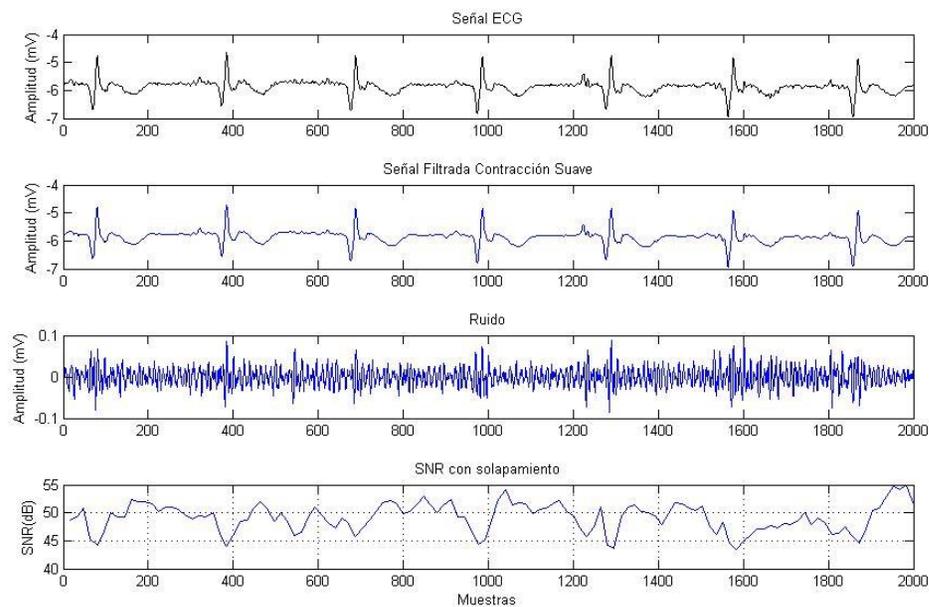


Figura 4.20 Señal ECG con ruido (a), Señal filtrada con Db10, nivel 3, contracción suave (b), Ruido extraído (c) y SNR (d).
Fuente: González Hernando (2015).

En la figura 4.20b se muestra la señal filtrada utilizando la contracción suave donde se observa una disminución del ruido contenido, el cual se muestra en 4.20c. En la figura 4.20d se muestra la relación señal a ruido de la señal ECG, obtenida procesando la señal original y el ruido extraído. Se observa que los valores de la SNR se encuentran entre 43 y 55 dB.

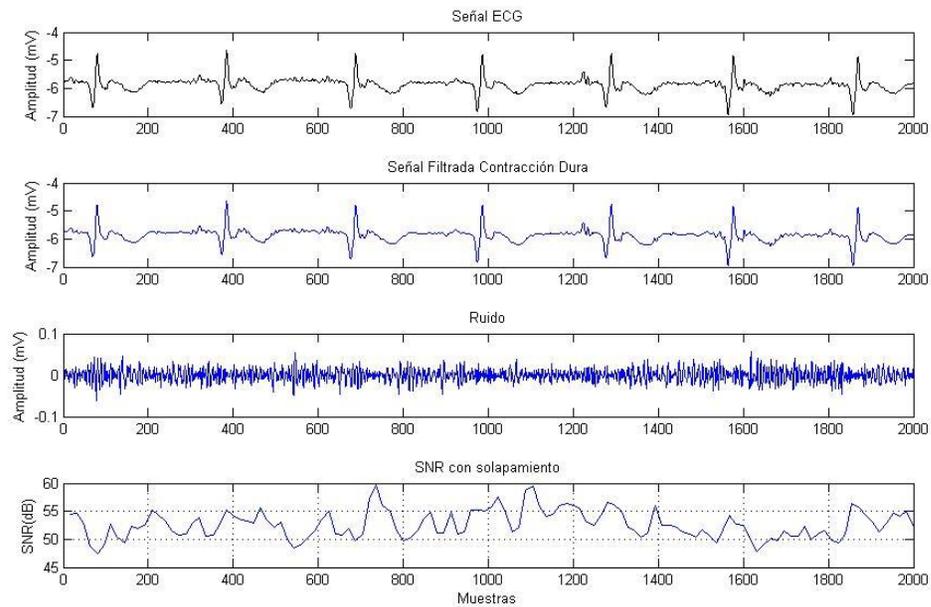


Figura 4.21 Señal ECG con ruido (a), Señal filtrada con Db10, nivel 3, contracción dura (b), Ruido extraído (c) y SNR (d). Fuente: González Hernando (2015).

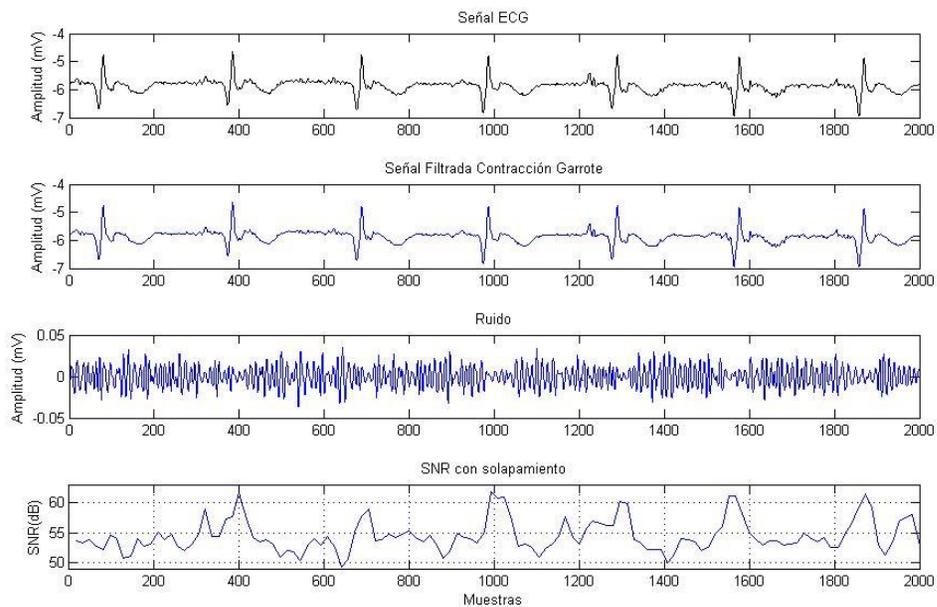


Figura 4.22 Señal ECG con ruido (a), Señal filtrada con Db10, nivel 3, contracción garrote (b), Ruido extraído (c) y SNR (d). Fuente: González Hernando (2015).

En la figura 4.21b se muestra la señal filtrada utilizando la contracción dura donde se observa una disminución del ruido contenido, y en la figura 4.21d se observa que los valores de la relación señal a ruido se encuentran entre 47 y 59 dB. Así mismo, en la figura 4.22b se muestra la señal filtrada utilizando la contracción garrote donde se observa una disminución del ruido contenido, y en la figura 4.22d se observa que los valores de la relación señal a ruido oscilan entre 49 y 61 dB.

En las figuras 4.23, 4.24 y 4.25 se muestran los resultados del procesamiento de la señal ECG cuando se le aplica la transformada de Wavelet Db10, para las contracciones suave, dura y garrote, respectivamente y para el nivel de descomposición 5.

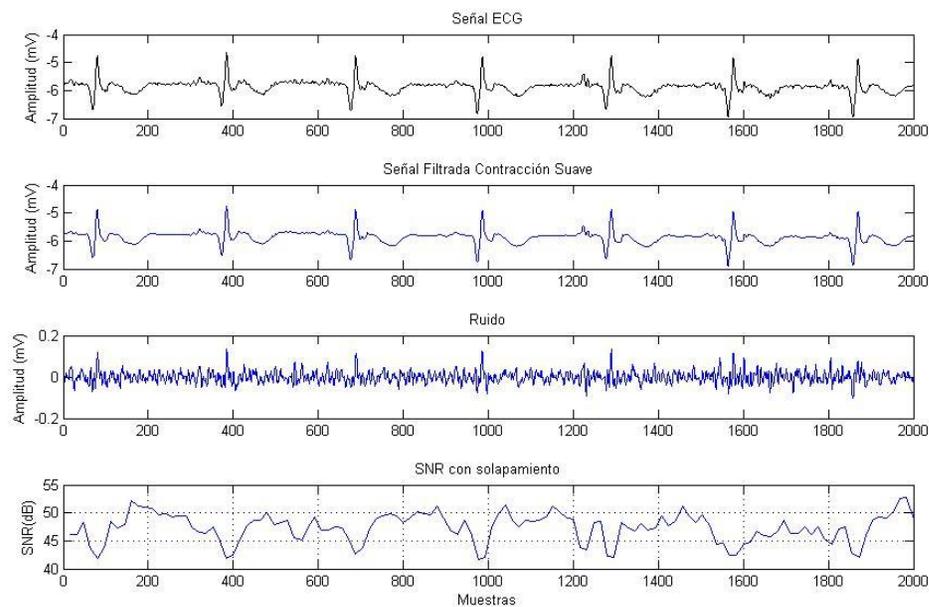


Figura 4.23 Señal ECG con ruido (a), Señal filtrada con Db10, nivel 5, contracción suave (b), Ruido extraído (c) y SNR (d).
 Fuente: González Hernando (2015).

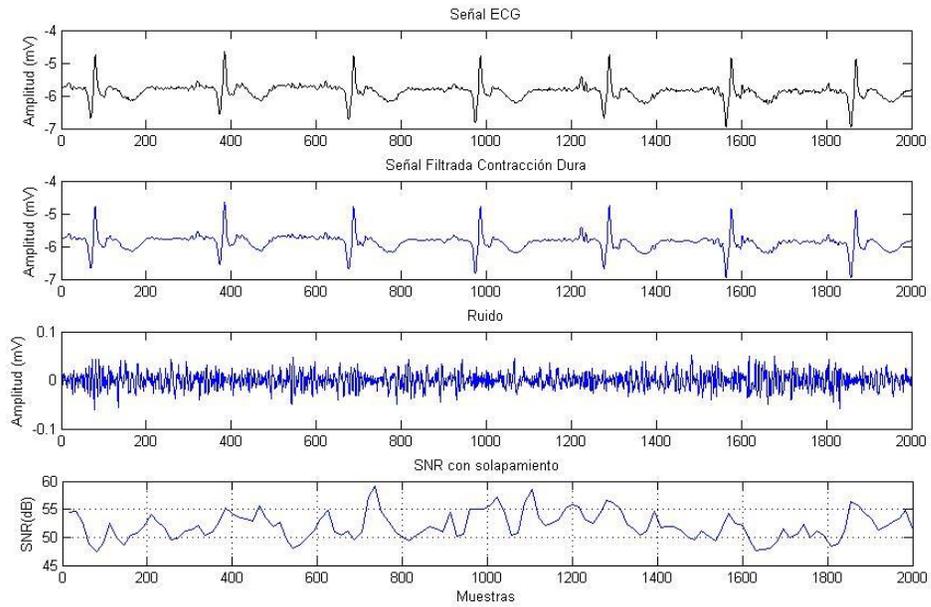


Figura 4.24 Señal ECG con ruido (a), Señal filtrada con Db10, nivel 5, contracción dura (b), Ruido extraído (c) y SNR (d). Fuente: González Hernando (2015).

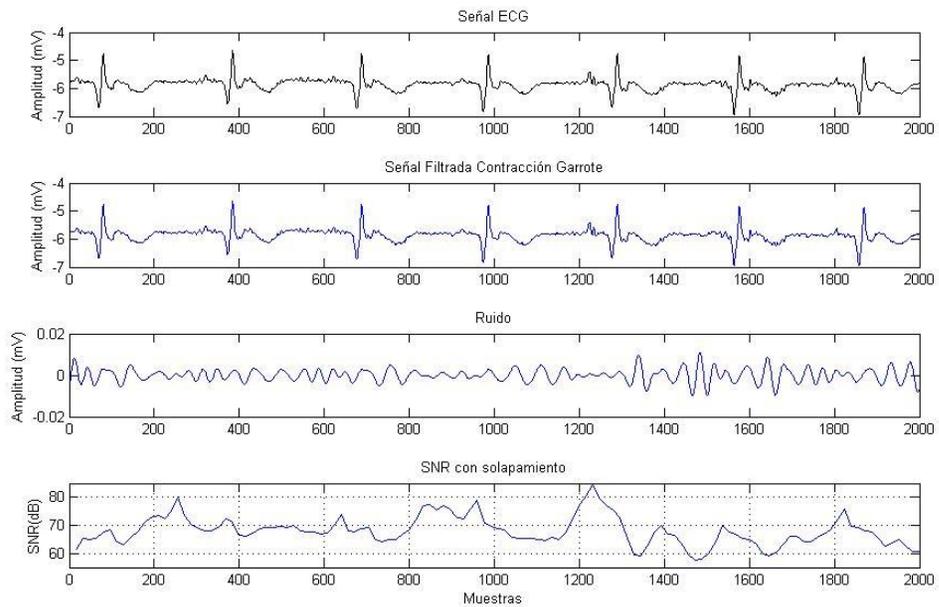


Figura 4.25 Señal ECG con ruido (a), Señal filtrada con Db10, nivel 5, contracción garrote (b), Ruido extraído (c) y SNR (d). Fuente: González Hernando (2015).

En la figura 4.23b se muestra la señal filtrada utilizando la contracción suave, para el nivel 5. En la figura 4.23d se muestra la relación señal a ruido de la señal ECG estudiada. Se observa que los valores de la SNR se encuentran entre 41 y 52 dB. En la figura 4.24b se muestra la señal filtrada utilizando la contracción dura para el nivel 5, y en la figura 4.24d se observa que los valores de la relación señal a ruido se encuentran entre 47 y 59 dB. Así mismo, en la figura 4.25b se muestra la señal filtrada utilizando la contracción garrote para el nivel 5, y en la figura 4.25d se observa que los valores de la relación señal a ruido oscilan entre 57 y 84 dB.

En las figuras 4.26, 4.27 y 4.28 se muestran los resultados del procesamiento de la señal ECG cuando se le aplica la transformada de Wavelet Db10, para las contracciones suave, dura y garrote, respectivamente y para el nivel de descomposición 10.

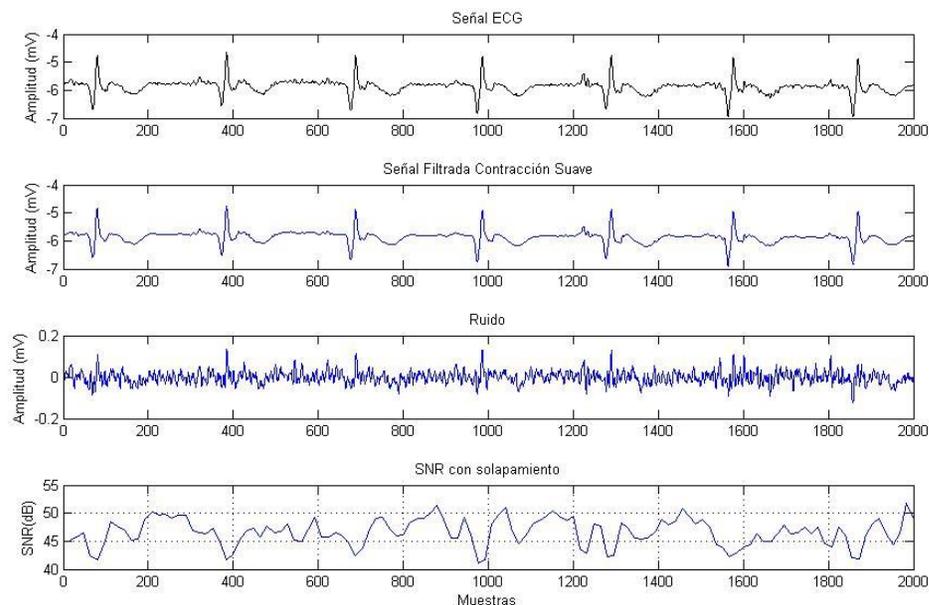


Figura 4.26 Señal ECG con ruido (a), Señal filtrada con Db10, nivel 10, contracción suave (b), Ruido extraído (c) y SNR (d). Fuente: González Hernando (2015).

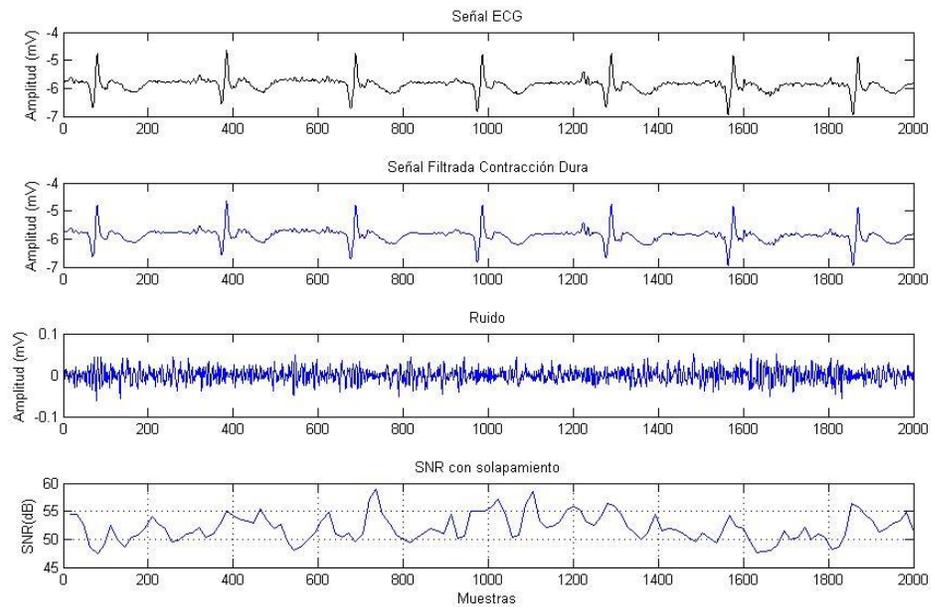


Figura 4.27 Señal ECG con ruido (a), Señal filtrada con Db10, nivel 10, contracción dura (b), Ruido extraído (c) y SNR (d). Fuente: González Hernando (2015).

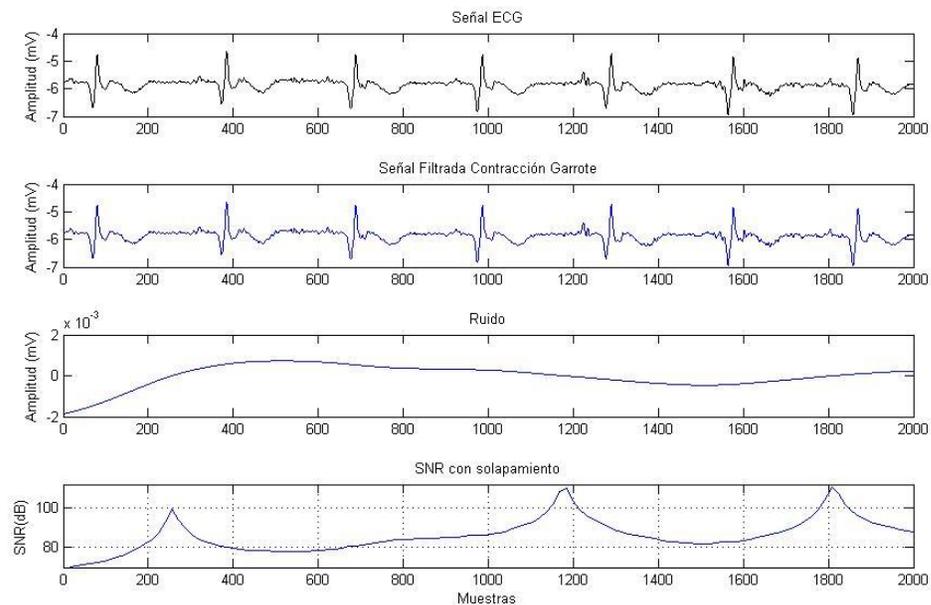


Figura 4.28 Señal ECG con ruido (a), Señal filtrada con Db10, nivel 10, contracción garrote (b), Ruido extraído (c) y SNR (d). Fuente: González Hernando (2015).

En la figura 4.26b se muestra la señal filtrada utilizando la contracción suave, para el nivel 10, donde se observa una disminución del ruido contenido. En la figura 4.26d se muestra la relación señal a ruido de la señal ECG estudiada. Se observa que los valores de la SNR se encuentran entre 41 y 51 dB. En la figura 4.27b se muestra la señal filtrada utilizando la contracción dura para el nivel 10, y en la figura 4.27d se observa que los valores de la relación señal a ruido se encuentran entre 47 y 59 dB. Así mismo, en la figura 4.28b se muestra la señal filtrada utilizando la contracción garrote para el nivel 10 y se observa poca disminución del ruido contenido. Al observar la figura 4.28c se puede notar que el ruido eliminado está entre -2×10^{-3} y 2×10^{-3} mV y tiende a hacerse cero. En la figura 4.28d se aprecia que los valores de la relación señal a ruido oscilan entre 70 y 110 dB.

En las figuras 4.29, 4.30 y 4.31 se muestra el espectro de frecuencias de la señal ECG cuando se le aplica la transformada de Wavelet Db10.

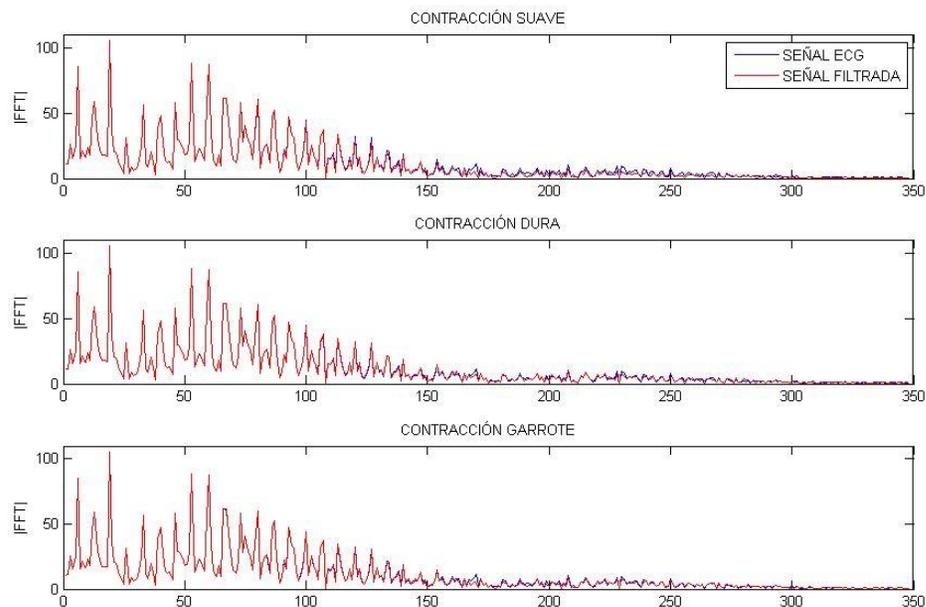


Figura 4.29 Espectro de frecuencias con Db10 y nivel 3.
Fuente: González Hernando (2015).

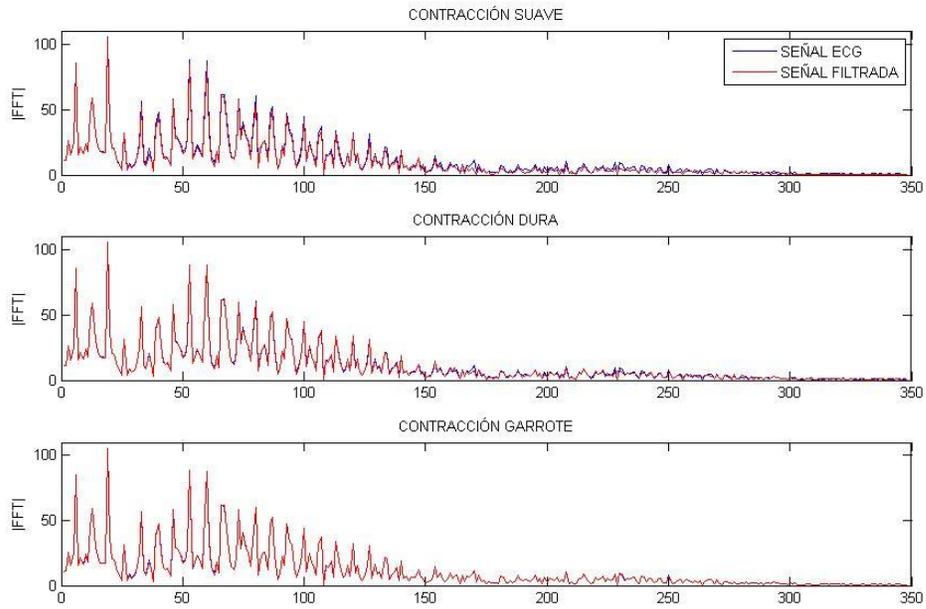


Figura 4.30 Espectro de frecuencias con Db10 y nivel 5.
Fuente: González Hernando (2015).

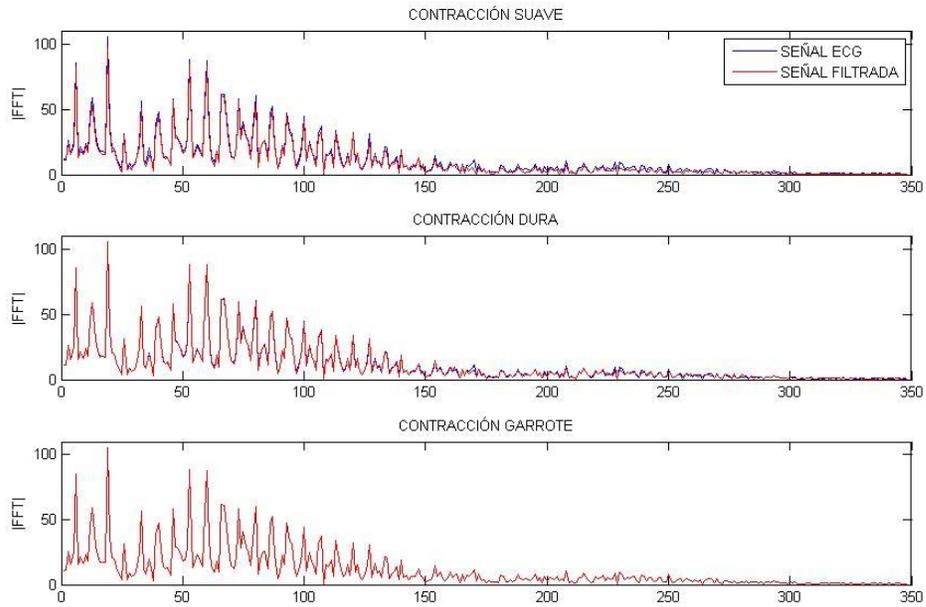


Figura 4.31 Espectro de frecuencias con Db10 y nivel 10.
Fuente: González Hernando (2015).

En las figuras 4.29, 4.30 y 4.31 se observa que la señal filtrada contiene menor ruido de alta frecuencia que la señal ECG. Además se aprecia una mayor disminución de ruido de alta frecuencia con la contracción suave y el nivel 10; así mismo, se observa que sólo para el nivel 3 la contracción garrote logra una disminución del ruido contenido.

Tabla 4.3 SNR de la señal ECG 18e24 con Db10

Wavelet	Nivel	Contracción	SNR				
			Valor Promedio (dB)	Varianza	Coef. de variación (%)	Valor Mínimo (dB)	Valor Máximo (dB)
Db10	3	SUAVE	48.4802	6.1748	5,1256	43.4357	55.0335
		DURA	52.0325	5.9844	4,7015	47.3408	59.7202
		GARROTE	53.7009	7.2003	4,9968	49.3459	61.8646
	5	SUAVE	46.6081	6.4171	5,4351	41.7225	52.8069
		DURA	51.4737	5.7900	4,6747	47.3516	59.0562
		GARROTE	65.3367	26.6210	7,8969	57.4741	84.5125
	10	SUAVE	45.9717	5.6654	5,1776	41.1387	51.7973
		DURA	51.4425	5.7373	4,6562	47.3440	58.9923
		GARROTE	80.7031	65.1739	10,0034	70.1008	110.689

Fuente: González Hernando (2015).

Comparando los resultados al procesar la señal ECG con la transformada de wavelet Db10, mostrados en la tabla 4.3, se observa que con el nivel de descomposición 10 y la contracción suave se obtiene un mejor filtrado, ya que se elimina la mayor parte del ruido y además la relación señal a ruido es menor comparado con los niveles de descomposición 3 y 5, indicando con esto que se ha extraído una mayor cantidad de ruido a la señal ECG procesada. En el caso de la contracción garrote no se recomienda para los niveles de descomposición 5 y 10 ya que elimina muy poco ruido a la señal ECG procesada. Por lo tanto se recomienda el uso del nivel de descomposición 10 y la contracción suave cuando se utilice la Wavelet Db10 para el filtrado de la señal ECG.

4.2.4 Procesamiento de la señal ECG con Symlet 5

En las figuras 4.32, 4.33 y 4.34 se muestran los resultados del procesamiento de la señal ECG 18e24 cuando se le aplica la transformada de Wavelet sym5, utilizando las contracciones suave, dura y garrote, respectivamente y para el nivel de descomposición 3. El umbral utilizado es 0.0614 obtenido a través de la relación de Donoho.

En la figura 4.32b se muestra la señal filtrada utilizando la contracción suave donde se observa una disminución del ruido contenido, el cual se muestra en 4.32c. En la figura 4.32d se muestra la relación señal a ruido de la señal estudiada, obtenida procesando la señal original y el ruido extraído. Se observa que los valores de la SNR se encuentran entre 43 y 55 dB.

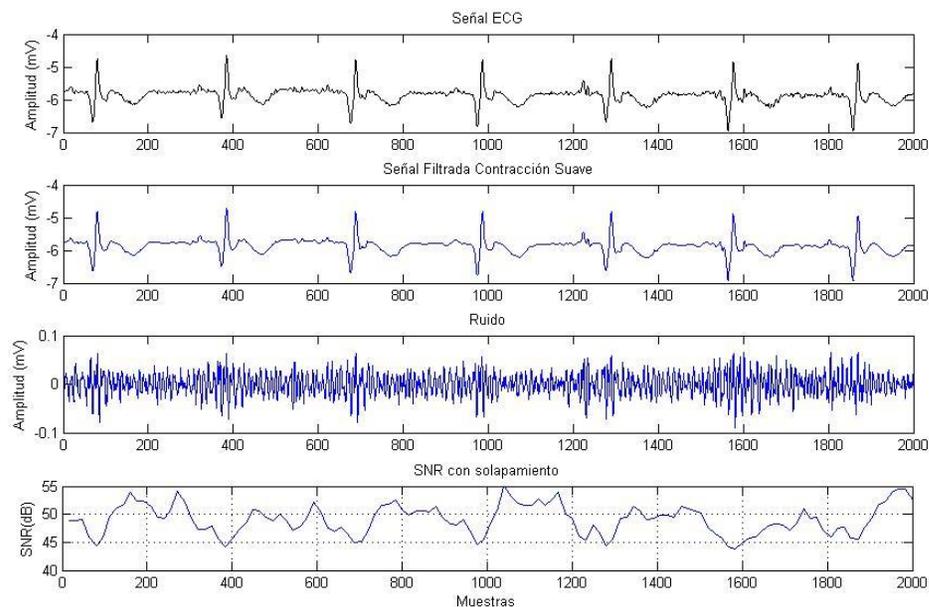


Figura 4.32 Señal ECG con ruido (a), Señal filtrada con sym5, nivel 3, contracción suave (b), Ruido extraído (c) y SNR (d). Fuente: González Hernando (2015).

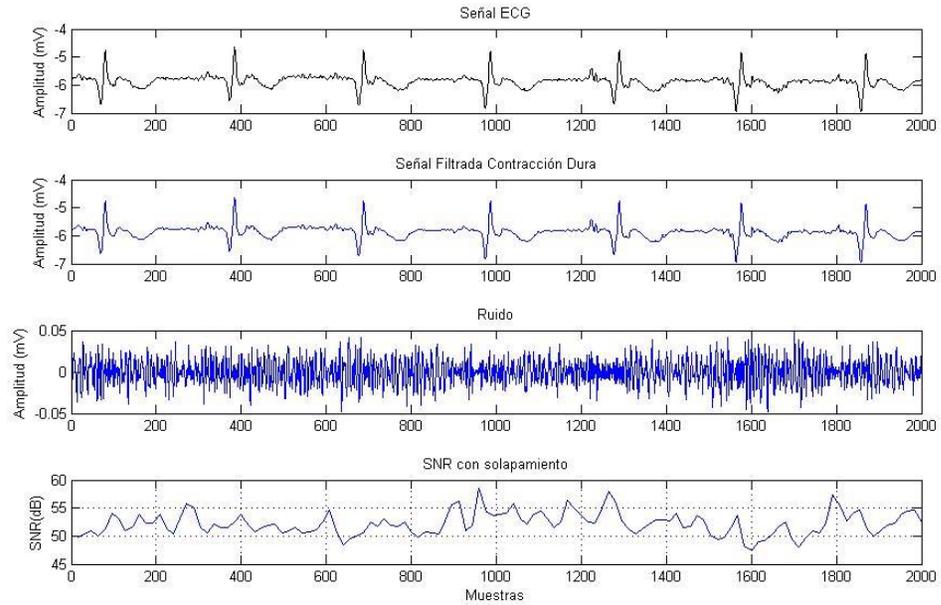


Figura 4.33 Señal ECG con ruido (a), Señal filtrada con sym5, nivel 3, contracción dura (b), Ruido extraído (c) y SNR (d). Fuente: González Hernando (2015).

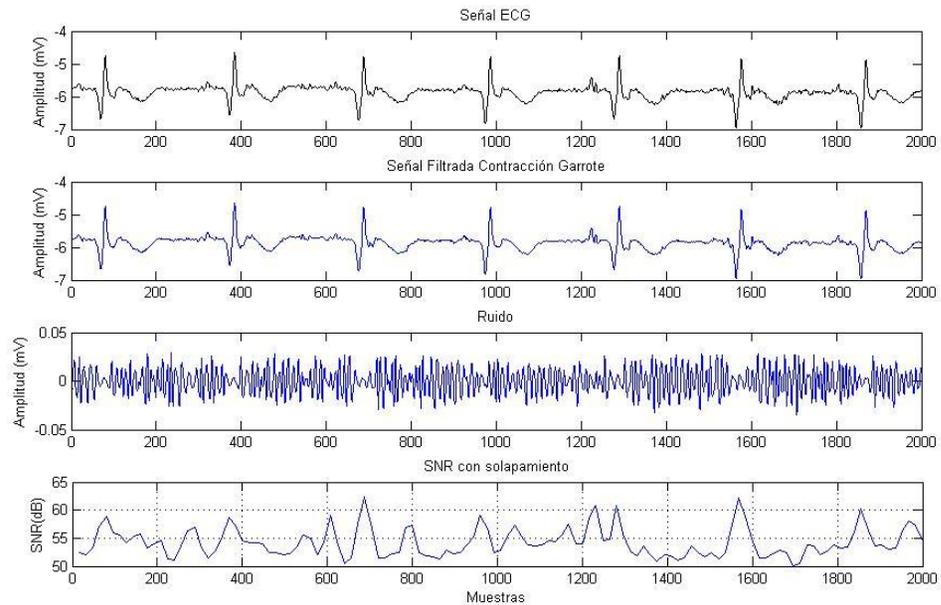


Figura 4.34 Señal ECG con ruido (a), Señal filtrada con sym5, nivel 3, contracción garrote (b), Ruido extraído (c) y SNR (d). Fuente: González Hernando (2015).

En la figura 4.33b se muestra la señal filtrada utilizando la contracción dura donde se observa una disminución del ruido contenido, y en la figura 4.33d se observa que los valores de la relación señal a ruido se encuentran entre 47 y 59 dB. Así mismo, en la figura 4.34b se muestra la señal filtrada utilizando la contracción garrote donde se observa una disminución del ruido contenido, y en la figura 4.34d se observa que los valores de la relación señal a ruido oscilan entre 50 y 63 dB.

En las figuras 4.35, 4.36 y 4.37 se muestran los resultados del procesamiento de la señal ECG cuando se le aplica la transformada de Wavelet sym5, utilizando las contracciones suave, dura y garrote, respectivamente y para el nivel de descomposición 5.

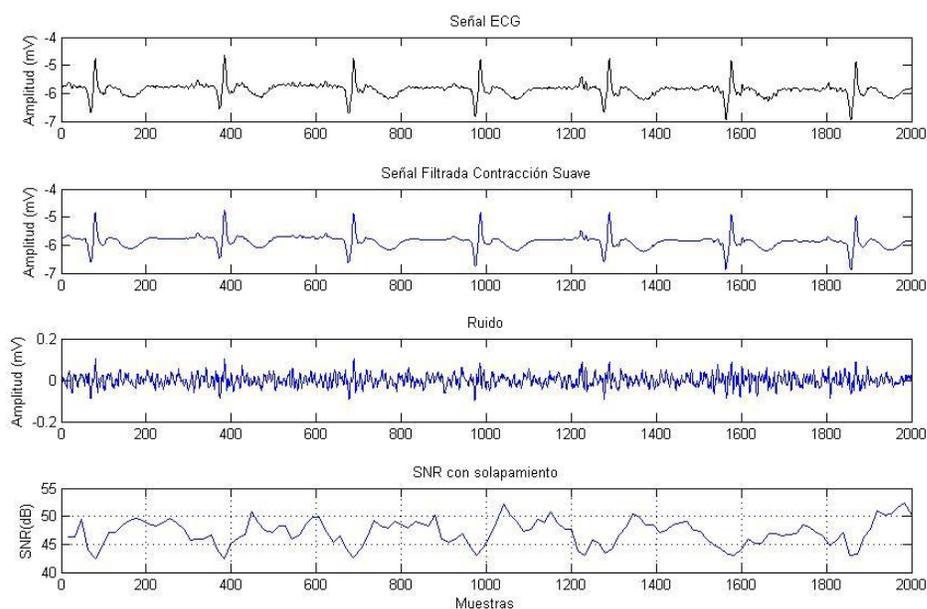


Figura 4.35 Señal ECG con ruido (a), Señal filtrada con sym5, nivel 5, contracción suave (b), Ruido extraído (c) y SNR (d). Fuente: González Hernando (2015).

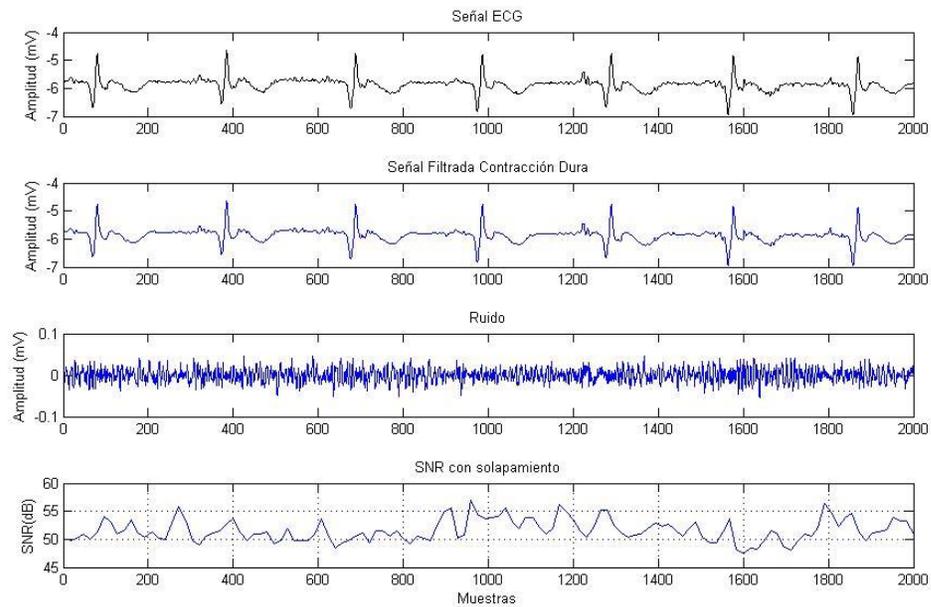


Figura 4.36 Señal ECG con ruido (a), Señal filtrada con sym5, nivel 5, contracción dura (b), Ruido extraído (c) y SNR (d). Fuente: González Hernando (2015).

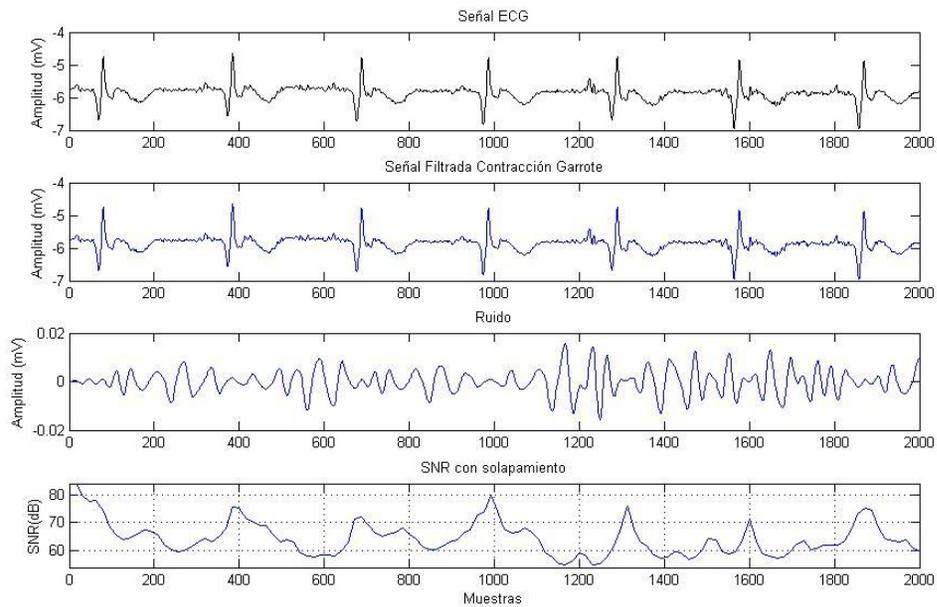


Figura 4.37 Señal ECG con ruido (a), Señal filtrada con sym5, nivel 5, contracción garrote (b), Ruido extraído (c) y SNR (d). Fuente: González Hernando (2015).

En la figura 4.35b se muestra la señal filtrada utilizando la contracción suave, para el nivel 5. En la figura 4.35d se muestra la relación señal a ruido de la señal ECG estudiada. Se observa que los valores de la SNR se encuentran entre 42 y 52 dB. En la figura 4.36b se muestra la señal filtrada utilizando la contracción dura para el nivel 5, y en la figura 4.36d se observa que los valores de la relación señal a ruido se encuentran entre 47 y 57 dB. Así mismo, en la figura 4.37b se muestra la señal filtrada utilizando la contracción garrote para el nivel 5, y en la figura 4.37d se observa que los valores de la relación señal a ruido oscilan entre 54 y 84 dB.

En las figuras 4.38, 4.39 y 4.40 se muestran los resultados del procesamiento de la señal ECG cuando se le aplica la transformada de Wavelet sym5, para las contracciones suave, dura y garrote, respectivamente y para el nivel de descomposición 10.

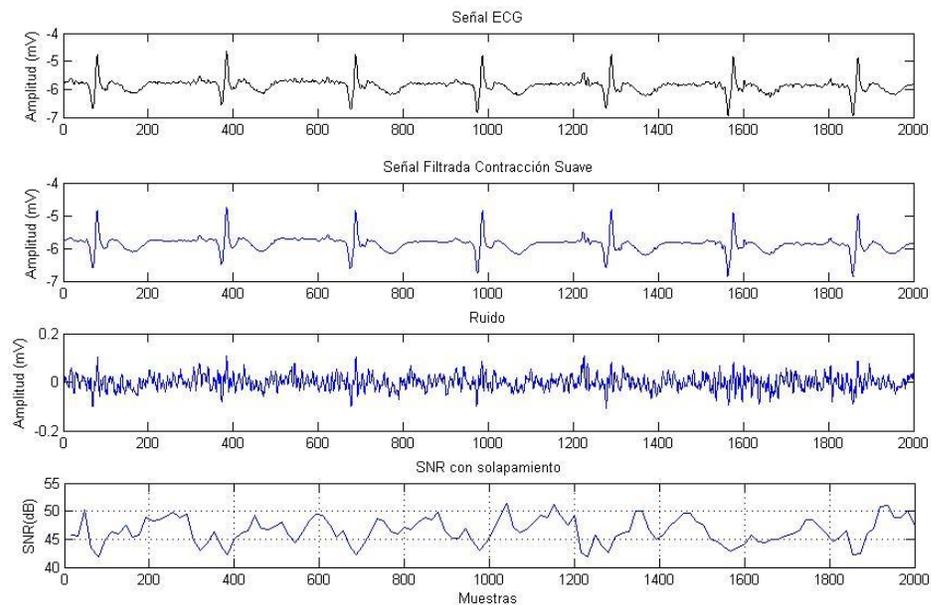


Figura 4.38 Señal ECG con ruido (a), Señal filtrada con sym5, nivel 10, contracción suave (b), Ruido extraído (c) y SNR (d). Fuente: González Hernando (2015).

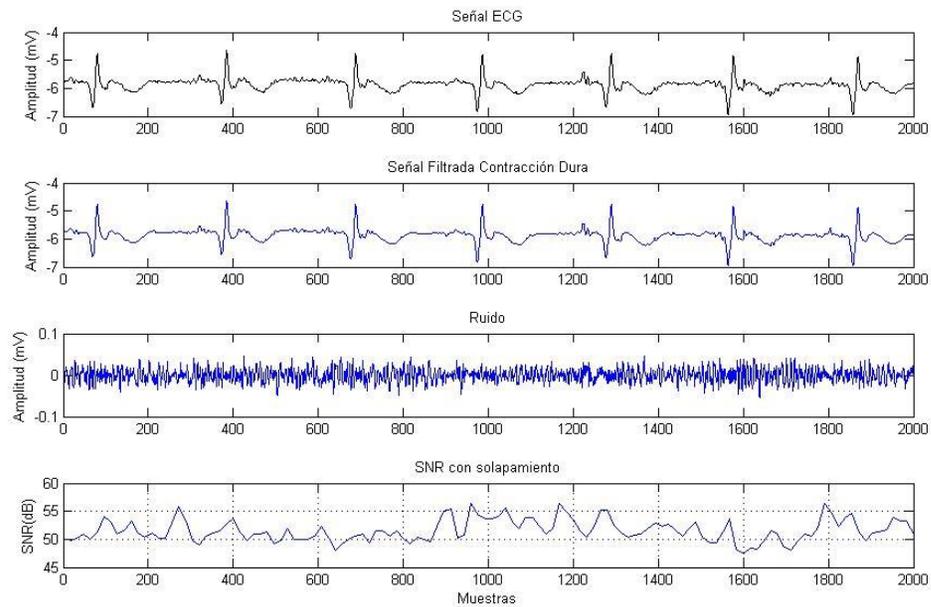


Figura 4.39 Señal ECG con ruido (a), Señal filtrada con sym5, nivel 10, contracción dura (b), Ruido extraído (c) y SNR (d). Fuente: González Hernando (2015).

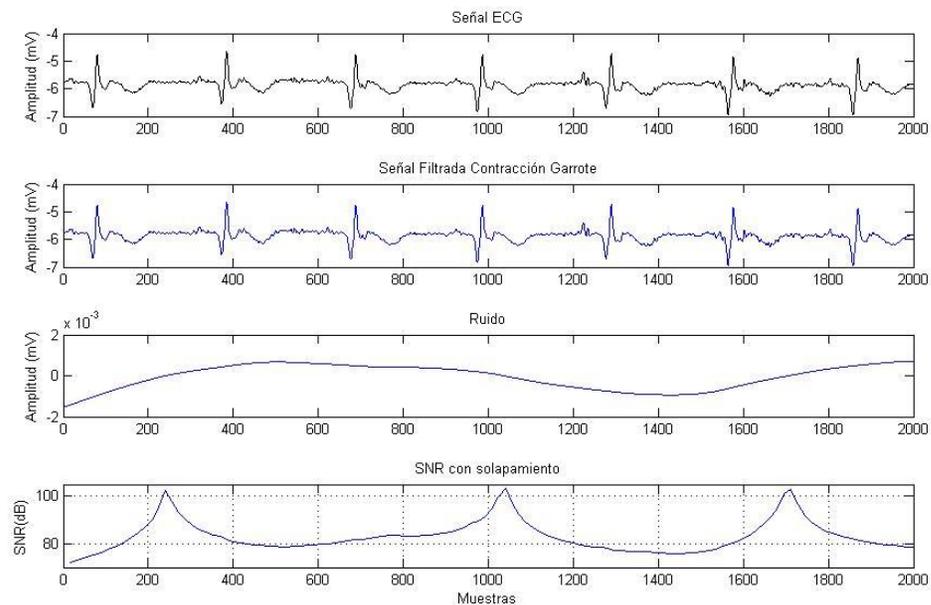


Figura 4.40 Señal ECG con ruido (a), Señal filtrada con sym5, nivel 10, contracción garrote (b), Ruido extraído (c) y SNR (d). Fuente: González Hernando (2015).

En la figura 4.38b se muestra la señal filtrada utilizando la contracción suave, para el nivel 10, donde se observa una disminución del ruido contenido. En la figura 4.38d se muestra la relación señal a ruido de la señal ECG estudiada. Se observa que los valores de la SNR se encuentran entre 41 y 51 dB. En la figura 4.39b se muestra la señal filtrada utilizando la contracción dura para el nivel 10, y en la figura 4.39d se observa que los valores de la relación señal a ruido se encuentran entre 47 y 57 dB.

Así mismo, en la figura 4.40b se muestra la señal filtrada utilizando la contracción garrote para el nivel 10 y se observa poca disminución del ruido contenido. Al observar la figura 4.40c se puede notar que el ruido eliminado está entre -2×10^{-3} y 2×10^{-3} mV y tiende a hacerse cero. En la figura 4.40d se aprecia que los valores de la relación señal a ruido oscilan entre 72 y 104 dB.

Tabla 4.4 SNR de la señal ECG 18e24 con Sym5

Wavelet	Nivel	Contracción	SNR				
			Valor Promedio (dB)	Varianza	Coef. de variación (%)	Valor Mínimo (dB)	Valor Máximo (dB)
Sym5	3	SUAVE	48.3738	6.8331	5.4038	43.7257	55.0045
		DURA	51.7692	4.1014	3.9120	47.5002	58.4441
		GARROTE	53.5695	6.6399	4.8102	50.0240	62.4607
	5	SUAVE	46.6106	4.9805	4.7880	42.3379	52.3504
		DURA	51.1750	3.9006	3.8593	47.4755	56.9255
		GARROTE	61.4914	35.1831	9.6461	54.7862	83.7488
	10	SUAVE	46.0095	5.0754	4.8965	41.7658	51.4156
		DURA	51.1427	3.8673	3.8452	47.4758	56.4596
		GARROTE	79.9603	42.6849	8.1708	72.0278	103.429

Fuente: González Hernando (2015).

Comparando los resultados al procesar la señal de ECG con la transformada de wavelet sym5, mostrados en la tabla 4.4, se observa que con el nivel de descomposición 10 se obtiene un mejor filtrado, utilizando la contracción suave, ya que se elimina la mayor parte del ruido y además la relación señal a ruido es menor comparado con los niveles de descomposición 3 y 5, indicando con esto que se ha extraído una mayor cantidad de ruido a la señal ECG. En el caso de la contracción garrote no se recomienda para los niveles de descomposición 5 y 10 ya que elimina muy poco ruido a la señal ECG procesada. Por lo tanto se recomienda el uso del nivel de descomposición 10 y la contracción suave cuando se utilice la transformada Wavelet Symlet 5 para el filtrado de la señal ECG.

4.2.5 Procesamiento de la señal ECG con Symlet 10

En las figuras 4.41, 4.42 y 4.43 se muestran los resultados del procesamiento de la señal ECG 18e24 cuando se le aplica la transformada de Wavelet sym10, utilizando las contracciones suave, dura y garrote, respectivamente y para el nivel de descomposición 3. El umbral utilizado es 0.0614 obtenido a través de la relación de Donoho.

En la figura 4.41b se muestra la señal filtrada utilizando la contracción suave donde se observa una disminución del ruido contenido, el cual se muestra en 4.41c. En la figura 4.41d se muestra la relación señal a ruido de la señal ECG, obtenida procesando la señal original y el ruido extraído. Se observa que los valores de la SNR se encuentran entre 44 y 55 dB.

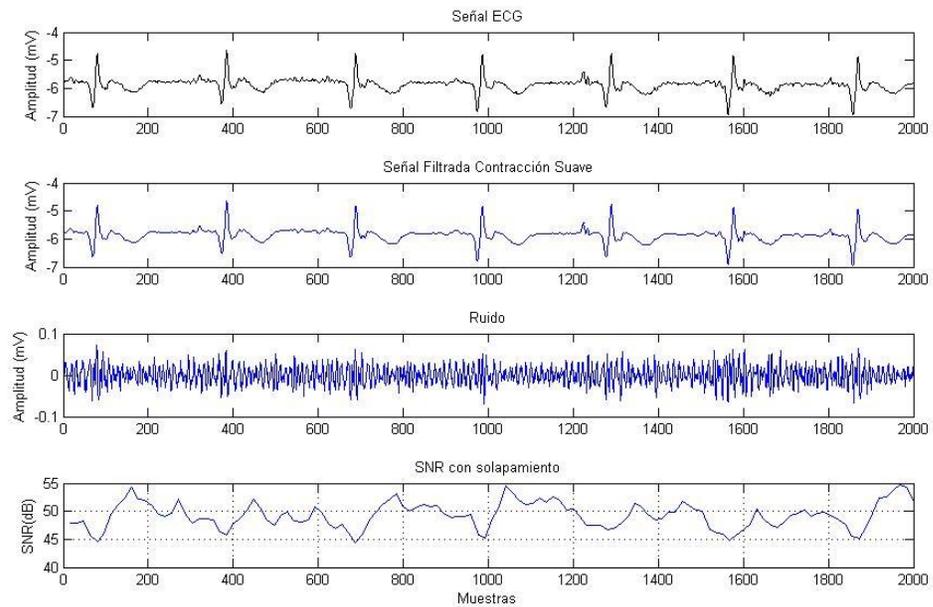


Figura 4.41 Señal ECG con ruido (a), Señal filtrada con sym10, nivel 3, contracción suave (b), Ruido extraído (c) y SNR (d). Fuente: González Hernando (2015).

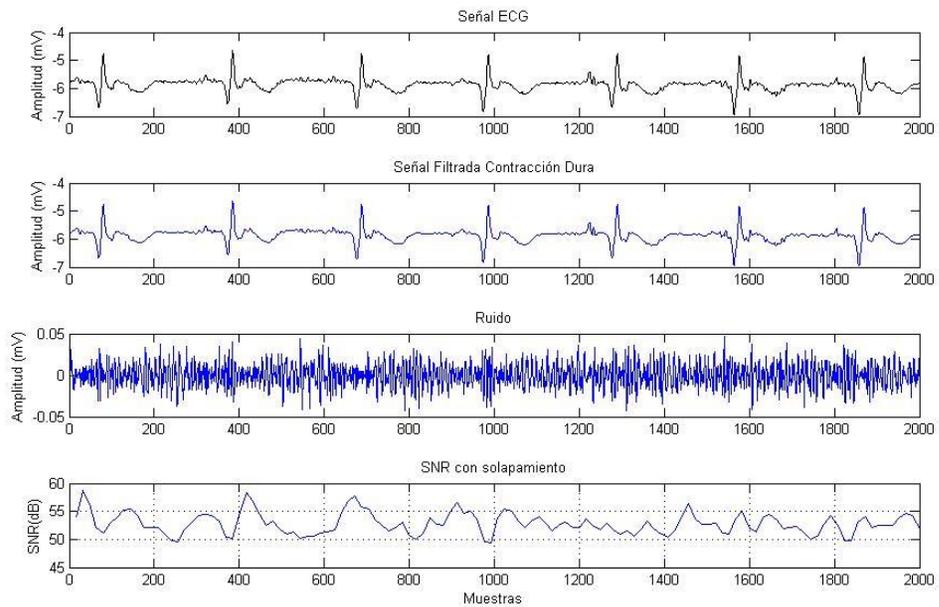


Figura 4.42 Señal ECG con ruido (a), Señal filtrada con sym10, nivel 3, contracción dura (b), Ruido extraído (c) y SNR (d). Fuente: González Hernando (2015).

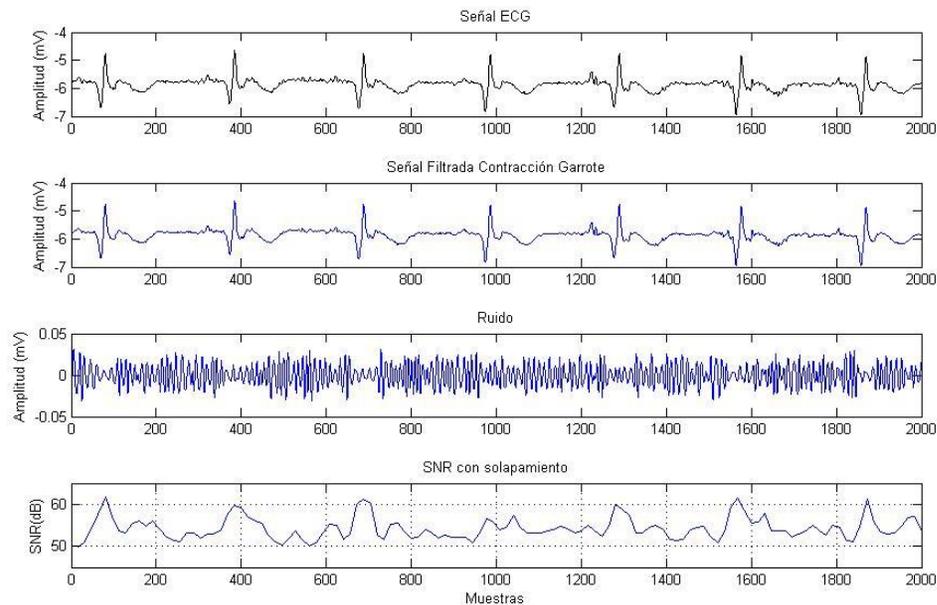


Figura 4.43 Señal ECG con ruido (a), Señal filtrada con sym10, nivel 3, contracción garrote (b), Ruido extraído (c) y SNR (d). Fuente: González Hernando (2015).

En la figura 4.42b se muestra la señal filtrada utilizando la contracción dura donde se observa una disminución del ruido contenido, y en la figura 4.42d se observa que los valores de la relación señal a ruido se encuentran entre 49 y 59 dB. Así mismo, en la figura 4.43b se muestra la señal filtrada utilizando la contracción garrote donde se observa una disminución del ruido contenido, y en la figura 4.43d se observa que los valores de la relación señal a ruido oscilan entre 49 y 62 dB.

En las figuras 4.44, 4.45 y 4.46 se muestran los resultados del procesamiento de la señal ECG cuando se le aplica la transformada de Wavelet sym10, utilizando las contracciones suave, dura y garrote, respectivamente y para el nivel de descomposición 5.

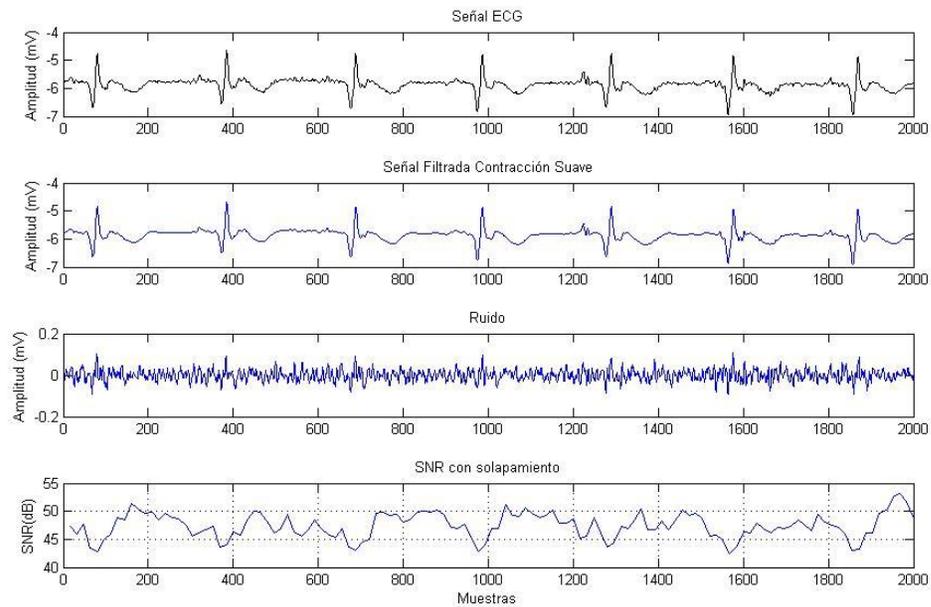


Figura 4.44 Señal ECG con ruido (a), Señal filtrada con sym10, nivel 5, contracción suave (b), Ruido extraído (c) y SNR (d). Fuente: González Hernando (2015).

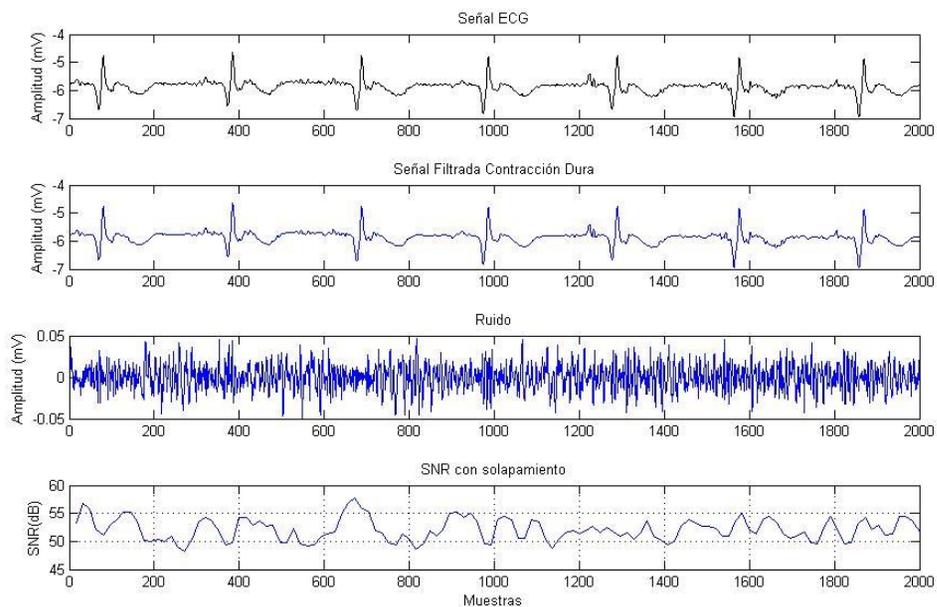


Figura 4.45 Señal ECG con ruido (a), Señal filtrada con sym10, nivel 5, contracción dura (b), Ruido extraído (c) y SNR (d). Fuente: González Hernando (2015).

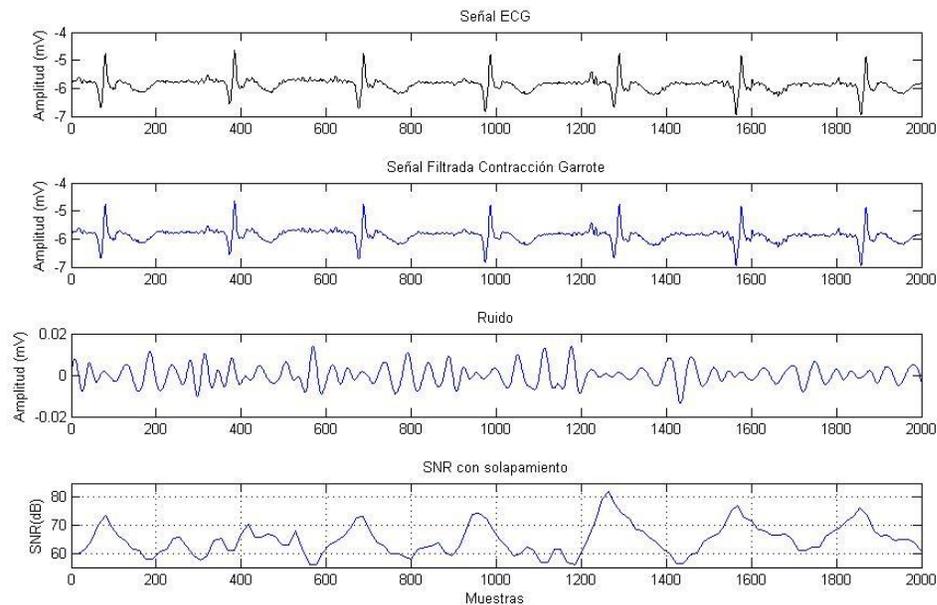


Figura 4.46 Señal ECG con ruido (a), Señal filtrada con sym10, nivel 5, contracción garrote (b), Ruido extraído (c) y SNR (d). Fuente: González Hernando (2015).

En la figura 4.44b se muestra la señal filtrada utilizando la contracción suave, para el nivel 5. En la figura 4.44d se muestra la relación señal a ruido de la señal ECG estudiada. Se observa que los valores de la SNR se encuentran entre 42 y 54 dB. En la figura 4.45b se muestra la señal filtrada utilizando la contracción dura para el nivel 5, y en la figura 4.45d se observa que los valores de la relación señal a ruido se encuentran entre 48 y 58 dB. Así mismo, en la figura 4.46b se muestra la señal filtrada utilizando la contracción garrote para el nivel 5, y en la figura 4.46d se observa que los valores de la relación señal a ruido oscilan entre 55 y 82 dB.

En las figuras 4.47, 4.48 y 4.49 se muestran los resultados del procesamiento de la señal ECG cuando se le aplica la transformada de Wavelet sym10, para las contracciones suave, dura y garrote, respectivamente y para el nivel de descomposición 10.

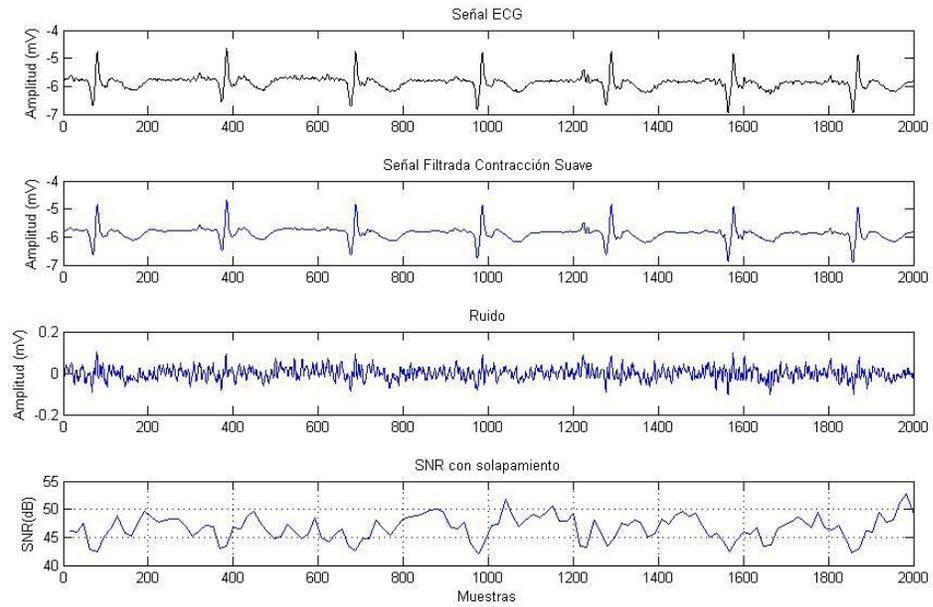


Figura 4.47 Señal ECG con ruido (a), Señal filtrada con sym10, nivel 10, contracción suave (b), Ruido extraído (c) y SNR (d). Fuente: González Hernando (2015).

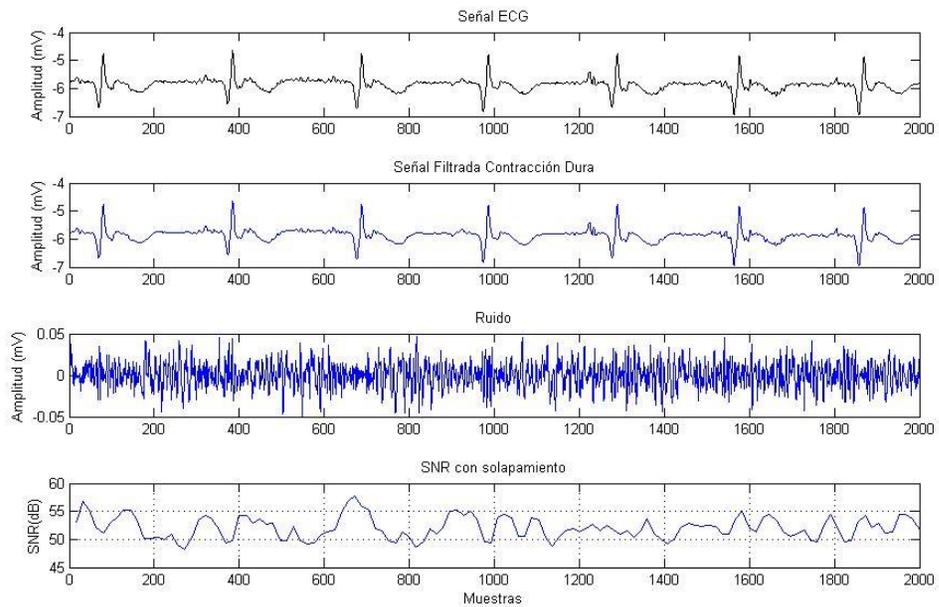


Figura 4.48 Señal ECG con ruido (a), Señal filtrada con sym10, nivel 10, contracción dura (b), Ruido extraído (c) y SNR (d). Fuente: González Hernando (2015).

En la figura 4.47b se muestra la señal filtrada utilizando la contracción suave, para el nivel 10, donde se observa una disminución del ruido contenido. En la figura 4.47d se muestra la relación señal a ruido de la señal ECG estudiada. Se observa que los valores de la SNR se encuentran entre 42 y 53 dB. En la figura 4.48b se muestra la señal filtrada utilizando la contracción dura para el nivel 10, y en la figura 4.48d se observa que los valores de la relación señal a ruido se encuentran entre 48 y 58 dB.

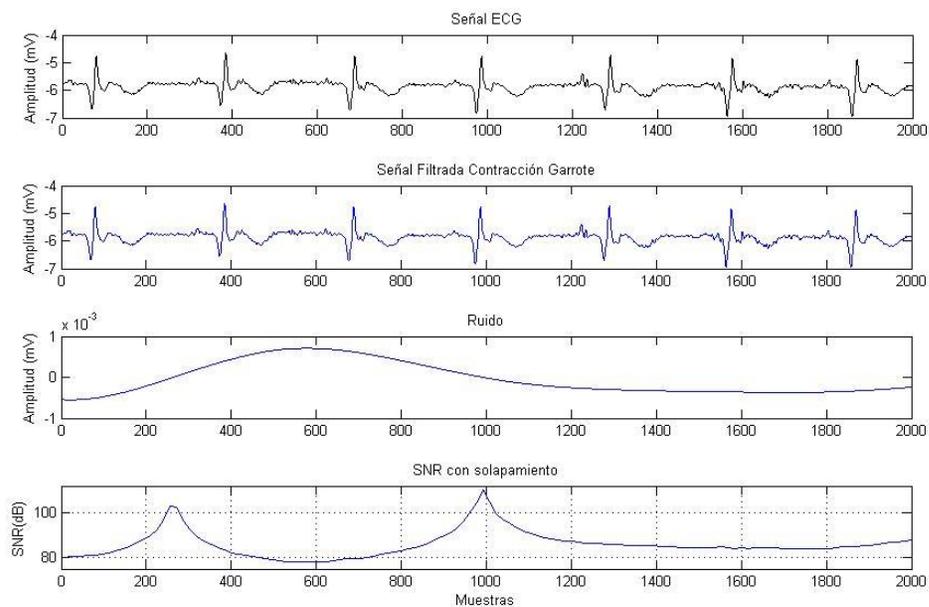


Figura 4.49 Señal ECG con ruido (a), Señal filtrada con sym10, nivel 10, contracción garrote (b), Ruido extraído (c) y SNR (d). Fuente: González Hernando (2015).

En la figura 4.49b se muestra la señal filtrada utilizando la contracción garrote para el nivel 10 y se observa poca disminución del ruido contenido. Al observar la figura 4.49c se puede notar que el ruido eliminado está entre -2×10^{-3} y 2×10^{-3} mV y tiende a hacerse cero. En la figura 4.49d se aprecia que los valores de la relación señal a ruido oscilan entre 78 y 110 dB.

En las figuras 4.50, 4.51 y 4.52 se muestra el espectro de frecuencias de la señal ECG y la señal filtrada cuando se le aplica la transformada de Wavelet symlet 10.

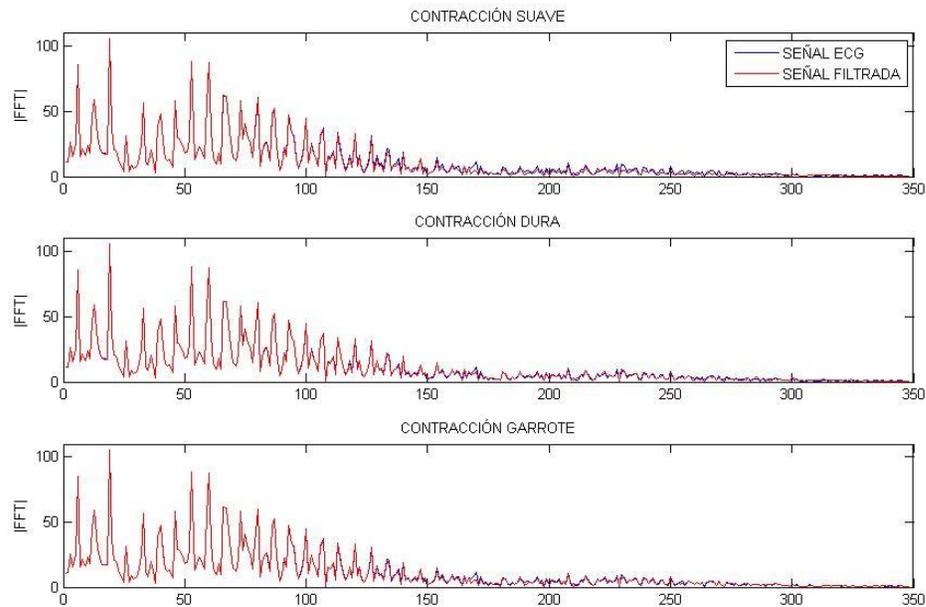


Figura 4.50 Espectro de frecuencias con sym10 y nivel 3.
Fuente: González Hernando (2015).

En las figuras 4.50, 4.51 y 4.52 se observa que la señal filtrada contiene menor ruido de alta frecuencia que la señal ECG. Además se aprecia una mayor disminución de ruido de alta frecuencia con la contracción suave y el nivel de descomposición 10 (ver figura 4.52); así mismo, se observa que para el nivel 3 la contracción garrote logra una disminución del ruido contenido pero para los niveles 5 y 10 no se observa una disminución, ya que la señal filtrada y la señal ECG coinciden.

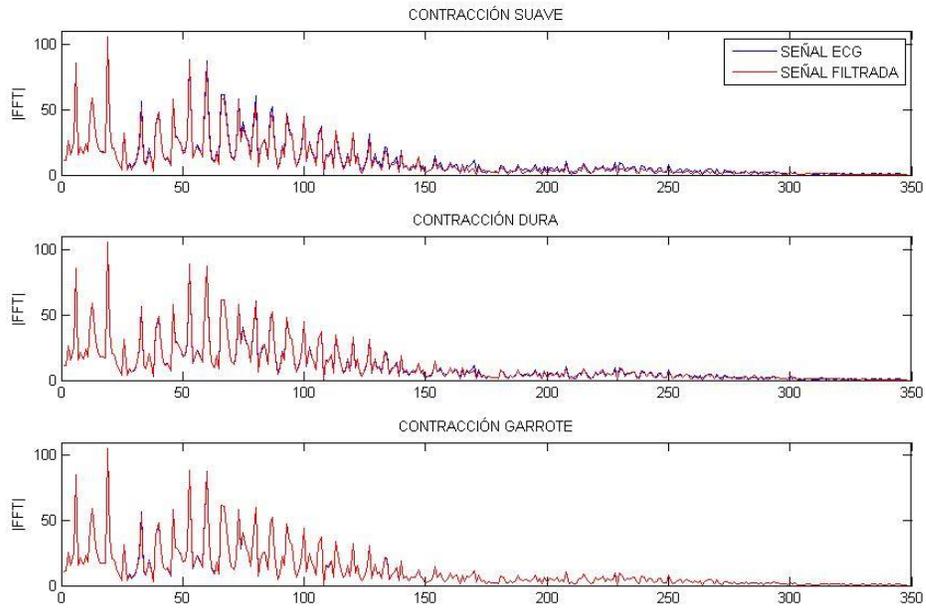


Figura 4.51 Espectro de frecuencias con sym10 y nivel 5.
Fuente: González Hernando (2015).

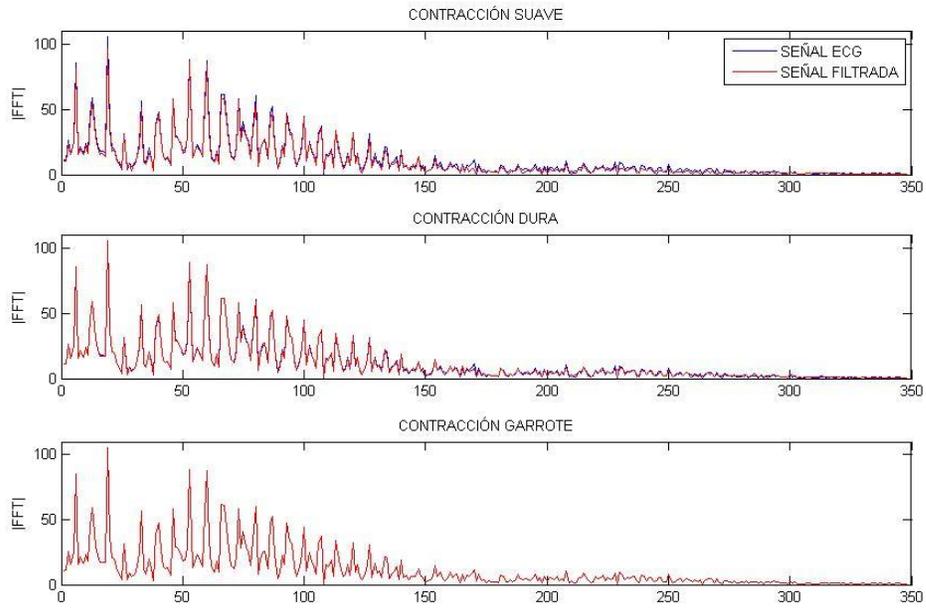


Figura 4.52 Espectro de frecuencias con sym10 y nivel 10.
Fuente: González Hernando (2015).

Comparando los resultados al procesar la señal de ECG con la transformada de wavelet symlet 10, mostrados en la tabla 4.5, se observa que con el nivel de descomposición 10 se obtiene un mejor filtrado, utilizando la contracción suave, ya que se elimina la mayor parte del ruido y además la relación señal a ruido es menor comparado con los niveles de descomposición 3 y 5, indicando con esto que se ha extraído una mayor cantidad de ruido a la señal ECG procesada.

En el caso de la contracción garrote no se recomienda para los niveles de descomposición 5 y 10 ya que elimina muy poco ruido a la señal ECG procesada. Por lo tanto se recomienda el uso del nivel de descomposición 10 y la contracción suave cuando se utilice la transformada Wavelet Symlet 10 para el filtrado de la señal ECG.

Tabla 4.5 SNR de la señal ECG 18e 24 con Sym10

Wavelet	Nivel	Contracción	SNR				
			Valor Promedio (dB)	Varianza	Coef. de variación (%)	Valor Mínimo (dB)	Valor Máximo (dB)
Sym10	3	SUAVE	48.7692	5.2104	4.6805	44.3642	54.6359
		DURA	52.4486	3.6373	3.6363	49.3710	58.7660
		GARROTE	53.6631	6.6179	4.7938	49.7220	61.7654
	5	SUAVE	46.9221	4.9431	4.7383	42.5016	53.1788
		DURA	51.7061	3.9880	3.8622	48.2106	57.8514
		GARROTE	62.3327	29.5012	8.7137	55.9040	81.9073
	10	SUAVE	46.2327	4.6327	4.6555	42.0899	52.7913
		DURA	51.6750	3.9037	3.8235	48.2119	57.8464
		GARROTE	83.6019	34.8816	7.0645	78.1320	110.416

Fuente: González Hernando (2015).

4.2.6 Procesamiento de la señal ECG con Coif5

En las figuras 4.53, 4.54 y 4.55 se muestran los resultados del procesamiento de la señal ECG 18e24 cuando se le aplica la transformada de Wavelet Coiflets 5, utilizando las contracciones suave, dura y garrote, respectivamente y para el nivel de descomposición 3. El umbral utilizado es 0.0614 obtenido a través de la relación de Donoho.

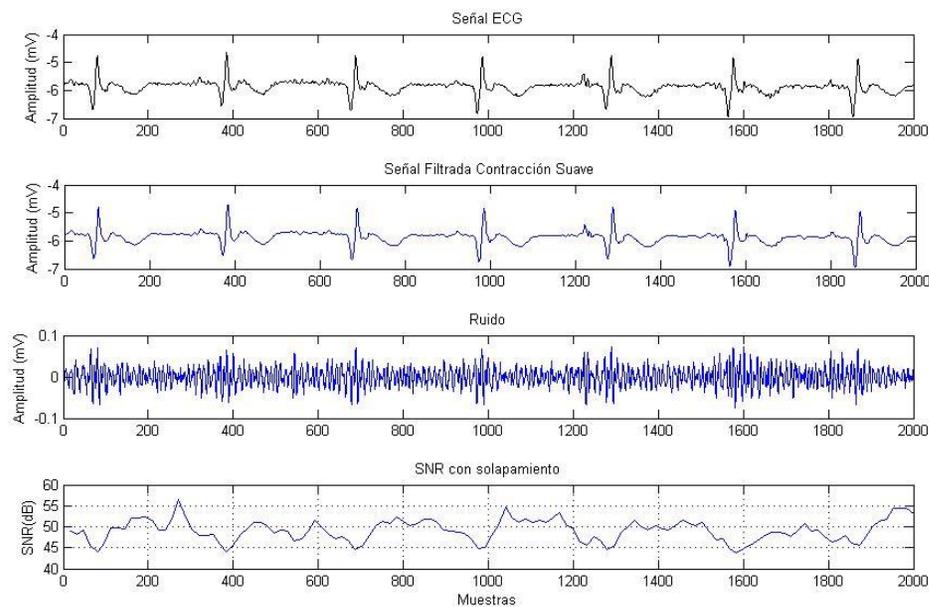


Figura 4.53 Señal ECG con ruido (a), Señal filtrada con coif5, nivel 3, contracción suave (b), Ruido extraído (c) y SNR (d).
Fuente: González Hernando (2015).

En la figura 4.53b se muestra la señal filtrada utilizando la contracción suave donde se observa una disminución del ruido contenido, el cual se muestra en 4.53c. En la figura 4.53d se muestra la relación señal a ruido de la señal ECG, obtenida procesando la señal original y el ruido extraído. Se observa que los valores de la SNR se encuentran entre 43 y 57 dB.

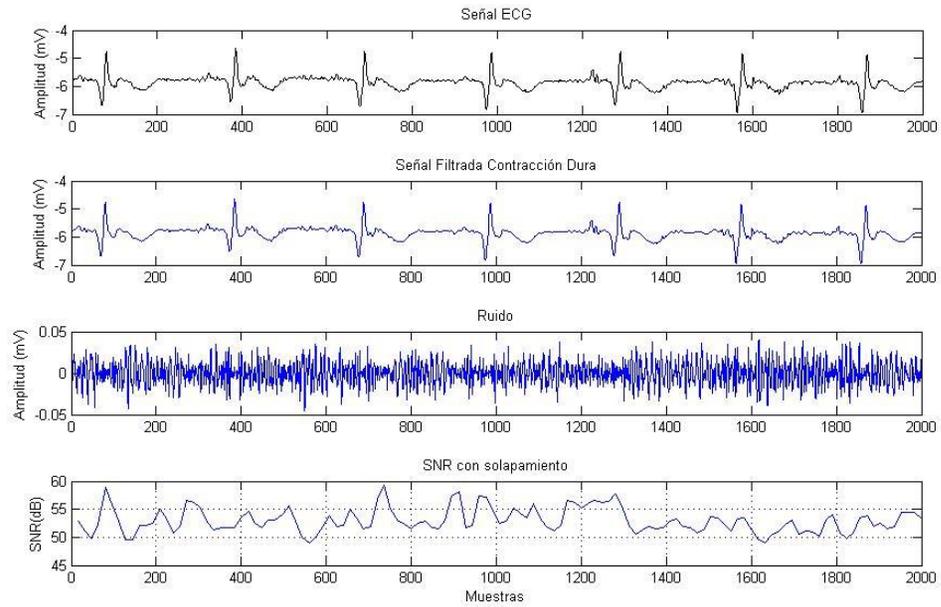


Figura 4.54 Señal ECG con ruido (a), Señal filtrada con coif5, nivel 3, contracción dura (b), Ruido extraído (c) y SNR (d). Fuente: González Hernando (2015).

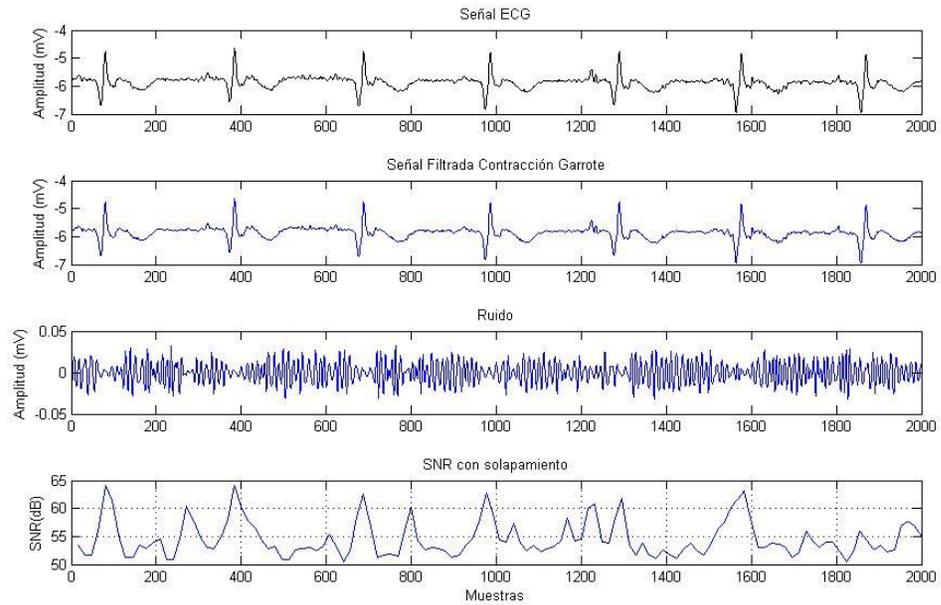


Figura 4.55 Señal ECG con ruido (a), Señal filtrada con coif5, nivel 3, contracción garrote (b), Ruido extraído (c) y SNR (d). Fuente: González Hernando (2015).

En la figura 4.54b se muestra la señal filtrada utilizando la contracción dura donde se observa una disminución del ruido contenido, y en la figura 4.54d se observa que los valores de la relación señal a ruido se encuentran entre 48 y 60 dB. Así mismo, en la figura 4.55b se muestra la señal filtrada utilizando la contracción garrote donde se observa una disminución del ruido contenido, y en la figura 4.55d se observa que los valores de la relación señal a ruido oscilan entre 50 y 65 dB.

En las figuras 4.56, 4.57 y 4.58 se muestran los resultados del procesamiento de la señal ECG cuando se le aplica la transformada de Wavelet Coiflets 5, utilizando las contracciones suave, dura y garrote, respectivamente y para el nivel de descomposición 5.

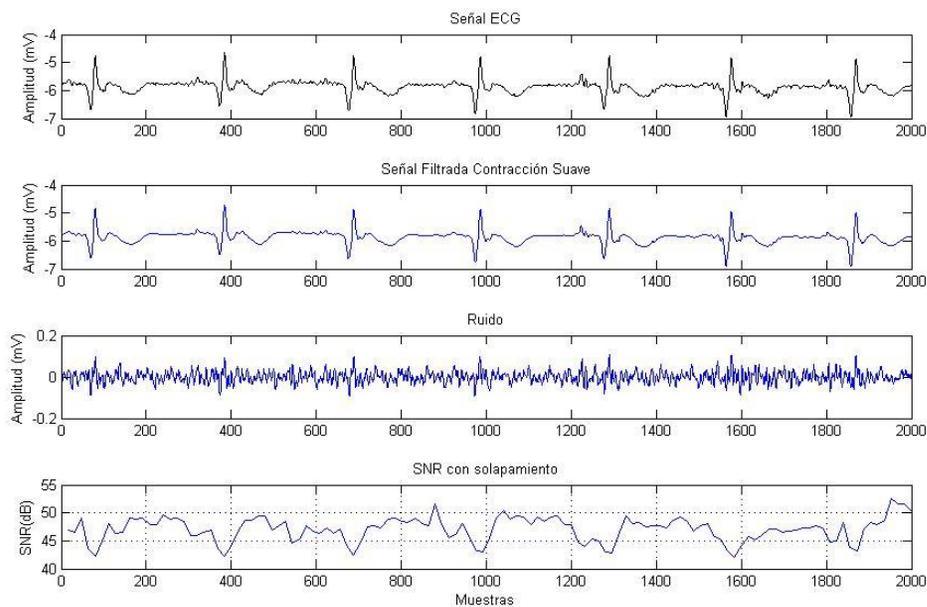


Figura 4.56 Señal ECG con ruido (a), Señal filtrada con coif5, nivel 5, contracción suave (b), Ruido extraído (c) y SNR (d). Fuente: González Hernando (2015).

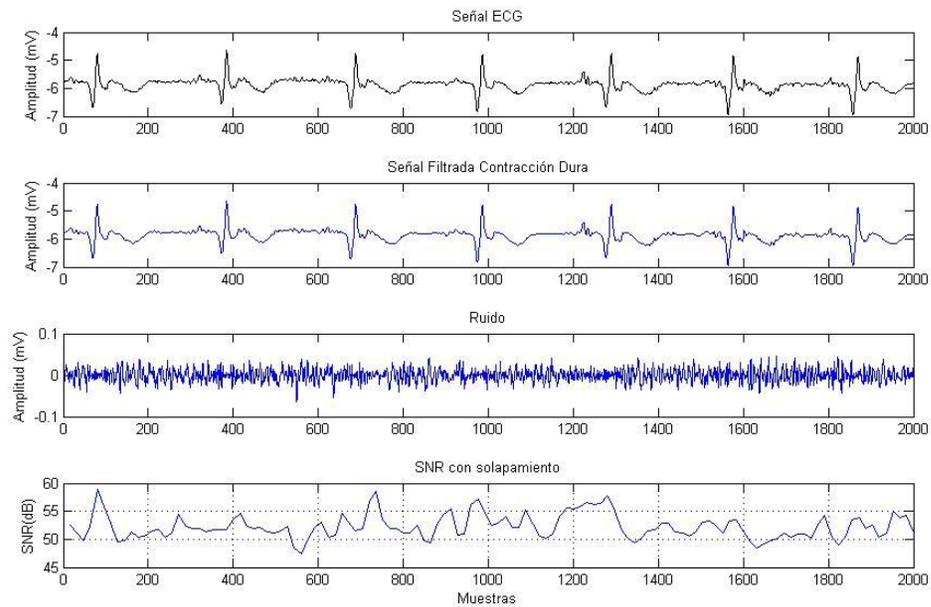


Figura 4.57 Señal ECG con ruido (a), Señal filtrada con *coif5*, nivel 5, contracción dura (b), Ruido extraído (c) y SNR (d). Fuente: González Hernando (2015).

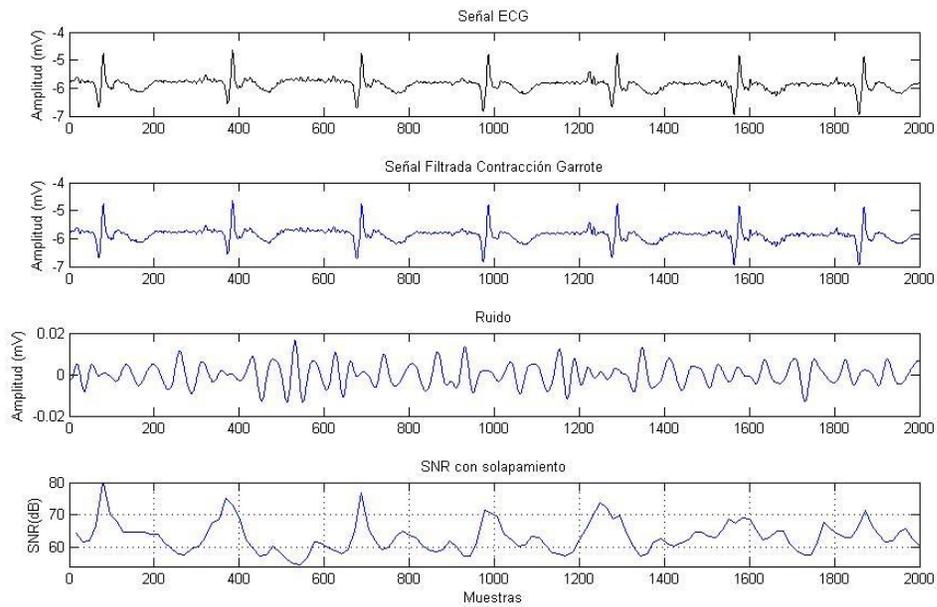


Figura 4.58 Señal ECG con ruido (a), Señal filtrada con *coif5*, nivel 5, contracción garrote (b), Ruido extraído (c) y SNR (d). Fuente: González Hernando (2015).

En la figura 4.56b se muestra la señal filtrada utilizando la contracción suave, para el nivel 5. En la figura 4.56d se muestra la relación señal a ruido de la señal ECG estudiada. Se observa que los valores de la SNR se encuentran entre 42 y 53 dB. En la figura 4.57b se muestra la señal filtrada utilizando la contracción dura para el nivel 5, y en la figura 4.57d se observa que los valores de la relación señal a ruido se encuentran entre 47 y 59 dB. Así mismo, en la figura 4.58b se muestra la señal filtrada utilizando la contracción garrote para el nivel 5, y en la figura 4.58d se observa que los valores de la relación señal a ruido oscilan entre 54 y 80 dB.

En las figuras 4.59, 4.60 y 4.61 se muestran los resultados del procesamiento de la señal ECG cuando se le aplica la transformada de Wavelet Coiflets 5, para las contracciones suave, dura y garrote, respectivamente y para el nivel de descomposición 10.

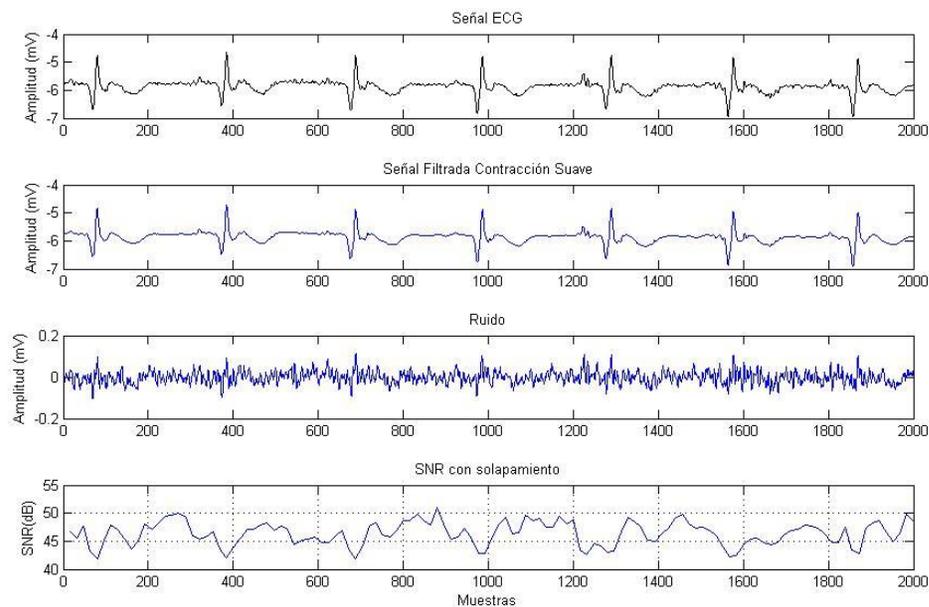


Figura 4.59 Señal ECG con ruido (a), Señal filtrada con coif5, nivel 10, contracción suave (b), Ruido extraído (c) y SNR (d). Fuente: González Hernando (2015).

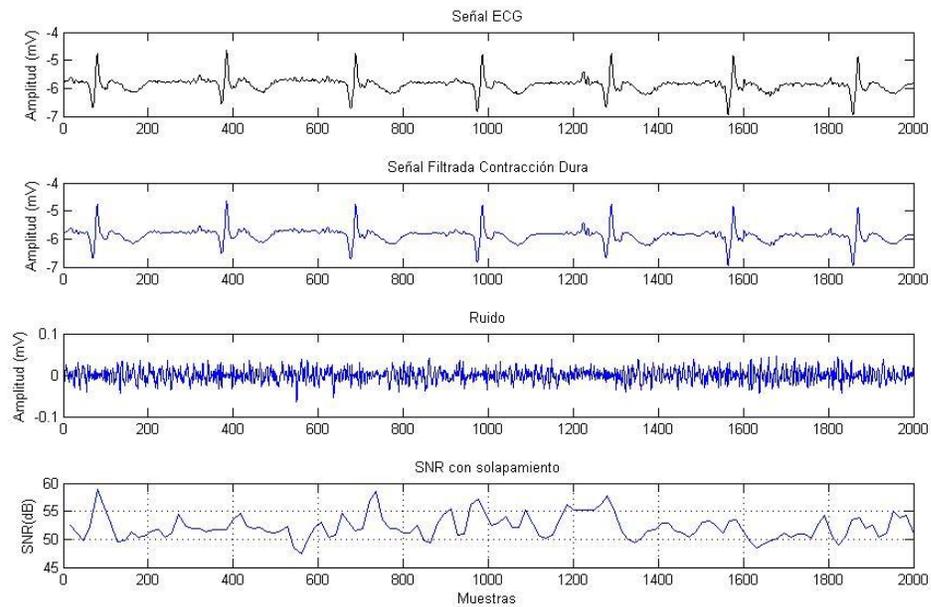


Figura 4.60 Señal ECG con ruido (a), Señal filtrada con *coif5*, nivel 10, contracción dura (b), Ruido extraído (c) y SNR (d). Fuente: González Hernando (2015).

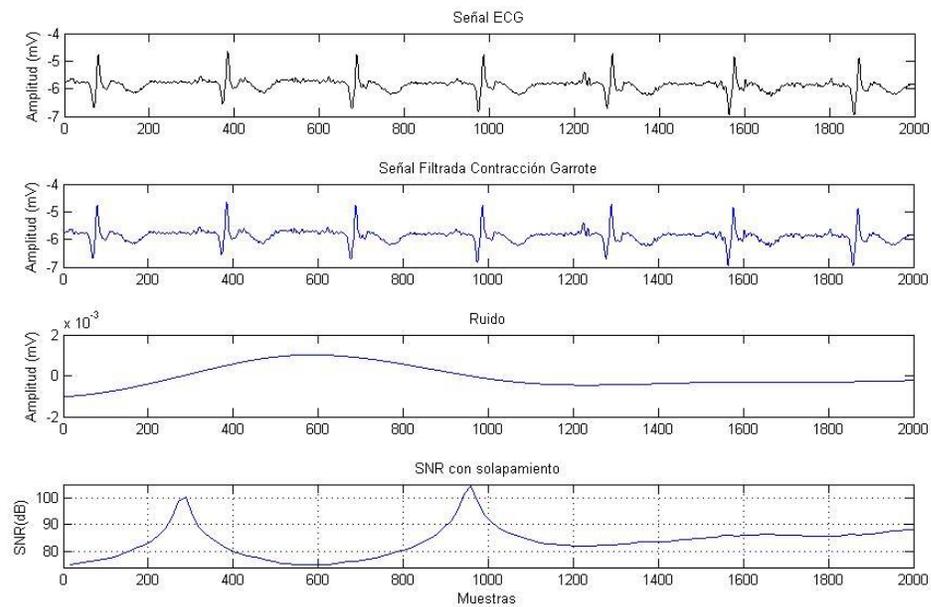


Figura 4.61 Señal ECG con ruido (a), Señal filtrada con *coif5*, nivel 10, contracción garrote (b), Ruido extraído (c) y SNR (d). Fuente: González Hernando (2015).

En la figura 4.59b se muestra la señal filtrada utilizando la contracción suave, para el nivel 10, donde se observa una disminución del ruido contenido. En la figura 4.59d se muestra la relación señal a ruido de la señal ECG estudiada. Se observa que los valores de la SNR se encuentran entre 41 y 51 dB. En la figura 4.60b se muestra la señal filtrada utilizando la contracción dura para el nivel 10, y en la figura 4.60d se observa que los valores de la relación señal a ruido se encuentran entre 47 y 59 dB. Así mismo, en la figura 4.61b se muestra la señal filtrada utilizando la contracción garrote para el nivel 10 y se observa poca disminución del ruido contenido. Al observar la figura 4.61c se puede notar que el ruido eliminado está entre -2×10^{-3} y 2×10^{-3} mV y tiende a hacerse cero. En la figura 4.61d se aprecia que los valores de la relación señal a ruido oscilan entre 75 y 105 dB.

En las figuras 4.62, 4.63 y 4.64 se muestra el espectro de frecuencias de la señal ECG cuando se le aplica la transformada de Wavelet *coif5*.

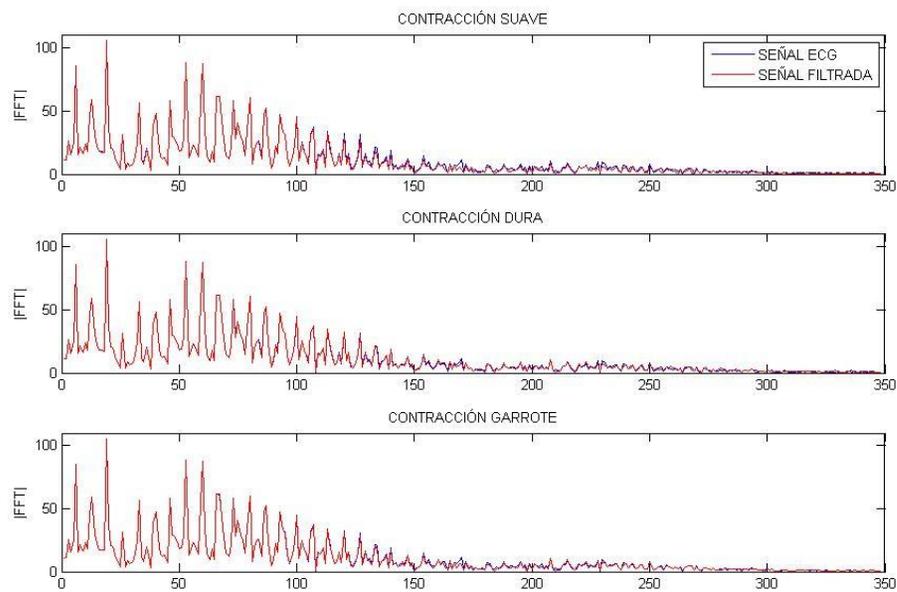


Figura 4.62 Espectro de frecuencias con *coif5* y nivel 3.
Fuente: González Hernando (2015).

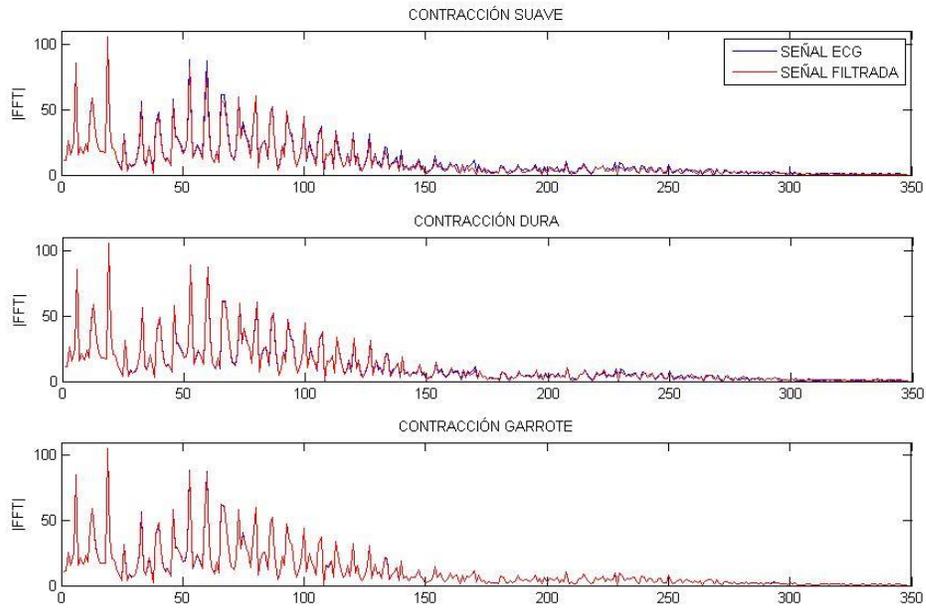


Figura 4.63 Espectro de frecuencias con coif5 y nivel 5.
Fuente: González Hernando (2015).

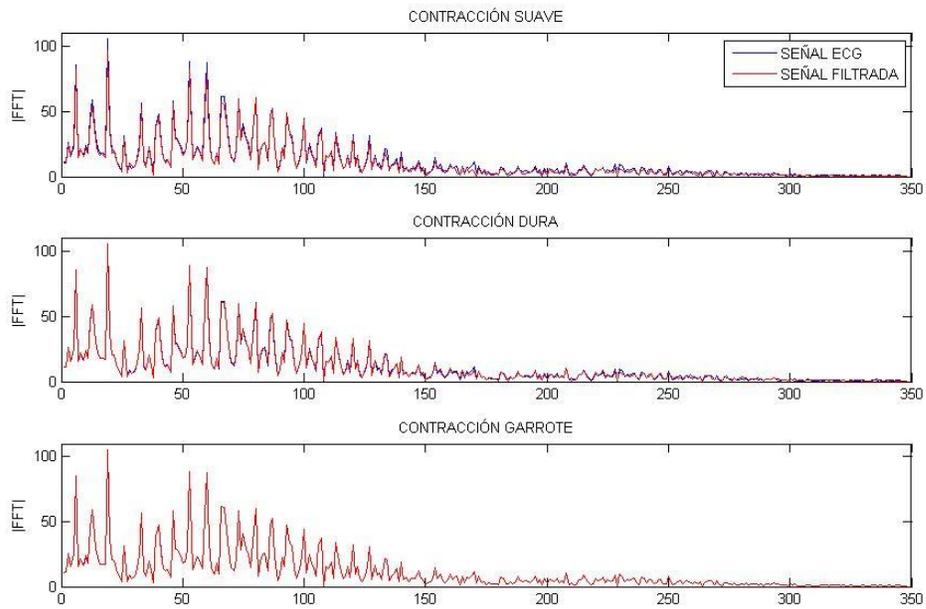


Figura 4.64 Espectro de frecuencias con coif5 y nivel 10.
Fuente: González Hernando (2015).

En las figuras 4.62, 4.63 y 4.64 se observa que la señal filtrada contiene menor ruido de alta frecuencia que la señal ECG. Además se aprecia una mayor disminución de ruido de alta frecuencia con la contracción suave y el nivel 10; así mismo, se observa que para el nivel 3 la contracción garrote logra una disminución del ruido contenido pero para los niveles 5 y 10 no se observa una disminución, ya que la señal filtrada y la señal ECG coinciden.

Tabla 4.6 SNR de la señal ECG 18e24 con Coif5

Wavelet	Nivel	Contracción	SNR				
			Valor Promedio (dB)	Varianza	Coef. de variación (%)	Valor Mínimo (dB)	Valor Máximo (dB)
Coif5	3	SUAVE	48.4499	6.4653	5.2481	43.8252	56.4870
		DURA	52.5269	4.7116	4.1324	48.9113	59.3500
		GARROTE	53.6697	10.2898	5.9769	50.4596	64.1351
	5	SUAVE	46.5637	4.5754	4.5937	41.9839	52.5634
		DURA	51.7713	4.7531	4.2111	47.4539	58.8624
		GARROTE	61.2225	21.6402	7.5984	54.5283	80.2686
	10	SUAVE	45.9162	4.3974	4.5670	41.8353	50.9701
		DURA	51.7516	4.5676	4.1297	47.4529	58.8549
		GARROTE	80.8024	32.9211	7.1009	74.9610	104.518

Fuente: González Hernando (2015).

Comparando los resultados al procesar la señal de ECG con la wavelet Coiflets 5, mostrados en la tabla 4.6, se observa que con el nivel de descomposición 10 se obtiene un mejor filtrado, utilizando la contracción suave, ya que se elimina la mayor parte del ruido y además la relación señal a ruido es menor comparado con los niveles 3 y 5, indicando con esto que se ha extraído una mayor cantidad de ruido a la señal ECG procesada. En el caso de la contracción garrote no se recomienda para los niveles 5 y 10 ya que elimina muy poco ruido a la señal ECG. Por lo tanto se recomienda el uso del nivel de descomposición 10 y la contracción suave cuando se utilice la transformada Wavelet Coiflets 5 para el filtrado de la señal ECG.

El mismo procedimiento se realizó a la señal ECG 19e24 tomada de la base de datos de Physionet: MIT-BIH *Noise Stress Test Database*, los resultados de aplicarle la transformada de wavelet db1, db4 y db10, son mostrados en la tabla 4.7. El umbral utilizado es 0.0409 obtenido a través de la relación de Donoho.

Tabla 4.7 Relación señal a ruido de la señal ECG 19e24 con db1, db4 y db10

Wavelet	Nivel	Contracción	SNR				
			Valor Promedio (dB)	Varianza	Coef. de variación (%)	Valor Mínimo (dB)	Valor Máximo (dB)
Db1	3	SUAVE	49.7853	5.9753	4.9100	44.7949	54.8009
		DURA	52.8554	3.0425	3.3001	49.0810	61.7661
		GARROTE	56.6001	7.9334	4.9764	52.9849	68.8459
	5	SUAVE	48.6410	4.6541	4.4352	44.2034	53.1137
		DURA	52.2463	3.1998	3.4238	49.0059	61.7661
		GARROTE	62.8987	96.9972	15.6581	57.7842	100.165
	10	SUAVE	48.1972	5.1227	4.6960	43.1115	53.9656
		DURA	52.2067	3.1907	3.4215	49.0059	61.7661
		GARROTE	98.8454	22.4824	4.7970	96.0998	107.657
Db4	3	SUAVE	51.7527	1.7444	2.5520	48.7561	54.5711
		DURA	54.5528	1.7991	2.4587	51.6153	59.4443
		GARROTE	55.3663	4.1708	3.6886	52.8041	64.5564
	5	SUAVE	50.1255	2.0674	2.8685	46.8774	53.7919
		DURA	53.7549	2.1334	2.7172	51.3053	59.2191
		GARROTE	65.9050	53.0562	11.0522	57.1774	90.9107
	10	SUAVE	49.4601	3.0970	3.5581	45.1241	53.0748
		DURA	53.7330	2.1572	2.7334	51.3054	59.2191
		GARROTE	88.5120	126.688	12.7165	80.2053	126.629
Db10	3	SUAVE	51.9973	1.3500	2.2345	48.1806	54.5197
		DURA	55.2223	2.4520	2.8356	52.5426	60.4490
		GARROTE	55.5116	7.1503	4.8170	52.3822	66.5529
	5	SUAVE	50.1317	2.8256	3.3531	45.7918	53.8593
		DURA	54.3953	3.0255	3.1977	50.9976	59.8903
		GARROTE	65.1224	51.8544	11.0576	58.2622	88.5277
	10	SUAVE	49.4067	4.6300	4.3552	43.3526	53.6147
		DURA	54.3660	2.9292	3.1481	50.9981	59.6658
		GARROTE	80.8139	89.2978	11.6932	75.3468	113.598

Fuente: González Hernando (2015).

Al igual que lo ocurrido al estudiar la señal ECG 18e24, comparando los resultados al procesar la señal de ECG 19e24 con las transformadas de wavelet db1, db4 y db10 mostrados en la tabla 4.7, se observa que con el nivel de descomposición 10 se obtiene un mejor filtrado, utilizando la contracción suave, ya que se elimina la mayor parte del ruido y además la relación señal a ruido es menor comparado con los niveles de descomposición 3 y 5, indicando con esto que se ha extraído una mayor cantidad de ruido a la señal ECG procesada. Igualmente, en el caso de la contracción garrote no se recomienda para los niveles de descomposición 5 y 10 ya que elimina muy poco ruido a la señal ECG procesada. Por lo tanto se recomienda el uso del nivel de descomposición 10 y la contracción suave cuando se utilice la transformada Wavelet Db1, Db4 y Db10 para el filtrado de la señal ECG. En la figura 4.65 se muestra el resultado del procesamiento de la señal ECG 19e24 cuando se le aplica la transformada de Wavelet Db10, para la contracción suave y para el nivel de descomposición 10.

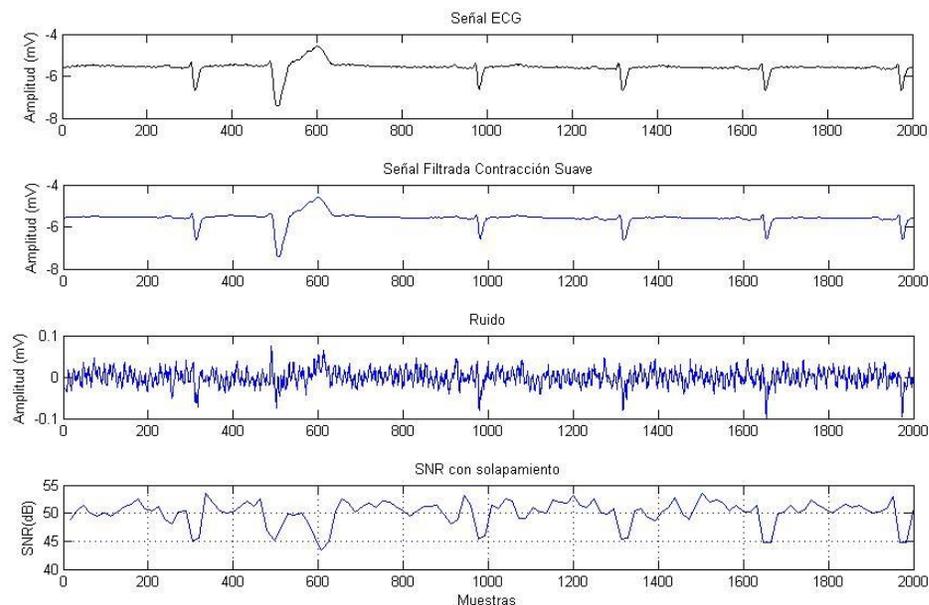


Figura 4.65 Señal ECG 19e24 con ruido (a), Señal filtrada con Db10, nivel 10, contracción suave (b), Ruido extraído (c) y SNR (d). Fuente: González Hernando (2015).

Al procesar la señal de ECG 19e24 con las transformadas de wavelet sym5, sym10 y Coiflets 5, resultados mostrados en la tabla 4.8, se llega a la misma conclusión, se recomienda el uso del nivel de descomposición 10 y la contracción suave para el filtrado de la señal ECG.

Tabla 4.8 Relación señal a ruido de la señal ECG 19e24 utilizando sym5, sym10 y coif 5

Wavelet	Nivel	Contracción	SNR				
			Valor Promedio (dB)	Varianza	Coef. de variación (%)	Valor Mínimo (dB)	Valor Máximo (dB)
Sym5	3	SUAVE	51.9228	1.6225	2.4532	48.6543	55.4861
		DURA	54.7446	2.4638	2.8672	51.9076	60.2832
		GARROTE	55.4939	7.5188	4.9412	52.5070	68.5614
	5	SUAVE	50.1715	1.7709	2.6524	46.9365	52.8927
		DURA	53.9318	2.4062	2.8762	51.8078	60.2810
		GARROTE	64.9249	42.3564	10.0242	59.4138	90.6881
	10	SUAVE	49.5096	2.8413	3.4047	45.3485	52.8487
		DURA	53.8070	2.3627	2.8567	51.6611	60.1081
		GARROTE	77.3698	71.6610	10.9413	70.6284	108.468
Sym10	3	SUAVE	52.1567	1.2406	2.1355	49.1241	55.6731
		DURA	54.9828	1.5214	2.2433	52.4581	59.0990
		GARROTE	55.5182	5.1555	4.0898	53.3147	65.5788
	5	SUAVE	50.3718	1.9820	2.7949	46.5947	53.8433
		DURA	54.0223	1.6152	2.3526	51.1746	57.6615
		GARROTE	64.7522	47.1975	10.6097	56.9955	89.2656
	10	SUAVE	49.6530	3.0418	3.5125	45.2438	53.8061
		DURA	53.9885	1.6487	2.3783	51.1739	57.9980
		GARROTE	89.3224	133.138	12.9179	81.1233	129.468
Coif5	3	SUAVE	52.0242	1.2272	2.1293	48.7980	54.4656
		DURA	55.1608	1.9232	2.5141	51.9586	58.8157
		GARROTE	55.4062	5.8711	4.3732	52.7069	68.1456
	5	SUAVE	50.2170	1.8572	2.7138	46.8129	52.7117
		DURA	54.3502	2.3666	2.8305	51.3653	58.5554
		GARROTE	64.7914	47.1341	10.5962	58.9172	90.6703
	10	SUAVE	49.5257	3.1620	3.5905	45.1791	53.1698
		DURA	54.2479	2.5087	2.9197	51.0906	58.5567
		GARROTE	87.9049	95.2923	11.1049	79.9978	128.816

Fuente: González Hernando (2015).

4.3 Procesamiento de una señal ECG patológica

En este experimento se utilizó la señal ECG 109 de la base de datos de Physionet: MIT-BIH Arrhythmia Database, la cual representa un episodio de arritmia cardíaca, muestreada a 360 Hz con una resolución de 11 bits y con un rango de tensión de 10 mV.

En la parte izquierda de la figura 4.66 se muestra la relación señal a ruido obtenidas aplicando la transformada de Wavelet Db1 para los niveles 3, 5 y 10, utilizando la contracción suave y con un umbral de 0.0409.

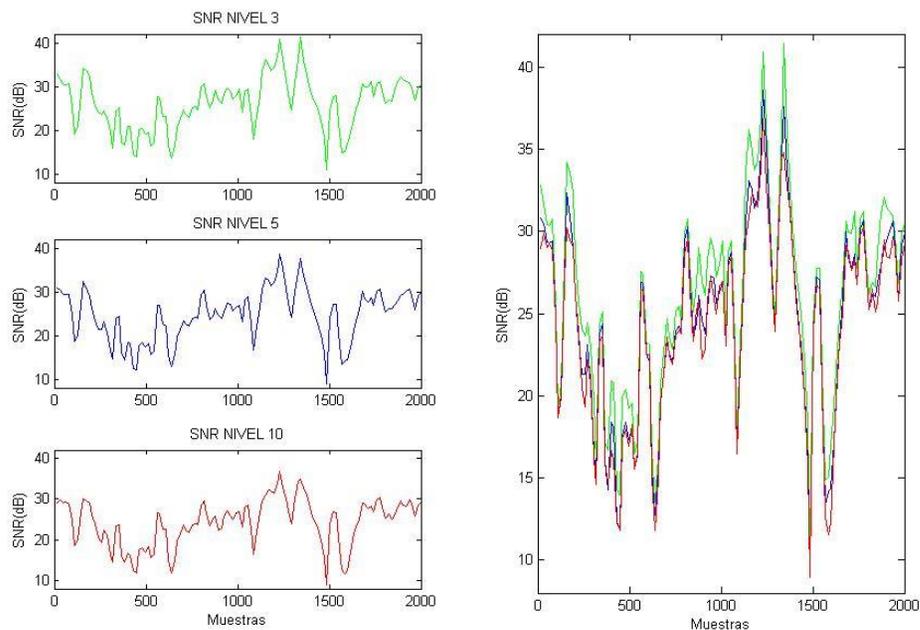


Figura 4.66 SNR de la señal ECG 109 con Db1.
Fuente: González Hernando (2015).

En la parte derecha de esta figura se muestran juntos estos resultados, en donde se pueden comparar los valores de la relación señal a ruido observándose una relación señal a ruido parecida tanto en forma como en valores para los niveles de descomposición 3, 5 y 10. En la tabla 4.9 se muestran los valores promedio, varianza, coeficiente de variación, valor mínimo y valor máximo de la relación señal a ruido para la transformada de Wavelet Db1, utilizando la contracción suave y los niveles 3, 5 y 10.

Tabla 4.9 SNR de la señal patológica ECG 109 con Db1

Wavelet	Nivel	SNR				
		Valor Promedio (dB)	Varianza	Coeficiente de variación (%)	Valor Mínimo (dB)	Valor Máximo (dB)
Db1	3	28.3652	35.0550	20.8732	10.9193	41.4651
	5	27.2333	34.1264	21.4509	8.9711	38.5622
	10	26.8623	32.9232	21.3603	8.9459	36.8247

Fuente: González Hernando (2015).

En la figura 4.67 se muestra la relación señal a ruido obtenidas aplicando la transformada de Wavelet Db4 para los niveles 3, 5 y 10, utilizando la contracción suave y con un umbral de 0.0409, observándose una relación señal a ruido parecida tanto en forma como en valores para los niveles de descomposición 3, 5 y 10. En la tabla 4.10 se muestran los valores promedio, varianza, coeficiente de variación, valor mínimo y valor máximo de la relación señal a ruido para la transformada de Wavelet Db4 para la señal patológica ECG 109.

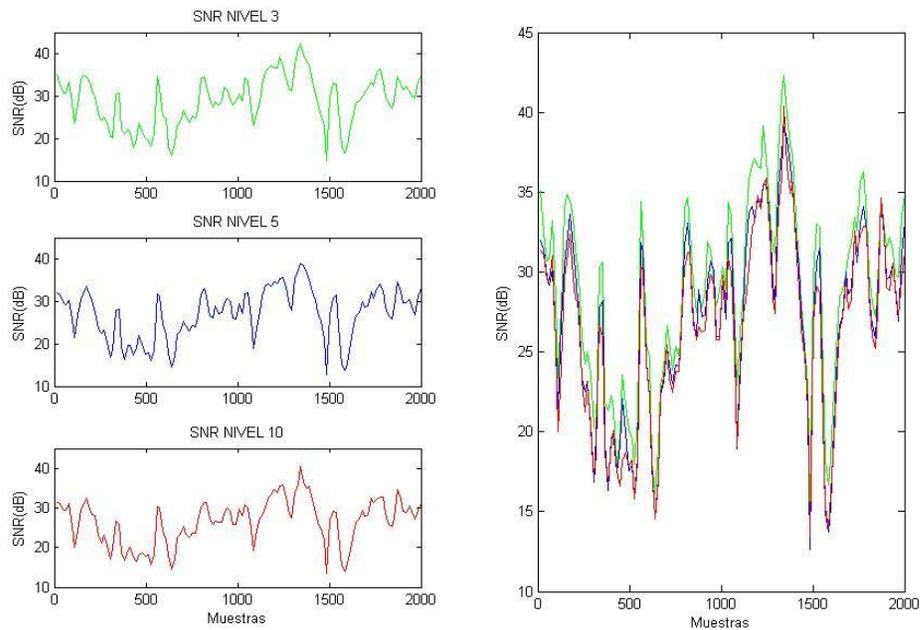


Figura 4.67 SNR de la señal ECG 109 con Db4.
Fuente: González Hernando (2015).

Tabla 4.10 SNR de la señal patológica ECG 109 con Db4

Wavelet	Nivel	SNR				
		Valor Promedio (dB)	Varianza	Coefficiente de variación (%)	Valor Mínimo (dB)	Valor Máximo (dB)
Db4	3	31.5402	34.2860	18.5650	14.8609	42.2709
	5	29.7498	34.5753	19.7651	12.6217	39.0624
	10	29.0972	32.2125	19.5056	13.4487	40.4195

Fuente: González Hernando (2015).

En la figura 4.68 se muestra la relación señal a ruido para la señal patológica ECG 109 obtenidas aplicando la transformada de Wavelet Db10 para los niveles 3, 5 y 10, utilizando la contracción suave y con un umbral de 0.0409.

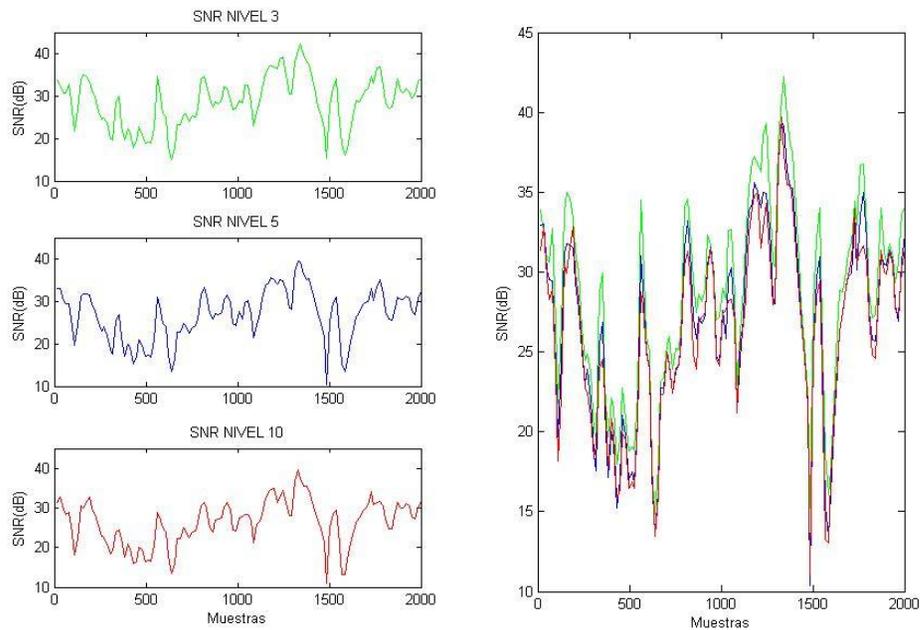


Figura 4.68 SNR de la señal ECG 109 con Db10.
Fuente: González Hernando (2015).

En la figura 4.68 se observa una relación señal a ruido parecida tanto en forma como en valores para los niveles de descomposición 3, 5 y 10. En la tabla 4.11 se muestran los valores promedio, varianza, coeficiente de variación, valor mínimo y valor máximo de la relación señal a ruido para la transformada de Wavelet Db10 para la señal patológica ECG 109.

Tabla 4.11 SNR de la señal patológica ECG 109 con Db10

Wavelet	Nivel	SNR				
		Valor Promedio (dB)	Varianza	Coeficiente de variación (%)	Valor Mínimo (dB)	Valor Máximo (dB)
Db10	3	31.2988	35.6139	19.0670	14.9187	42.2217
	5	29.4173	34.7195	20.0302	10.3638	39.3612
	10	28.7271	32.0131	19.6957	11.0453	39.7067

Fuente: González Hernando (2015).

Analizando los resultados de la relación señal a ruido obtenidos al aplicar las transformadas de Wavelet Db1, Db4 y Db10 en la señal patológica ECG 109 se observa que las formas de onda y los valores son parecidos. Al comparar los resultados cuando se aplica una determinada Wavelet se observa que son semejantes sus formas para los niveles de descomposición 3, 5 y 10, existiendo diferencias en los valores máximos, mínimos, promedios, varianza y en los coeficientes de variación. Con el nivel de descomposición 3 se obtienen los más altos valores y con el nivel de descomposición 10 los resultados de la relación señal a ruido son menores.

En la figura 4.69 se muestra la relación señal a ruido obtenidas utilizando la transformada de Wavelet Db1, Db4 y Db10, la contracción suave para un nivel de descomposición de 10 y con un umbral de 0.0409.

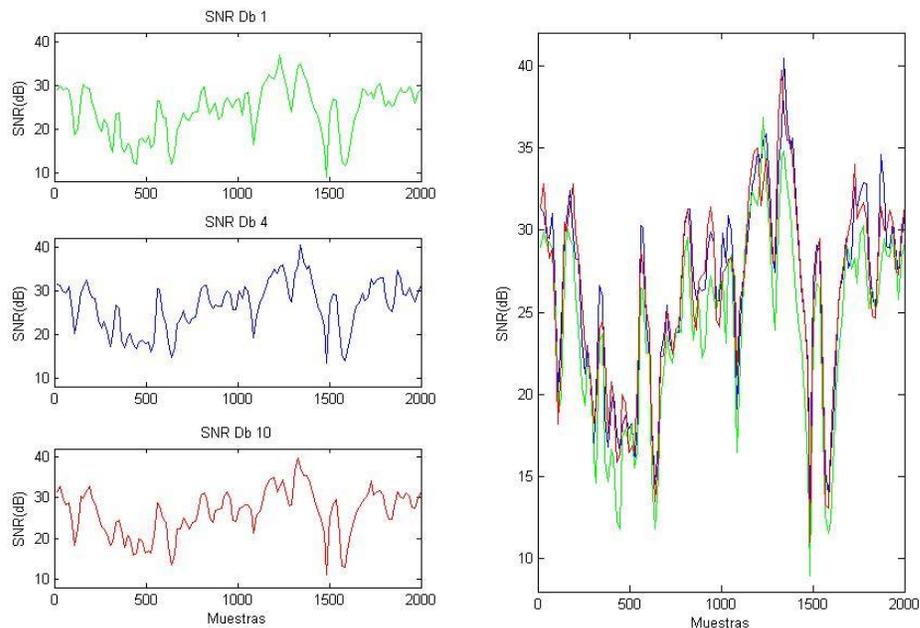


Figura 4.69 SNR con Db1, Db4 y Db10, nivel de descomposición 10 para la señal ECG 109. Fuente: González Hernando (2015).

En la figura 4.69 se observa la semejanza de las formas de la relación señal a ruido cuando la señal patológica ECG 109 es procesada con las diferentes transformadas aplicadas.

En la figura 4.70 se muestra la relación señal a ruido obtenidas aplicando la transformada de Wavelet sym5 para los niveles 3, 5 y 10, utilizando la contracción suave y con un umbral de 0.0409, observándose una relación señal a ruido parecida tanto en forma como en valores para los niveles de descomposición 3, 5 y 10.

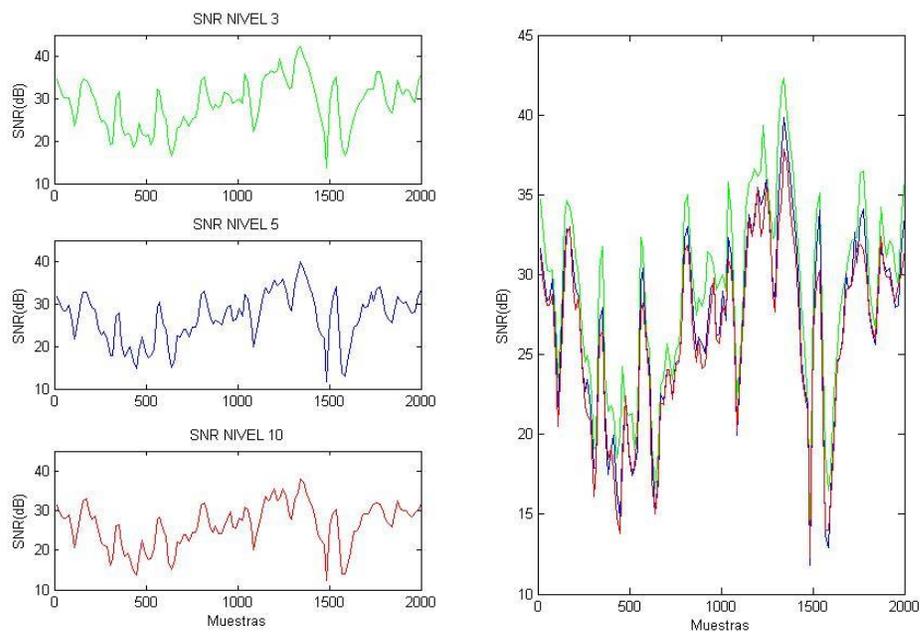


Figura 4.70 SNR de la señal ECG 109 con sym5.
Fuente: González Hernando (2015).

En la tabla 4.12 se muestran los valores promedio, varianza, coeficiente de variación, valor mínimo y valor máximo de la relación señal a ruido al utilizar la transformada de Wavelet symlet 5.

Tabla 4.12 SNR de la señal patológica ECG 109 con sym5

Wavelet	Nivel	SNR				
		Valor Promedio (dB)	Varianza	Coefficiente de variación (%)	Valor Mínimo (dB)	Valor Máximo (dB)
Sym5	3	31.6145	34.4309	18.5604	13.8030	42.3048
	5	29.6405	33.8622	19.6323	11.7786	39.8535
	10	28.9526	30.4181	19.0492	12.3237	37.8375

Fuente: González Hernando (2015).

En la figura 4.71 se muestra la relación señal a ruido obtenidas aplicando la transformada de Wavelet sym10 para los niveles 3, 5 y 10, utilizando la contracción suave y con un umbral de 0.0409, observándose una relación señal a ruido parecida tanto en forma como en valores para los niveles de descomposición 3, 5 y 10.

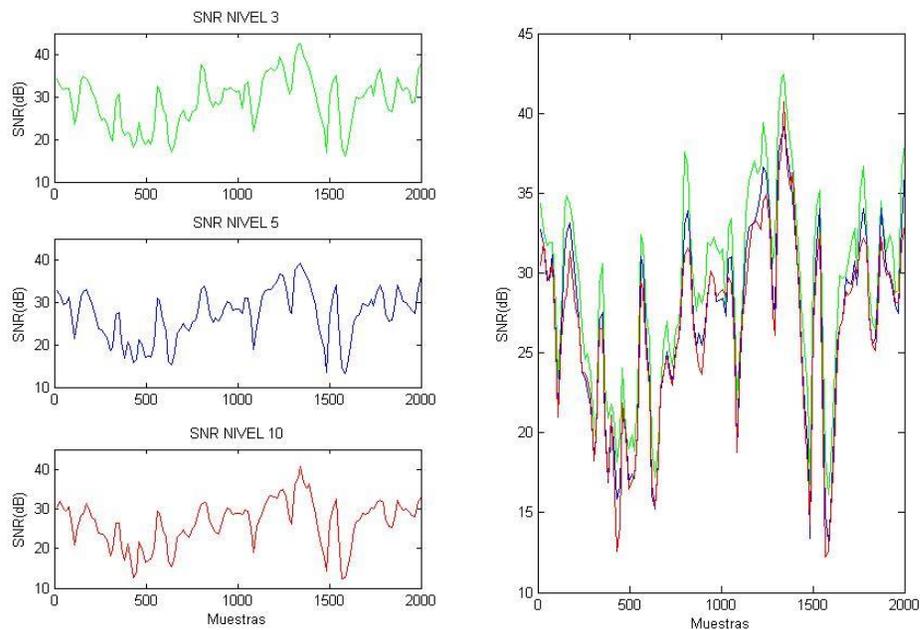


Figura 4.71 SNR de la señal ECG 109 con sym10.
Fuente: González Hernando (2015).

En la tabla 4.13 se muestran los valores promedio, varianza, coeficiente de variación, valor mínimo y valor máximo de la relación señal a ruido al utilizar la transformada de Wavelet symlet 10.

Tabla 4.13 SNR de la señal patológica ECG 109 con sym10

Wavelet	Nivel	SNR				
		Valor Promedio (dB)	Varianza	Coeficiente de variación (%)	Valor Mínimo (dB)	Valor Máximo (dB)
Sym10	3	31.9003	35.1883	18.5954	16.1325	42.4355
	5	29.9193	35.1846	19.8256	13.1499	39.1777
	10	29.1839	33.1975	19.7429	12.2192	40.7029

Fuente: González Hernando (2015).

Analizando los resultados de la relación señal a ruido obtenidos al aplicar las transformadas de Wavelet sym5 y sym10 en la señal patológica ECG 109 se observa que las formas de onda y los valores son parecidos. Al comparar los resultados cuando se aplica una determinada Wavelet se observa que son semejantes sus formas para los niveles de descomposición 3, 5 y 10, existiendo diferencias en los valores máximos, mínimos, promedios, varianza y en los coeficientes de variación. Con el nivel de descomposición 3 se obtienen los más altos valores y con el nivel de descomposición 10 los resultados de la relación señal a ruido son menores.

En la figura 4.72 se muestra la relación señal a ruido obtenidos utilizando la transformada de Wavelet sym5 y sym10, la contracción suave para un nivel de descomposición de 10 y con un umbral de 0.0409, observándose la semejanza de las formas de la relación señal a ruido cuando la señal patológica ECG 109 es procesada con las diferentes Wavelets.

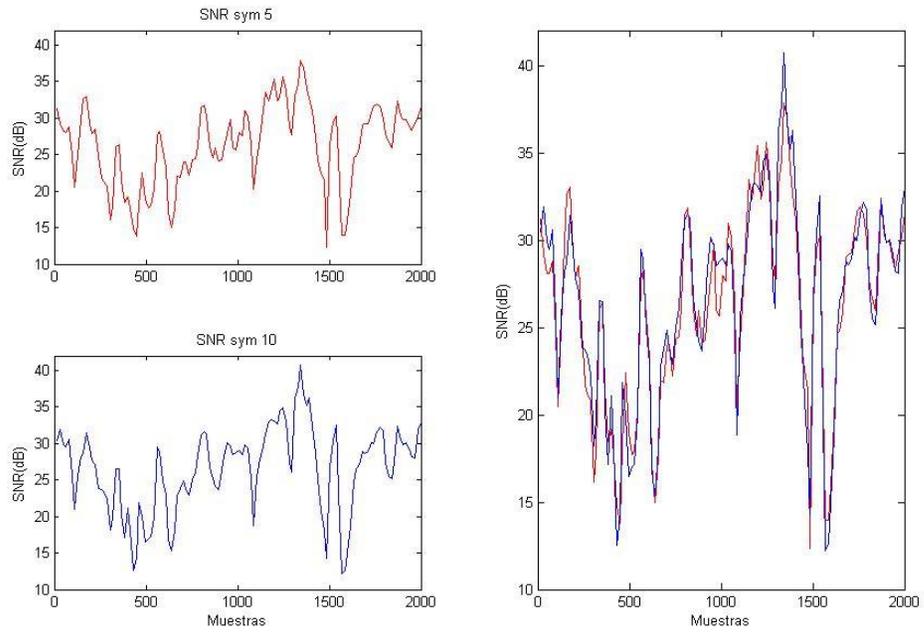


Figura 4.72 SNR con sym5 y sym10, nivel de descomposición 10 para la señal ECG 109. Fuente: González Hernando (2015).

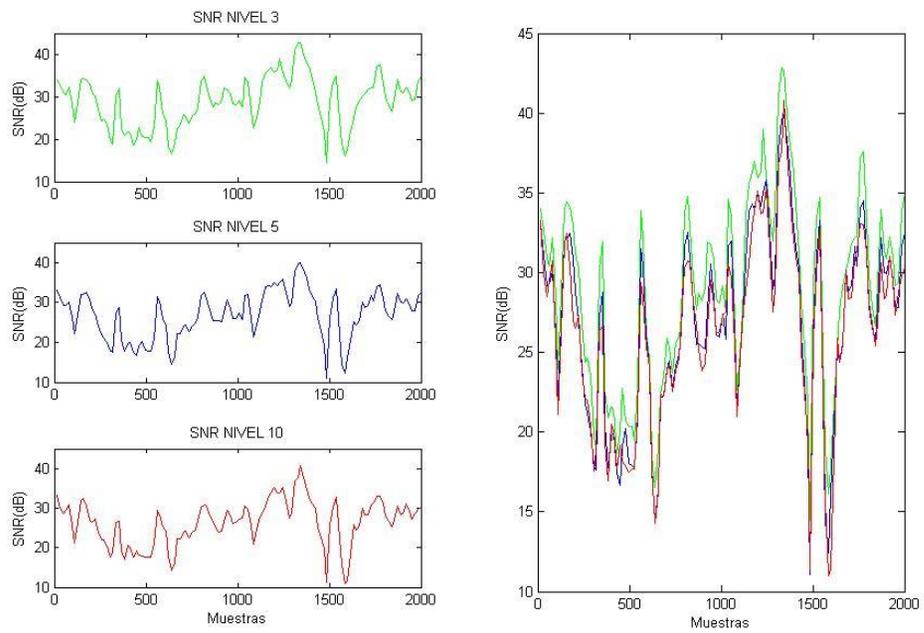


Figura 4.73 SNR de la señal ECG 109 con Coif5. Fuente: González Hernando (2015).

En la figura 4.73 se muestra la relación señal a ruido obtenidas aplicando la transformada de Wavelet coif5 para los niveles 3, 5 y 10, utilizando la contracción suave y con un umbral de 0.0409, observándose una relación señal a ruido parecida tanto en forma como en valores para los niveles de descomposición 3, 5 y 10. En la tabla 4.14 se muestran los valores promedio, varianza, coeficiente de variación, valor mínimo y valor máximo de la relación señal a ruido al utilizar la transformada de Wavelet Coiflets 5.

Tabla 4.14 SNR de la señal patológica ECG 109 con Coif5

Wavelet	Nivel	SNR				
		Valor Promedio (dB)	Varianza	Coeficiente de variación (%)	Valor Mínimo (dB)	Valor Máximo (dB)
Coif5	3	31.6080	35.3333	18.8060	14.4913	42.8190
	5	29.7040	35.1058	19.9469	11.0307	39.9348
	10	29.0160	32.7334	19.7177	10.9821	40.7909

Fuente: González Hernando (2015).

4.4 Procesamiento de una señal ECG normal

En este experimento se utilizó la señal ECG 18177 de la base de datos de Physionet: MIT-BIH *Normal Sinus Rhythm Database*, la cual no presentan ningún tipo de arritmia significativa, muestreada a 360 Hz con una resolución de 11 bits y con un rango de tensión de 10 mV.

En la parte izquierda de la figura 4.74 se muestra la relación señal a ruido obtenidas aplicando la transformada de Wavelet Db1 para los niveles 3, 5 y 10, utilizando la contracción suave y con un umbral de 0.1228.

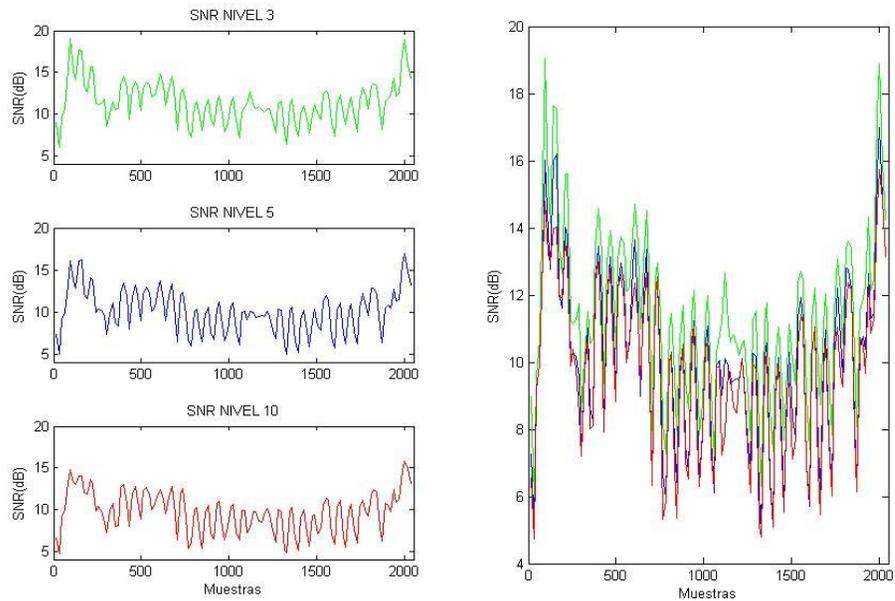


Figura 4.74 SNR de la señal ECG 18177 con Db1.
Fuente: González Hernando (2015).

En la parte derecha de la figura 4.74 se muestran juntos estos resultados, en donde se pueden comparar los valores de la relación señal a ruido observándose una relación señal a ruido parecida tanto en forma como en valores para los niveles de descomposición 3, 5 y 10. En la tabla 4.15 se muestran los valores promedio, varianza, coeficiente de variación, valor mínimo y valor máximo de la relación señal a ruido para la Wavelet Db1, utilizando la contracción suave y los niveles 3, 5 y 10.

Tabla 4.15 SNR de la señal normal ECG 18177 con Db1

Wavelet	Nivel	SNR				
		Valor Promedio (dB)	Varianza	Coeficiente de variación (%)	Valor Mínimo (dB)	Valor Máximo (dB)
Db1	3	12.2030	6.3373	20.6293	5.9120	19.0540
	5	10.9826	6.6341	23.4523	4.8790	16.9750
	10	10.6266	6.2235	23.4760	4.7498	15.7289

Fuente: González Hernando (2015).

En la figura 4.75 se muestra la relación señal a ruido obtenidas aplicando la transformada de Wavelet Db4 para los niveles 3, 5 y 10, utilizando la contracción suave y con un umbral de 0.1228, observándose una relación señal a ruido parecida tanto en forma como en valores para los niveles de descomposición 3, 5 y 10.

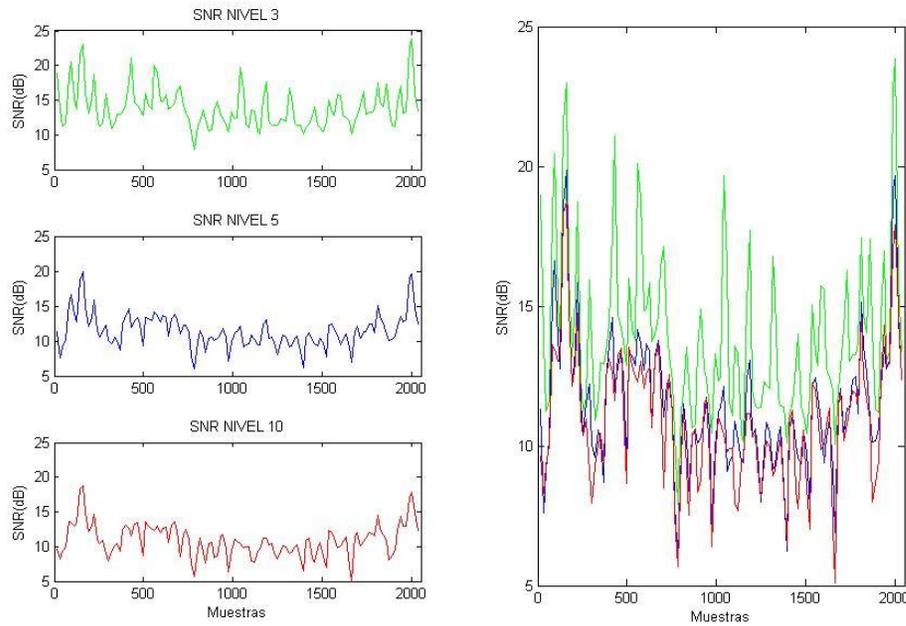


Figura 4.75 SNR de la señal ECG 18177 con Db4.
Fuente: González Hernando (2015).

Tabla 4.16 SNR de la señal normal ECG 18177 con Db4

Wavelet	Nivel	SNR				
		Valor Promedio (dB)	Varianza	Coefficiente de variación (%)	Valor Mínimo (dB)	Valor Máximo (dB)
Db4	3	13.5900	8.4951	21.4470	7.9016	23.8595
	5	11.9621	5.8146	20.1582	6.0027	19.8617
	10	11.5037	5.6264	20.6195	5.0849	18.7364

Fuente: González Hernando (2015).

En la tabla 4.16 se muestran los valores promedio, varianza, coeficiente de variación, valor mínimo y valor máximo de la relación señal a ruido para la transformada de Wavelet Db4 para la señal normal ECG 18177.

En la figura 4.76 se muestra la relación señal a ruido para la señal normal ECG 18177 obtenidas aplicando la transformada de Wavelet Db10 para los niveles 3, 5 y 10, utilizando la contracción suave y con un umbral de 0.1228, observándose una relación señal a ruido parecida tanto en forma como en valores para los niveles de descomposición 3, 5 y 10.

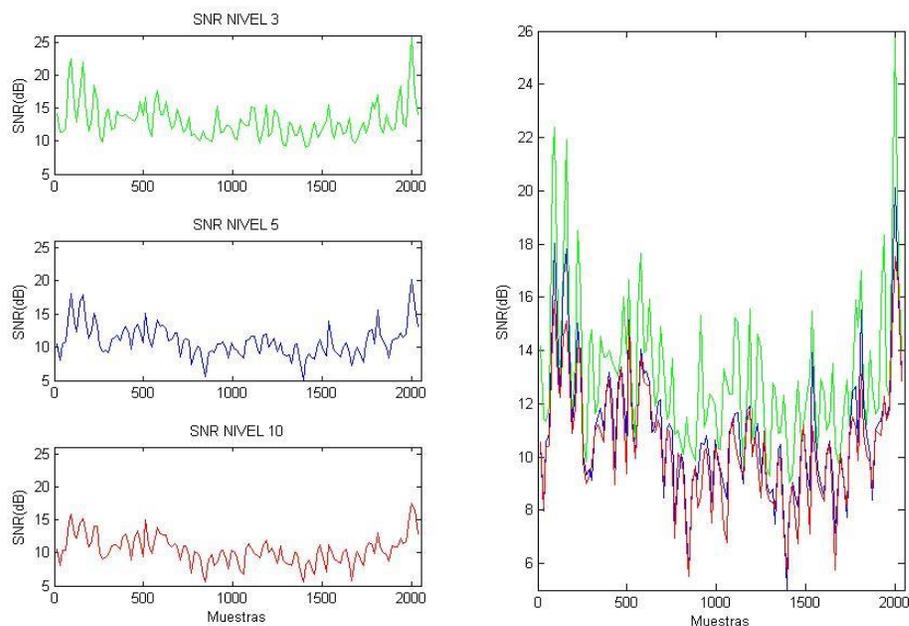


Figura 4.76 SNR de la señal ECG 18177 con Db10.
Fuente: González Hernando (2015).

En la tabla 4.17 se muestran los valores promedio, varianza, coeficiente de variación, valor mínimo y valor máximo de la relación señal a ruido para la transformada de Wavelet Db10 aplicada a la señal normal ECG 18177.

Tabla 4.17 SNR de la señal normal ECG 18177 con Db10

Wavelet	Nivel	SNR				
		Valor Promedio (dB)	Varianza	Coefficiente de variación (%)	Valor Mínimo (dB)	Valor Máximo (dB)
Db10	3	12.6968	7.8872	22.1190	9.0405	25.7277
	5	11.4004	5.9783	21.4472	5.0364	20.1097
	10	10.9779	4.9073	20.1792	5.5224	17.5470

Fuente: González Hernando (2015).

Analizando los resultados de la relación señal a ruido obtenidos al aplicar las transformadas de Wavelet Db1, Db4 y Db10 en la señal normal ECG 18177 se observa que las formas de onda y los valores son parecidos. Al comparar los resultados cuando se aplica una determinada Wavelet se observa que son semejantes sus formas para los niveles de descomposición 3, 5 y 10, existiendo diferencias en los valores máximos, mínimos, promedios, varianza y en los coeficientes de variación. Con el nivel de descomposición 3 se obtienen los más altos valores y con el nivel de descomposición 10 los resultados de la relación señal a ruido son menores.

En la figura 4.77 se muestra la relación señal a ruido obtenidas utilizando la transformada de Wavelet Db1, Db4 y Db10, la contracción suave para un nivel de descomposición de 10 y con un umbral de 0.1228, además se nota la semejanza de las formas de la relación señal a ruido cuando la señal normal ECG 18177 es procesada con las diferentes transformadas aplicadas.

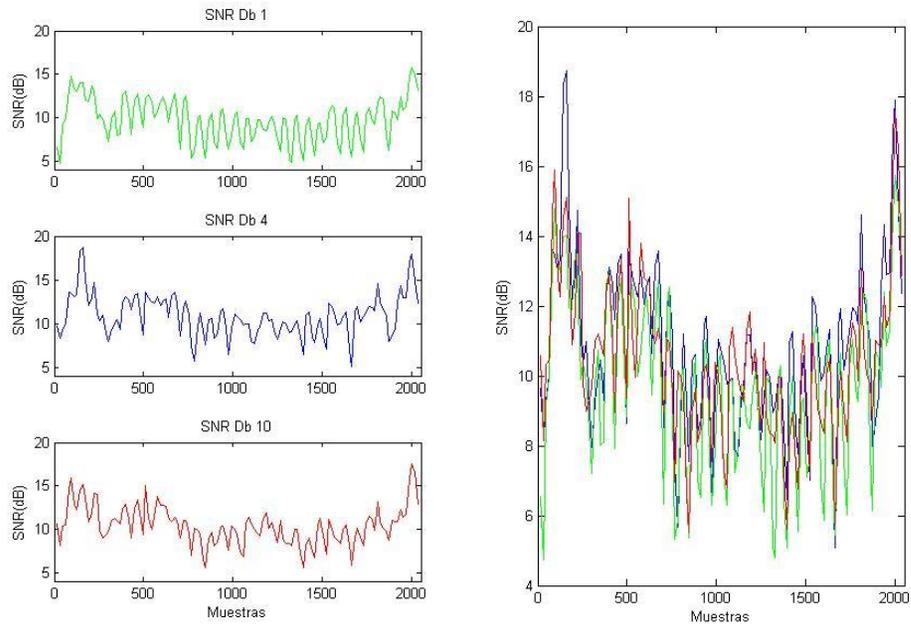


Figura 4.77 SNR con Db1, Db4 y Db10, nivel de descomposición 10 para la señal ECG 18177. Fuente: González Hernando (2015).

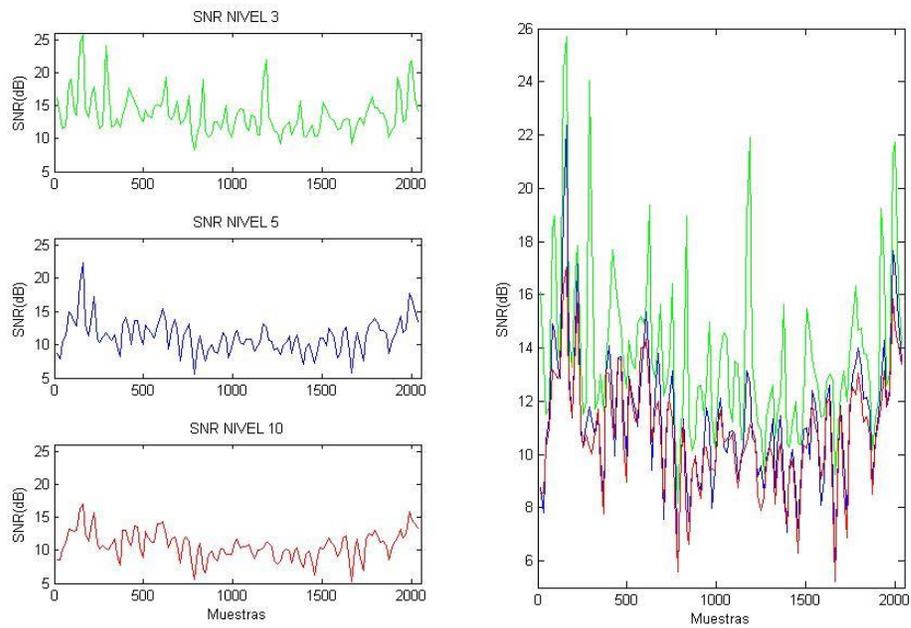


Figura 4.78 SNR de la señal ECG 18177 con sym5. Fuente: González Hernando (2015).

En la figura 4.78 se muestra la relación señal a ruido obtenidas aplicando la transformada de Wavelet sym5 para los niveles 3, 5 y 10, utilizando la contracción suave y con un umbral de 0.1228, observándose una relación señal a ruido parecida tanto en forma como en valores para los niveles de descomposición 3, 5 y 10.

En la tabla 4.18 se muestran los valores promedio, varianza, coeficiente de variación, valor mínimo y valor máximo de la relación señal a ruido al utilizar la transformada de Wavelet symlet 5 para la señal ECG 18177.

Tabla 4.18 SNR de la señal normal ECG 18177 con sym5

Wavelet	Nivel	SNR				
		Valor Promedio (dB)	Varianza	Coeficiente de variación (%)	Valor Mínimo (dB)	Valor Máximo (dB)
Sym5	3	13.5544	9.7210	23.0024	8.1884	25.6776
	5	11.8906	6.2180	20.9711	5.5914	22.3758
	10	11.4235	4.4482	18.4627	5.2458	17.0549

Fuente: González Hernando (2015).

En la figura 4.79 se muestra la relación señal a ruido obtenidas aplicando la transformada de Wavelet sym10 para los niveles 3, 5 y 10, utilizando la contracción suave y con un umbral de 0.1228, observándose una relación señal a ruido parecida tanto en forma como en valores para los niveles de descomposición 3, 5 y 10.

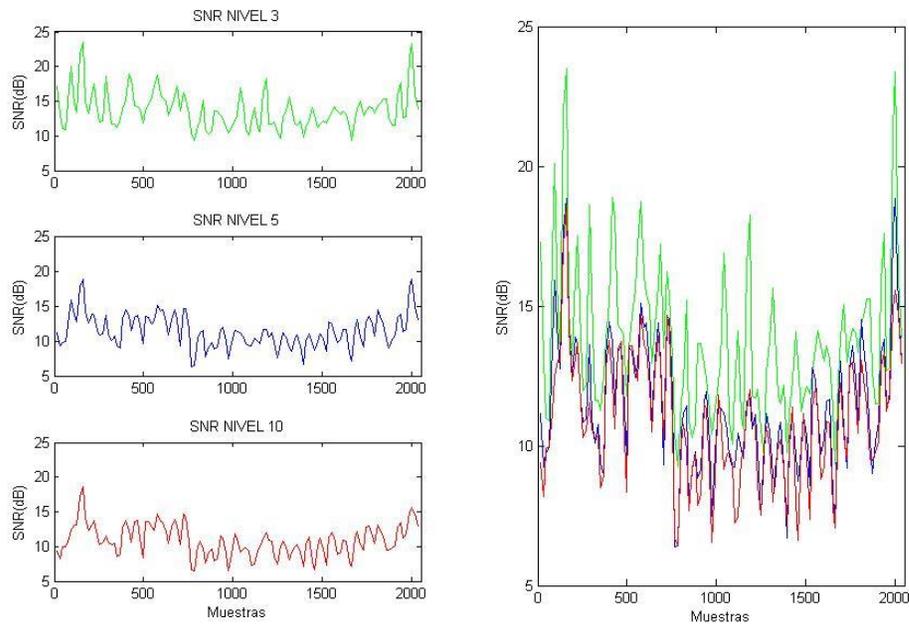


Figura 4.79 SNR de la señal ECG 18177 con sym10.
Fuente: González Hernando (2015).

En la tabla 4.19 se muestran los valores promedio, varianza, coeficiente de variación, valor mínimo y valor máximo de la relación señal a ruido al utilizar la transformada de Wavelet symlet 10.

Tabla 4.19 SNR de la señal normal ECG 18177 con sym10

Wavelet	Nivel	SNR				
		Valor Promedio (dB)	Varianza	Coeficiente de variación (%)	Valor Mínimo (dB)	Valor Máximo (dB)
Sym10	3	13.7268	7.4714	19.9128	9.2529	23.5044
	5	12.0420	5.5402	19.5462	6.3918	18.8639
	10	11.5458	5.0850	19.5307	6.4722	18.6109

Fuente: González Hernando (2015).

Analizando los resultados de la relación señal a ruido obtenidos al aplicar las transformadas de Wavelet sym5 y sym10 en la señal normal ECG 18177 se observa que las formas de onda y los valores son parecidos. Al comparar los resultados cuando se aplica una determinada Wavelet se observa que son semejantes sus formas para los niveles de descomposición 3, 5 y 10, existiendo diferencias en los valores máximos, mínimos, promedios, varianza y en los coeficientes de variación. Con el nivel de descomposición 3 se obtienen los más altos valores y con el nivel de descomposición 10 los resultados de la relación señal a ruido son menores.

En la figura 4.80 se muestra la relación señal a ruido obtenidos utilizando la transformada de Wavelet sym5 y sym10, la contracción suave para un nivel de descomposición de 10 y con un umbral de 0.1228, observándose la semejanza de las formas de la relación señal a ruido cuando la señal normal ECG 18177 es procesada con las diferentes transformadas aplicadas.

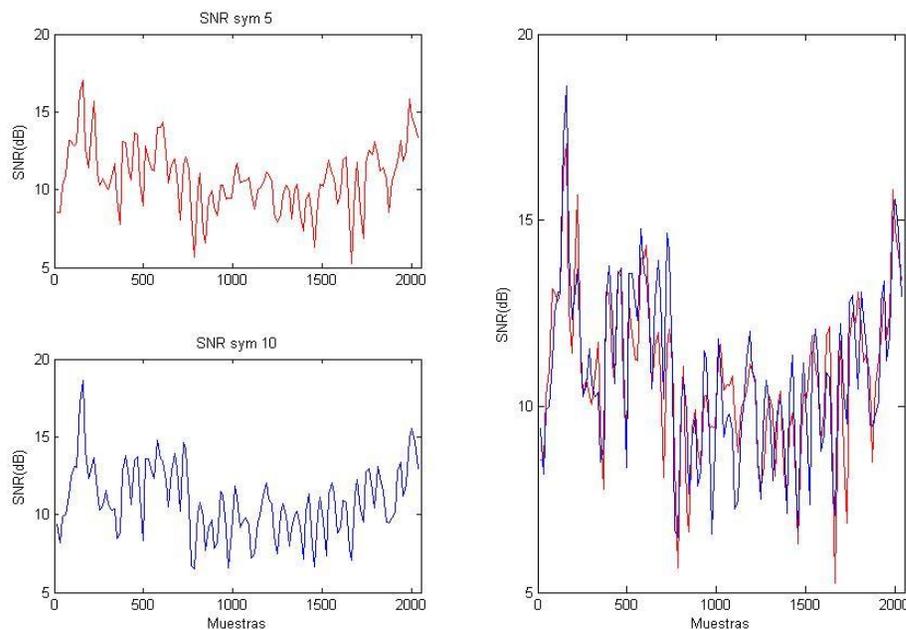


Figura 4.80 SNR con sym5 y sym10, nivel de descomposición 10 para la señal ECG 18177. Fuente: González Hernando (2015).

En la figura 4.81 se muestra la relación señal a ruido obtenidas aplicando la transformada de Wavelet coif5 para los niveles 3, 5 y 10, utilizando la contracción suave y con un umbral de 0.1228, observándose una relación señal a ruido parecida tanto en forma como en valores para los niveles de descomposición 3, 5 y 10. En la tabla 4.20 se muestran los valores promedio, varianza, coeficiente de variación, valor mínimo y valor máximo de la relación señal a ruido al utilizar la transformada de Wavelet Coiflets 5.

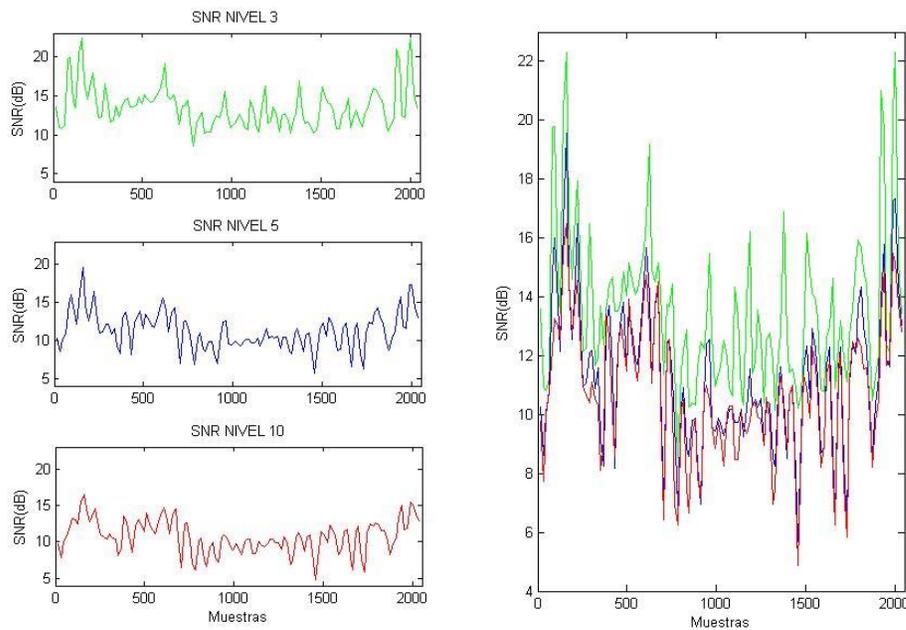


Figura 4.81 SNR de la señal ECG 18177 con Coif5.
Fuente: González Hernando (2015).

Tabla 4.20 SNR de la señal normal ECG 18177 con Coif5

Wavelet	Nivel	SNR				
		Valor Promedio (dB)	Varianza	Coeficiente de variación (%)	Valor Mínimo (dB)	Valor Máximo (dB)
Coif5	3	13.6022	6.9464	19.3763	8.5400	22.3319
	5	11.9086	5.9079	20.4106	5.6873	19.5837
	10	11.4254	5.1503	19.8631	4.8557	16.4865

Fuente: González Hernando (2015).

4.5 Análisis de señales ECG normales

En este experimento se analizaron 9 señales ECG de la base de datos de Physionet: MIT-BIH *Normal Sinus Rhythm Database*, las cuales no presentan ningún tipo de arritmia significativa, muestreadas a 360 Hz con una resolución de 11 bits y con un rango de tensión de 10 mV. Se utilizó para su procesamiento la transformada de Wavelet Db10, con el nivel de descomposición 10 y la contracción suave. En la tabla 4.21 se muestran los valores promedio, varianza, coeficiente de variación, valor mínimo y valor máximo de la relación señal a ruido para cada una de las señales ECG estudiadas.

Tabla 4.21 Relación señal a ruido de señales ECG normales analizadas con Db10, nivel 10 y contracción suave

Señal	Umbral	SNR				
		Valor Promedio (dB)	Varianza	Coeficiente de variación (%)	Valor Mínimo (dB)	Valor Máximo (dB)
16265	0.0819	20.2790	17.0864	20.3835	9.1556	22.8315
18177	0.1228	10.9779	4.9073	20.1792	5.5224	17.5470
16539	0.0409	19.9366	11.2123	16.7956	11.6049	22.6666
16272	0.0819	14.4204	9.2808	21.1259	3.8128	21.2872
18184	0.1228	13.6788	9.4925	22.5239	5.7071	17.8734
17052	0.0819	13.4352	11.2198	24.9316	2.2963	17.6901
17453	0.0409	23.3982	38.1167	26.3861	0.6473	26.0789
19088	0.0409	24.2033	17.9795	17.5192	20.3700	34.9407
19830	0.0409	23.2539	19.9553	19.2103	14.7056	33.8674

Fuente: González Hernando (2015).

En la figura 4.82 se muestran las primeras tres señales especificadas en la tabla 4.21. En la figura 4.83 se muestran desde la cuarta a la sexta y en la figura 4.84 las últimas tres señales.

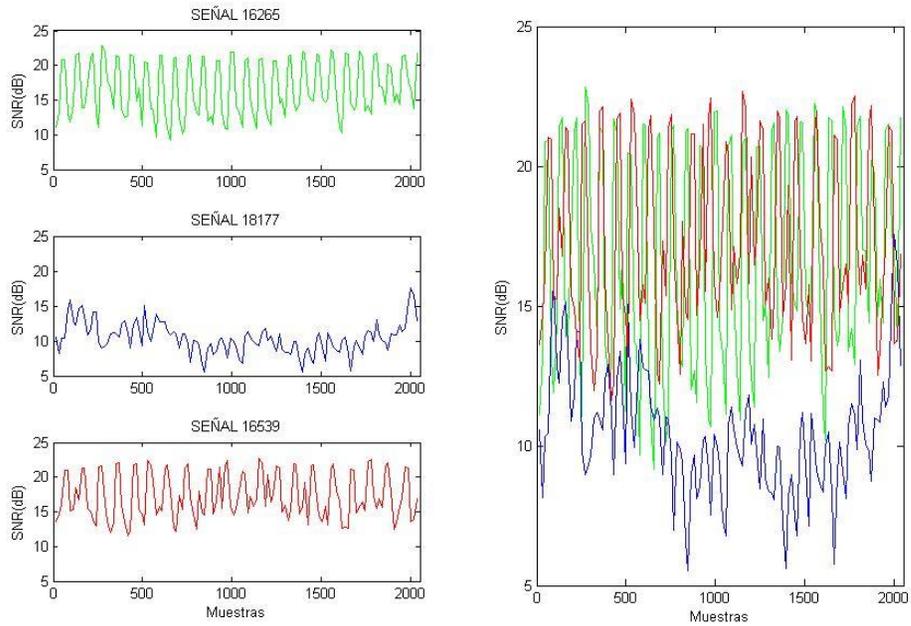


Figura 4.82 SNR de las tres primeras señales ECG normales con Db10, nivel 10 y contracción suave.
Fuente: González Hernando (2015).

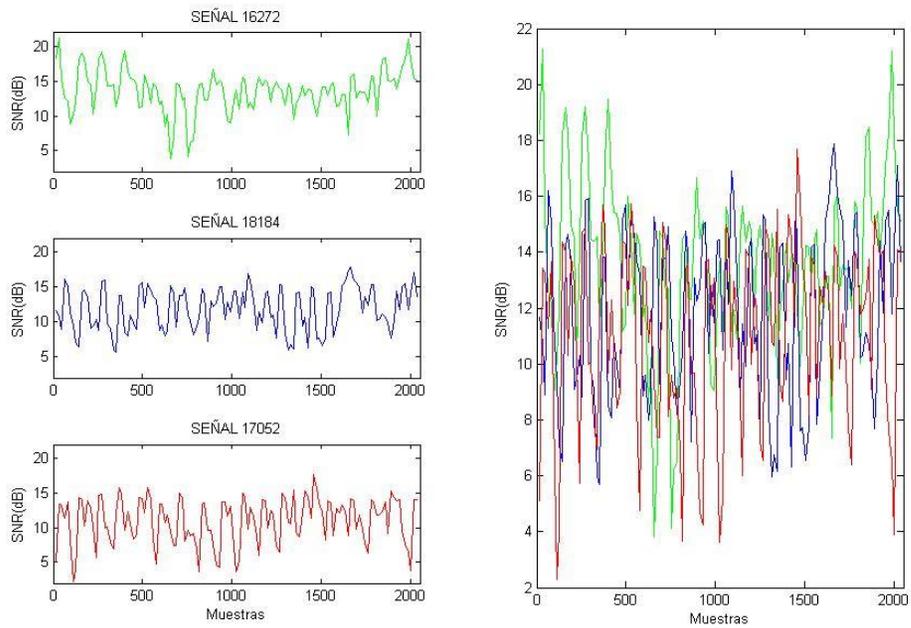


Figura 4.83 SNR de las señales ECG normales 4, 5 y 6 con Db10, nivel 10 y contracción suave.
Fuente: González Hernando (2015).

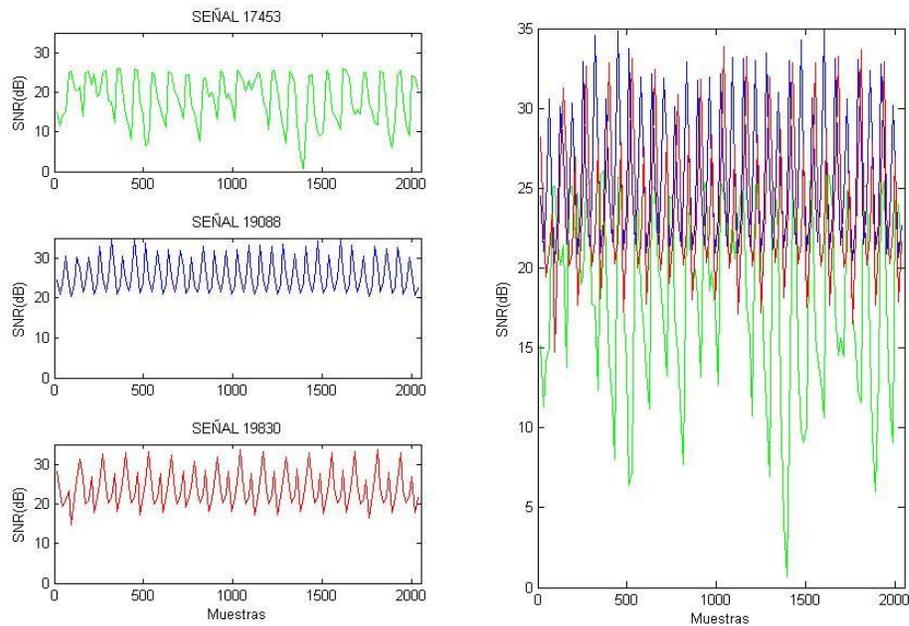


Figura 4.84 SNR de las tres últimas señales ECG normales con Db10, nivel 10 y contracción suave. Fuente: González Hernando (2015).

4.6 Análisis de señales ECG patológicas

En este experimento se analizaron 9 señales ECG de la base de datos de Physionet: MIT-BIH *Arrhythmia Database*, las cuales presentan episodios de arritmia cardíaca, muestreadas a 360 Hz con una resolución de 11 bits y con un rango de tensión de 10 mV. Se utilizó para su procesamiento la transformada de Wavelet Db10, con el nivel de descomposición 10 y la contracción suave. En la tabla 4.22 se muestran los valores promedio, varianza, coeficiente de variación, valor mínimo y valor máximo de la relación señal a ruido para cada una de las señales ECG patológicas estudiadas.

Tabla 4.22 Relación señal a ruido de señales ECG patológicas analizadas con Db10, nivel 10 y contracción suave

Señal	Umbral	SNR				
		Valor Promedio (dB)	Varianza	Coficiente de variación (%)	Valor Mínimo (dB)	Valor Máximo (dB)
101	0.0409	20.2959	9.4028	15.1084	13.6328	29.5764
105	0.0409	19.6359	13.8100	18.9254	12.3299	27.4267
111	0.0409	22.9320	39.0754	27.2590	3.1635	28.9780
107	0.0614	27.5967	55.6018	27.0202	1.8160	33.9138
108	0.0409	29.9553	35.0834	19.7732	4.7324	37.5175
109	0.0409	28.7271	32.0131	19.6957	11.0453	39.7067
112	0.0409	31.4656	6.5800	8.1522	24.8231	36.8025
113	0.0409	26.7432	68.5336	30.9555	0.3448	37.5633
116	0.0409	29.6269	9.1003	10.1822	21.3911	36.4655

Fuente: González Hernando (2015).

En la figura 4.85 se muestran las primeras tres señales especificadas en la tabla 4.22. En la figura 4.86 se muestran desde la cuarta a la sexta y en la figura 4.87 las últimas tres señales.

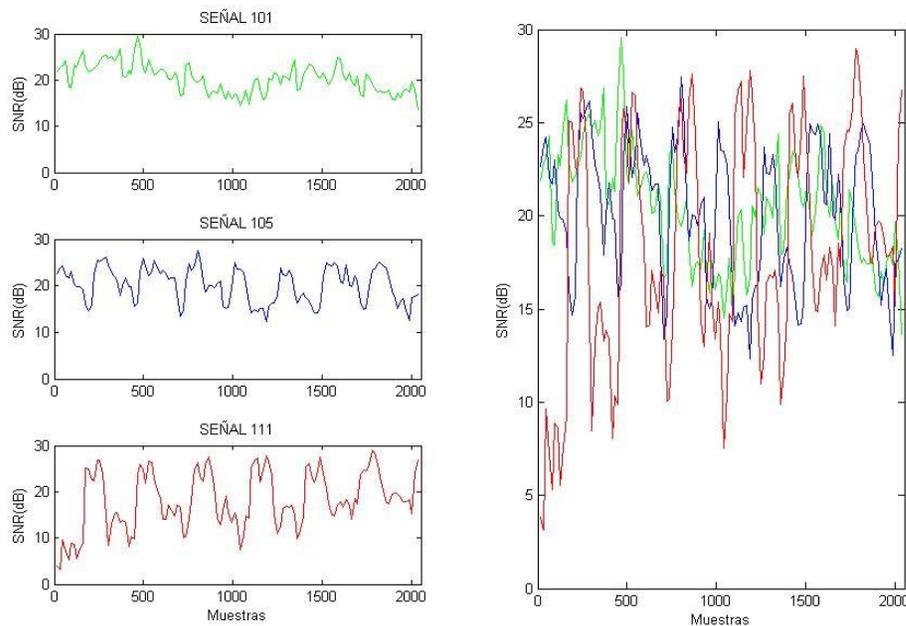


Figura 4.85 SNR de las tres primeras señales ECG patológicas con Db10, nivel 10 y contracción suave.

Fuente: González Hernando (2015).

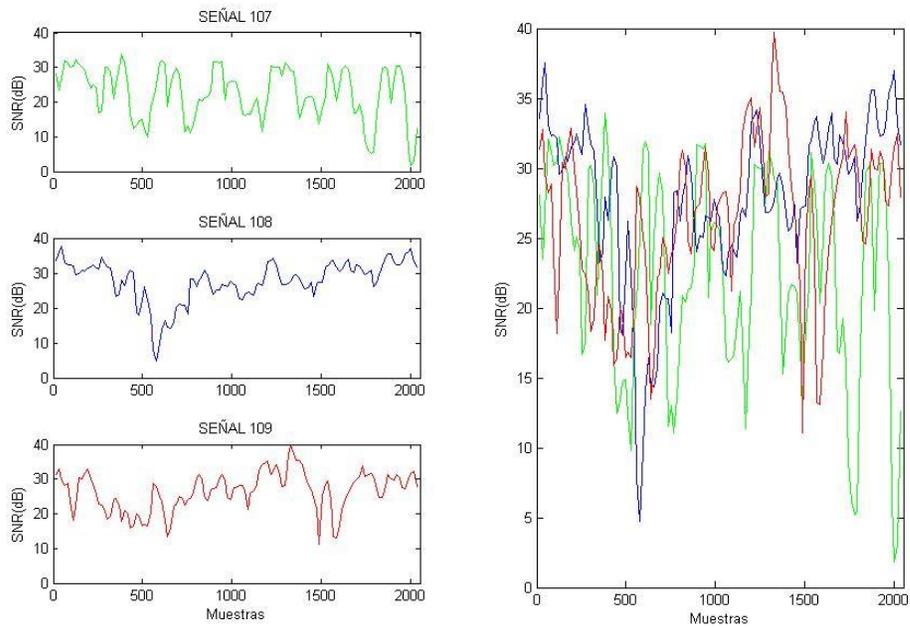


Figura 4.86 SNR de las señales ECG patológicas 4, 5 y 6 con Db10, nivel 10 y contracción suave. Fuente: González Hernando (2015).

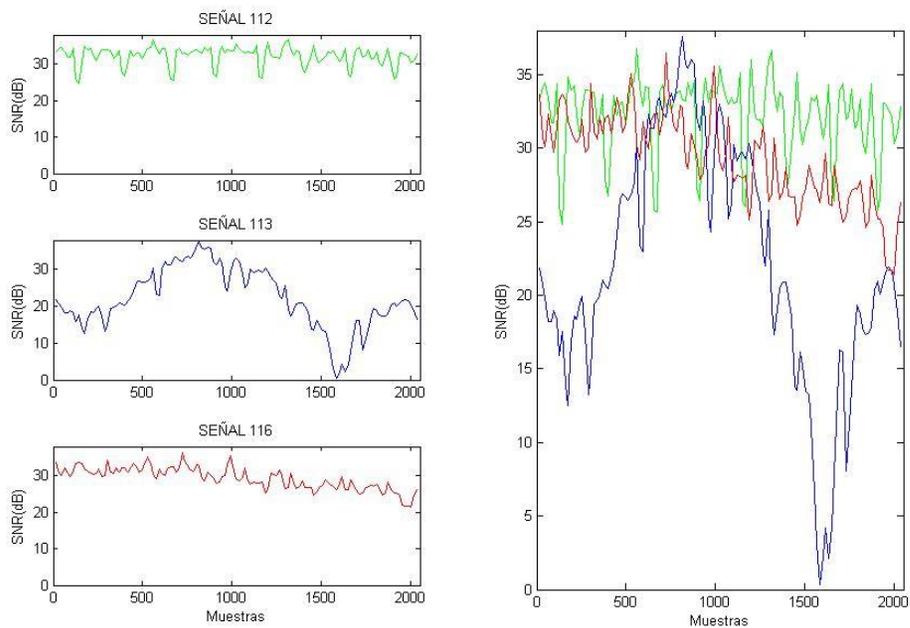


Figura 4.87 SNR de las tres últimas señales ECG patológicas con Db10, nivel 10 y contracción suave. Fuente: González Hernando (2015).

CAPÍTULO V

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

En este capítulo se presentan las conclusiones y recomendaciones con base en los resultados obtenidos con la aplicación de la transformada de Wavelet para la reducción de ruido de señales ECG.

CONCLUSIONES

- Con el estudio de la transformada de Wavelet se logró determinar que la misma se puede aplicar en el proceso de filtrado de señales de electrocardiogramas (ECG) para reducir su ruido y determinar la relación señal a ruido.
- Se obtuvo resultados confiables de los valores de la relación señal a ruido, utilizando una señal patrón a la cual se le conocía su relación señal a ruido, logrando de esta forma la validación de la metodología empleada en esta investigación.
- Se utilizaron las transformadas de Wavelet Daubechies (Db) Symmlet (Sym) y Coiflet (Coif) con los niveles de descomposición 3, 5 y 10, las

contracciones suave, dura y garrote para realizar el proceso de filtrado de una señal ECG, observándose que para el nivel de descomposición 10 y con la contracción suave se obtiene un mayor filtrado y por lo tanto una menor relación señal a ruido. Así mismo se observó que la contracción garrote no es recomendada para los niveles de descomposición 5 y 10 en el filtrado de señales ECG.

- Se utilizaron señales ECG clasificadas como normales o patológicas por un experto y tomadas de la base de datos de Physionet. Se les aplicó las transformadas de Wavelet Db, Sym y Coif al conjunto de muestras, y se calcularon y graficaron la relación señal a ruido, se tabularon los valores promedios, la magnitud mínima, la magnitud máxima, su varianza y los coeficientes de variación y se compararon los resultados obtenidos del procesamiento de estas muestras.
- Comparando los resultados obtenidos para las señales ECG clasificadas como normales o patológicas se observó que el valor promedio y el valor máximo de la relación señal a ruido en la mayoría de los casos es menor en las señales normales que en las patológicas. Así mismo en las muestras patológicas se presentan formas de ondas con más variaciones que en las muestra normales, reflejando una varianza mayor.

RECOMENDACIONES

- Utilizar otras transformadas de Wavelet, como Wavelet Packets, y otros niveles de descomposición en el proceso de filtrado de las señales ECG para comparar con los resultados obtenidos en esta investigación.
- Utilizar la metodología desarrollada en esta investigación para aplicársela a otro tipo de señales.
- Utilizar señales ECG con otros tipos de patologías y aplicar los programas desarrollados.
- Aplicar técnicas estadísticas para determinar si la relación señal a ruido se puede utilizar para diagnosticar diferentes patologías del corazón.
- Utilizar la transformada Wavelet para la detección de los puntos significativos de una onda ECG, como es el caso de la onda R en el complejo QRS de la señal ECG.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Ary, D. Jacobs, L CH. y Razavieh, A. (1989): **Introducción a la investigación pedagógica**. México: Interamericana, página 52.

Arias, F. (2006) **Proceso de la Investigación**, 5ª edición. Ediciones Epísteme, Venezuela, páginas 25 y 31.

Daubechies, I., (2006) **Ten Lectures on Wavelets**, ninth Printing, Regional Conference Series in Applied Mathematics, páginas 130-135. Philadelphia USA.

Donoho D.(1995). **Denoising by soft – thresholding**. IEEE. Trabs. Information theory. Vol 41, num. 3.

Faundez, P., Fuentes A., (2002) **Procesamiento Digital de Señales Acústicas utilizando Wavelets**, Instituto de Matemáticas UACH, páginas 598-612.

Gallardo, J., (2011) **Procesamiento de Señales Electrocardiográficas mediante la Transformada de Wavelet, para el Estudio de la Variabilidad de la Frecuencia Cardíaca**. Artículo publicado en la revista Proyecciones, publicación de Investigación y Posgrado de la Facultad Regional Buenos Aires, Volumen 9, N°1, Abril 2011 páginas 63-72.

Ganong, W. F. (2000) **Fisiología Médica**, 18ª edición. Editorial El manual moderno, México DF- Santafé de Bogotá, páginas 598-612.

González, J. **Tutorial del Electrocardiograma**, Servicio de cardiología UCC, Complejo Hospitalario Universitario de Santiago de Compostela, paginas 6-9. Disponible en <http://es.scribd.com/doc/56821563/5/Electrofisiologia-de-las-Celulas-Cardiacas>.

Glyn, J. (2002). **Matemáticas Avanzadas Para Ingeniería**. Prentice Hall. Segunda Edición, páginas 96-99.

Jiménez, C. (2004) **Análisis de la relación señal a ruido de la voz, utilizando la Transformada de Wavelet**. Universidad de Carabobo, Tesis de maestría, Venezuela.

Jiménez, C. (2005) **Desarrollo Metodológico para el Procesamiento de la Señal de Voz utilizando la Transformada de Wavelet**. Universidad de Carabobo, Trabajo de ascenso, Venezuela, páginas 3-5, 22-36.

Jiménez C., Díaz J., Del Pino P. (2008). **Aplicación de la Transformada de Wavelet para el análisis de señales de voz normales y patológicas**. Revista Ingeniería UC, vol. 15, N° 1, Venezuela, páginas 7-13.

Jiménez C., Jiménez J. (2010). **Clasificación de señales de voz utilizando Transformada de Wavelet y Máquinas de Vectores de Soporte**. Trabajo de ascenso. Facultad de Ingeniería. Universidad de Carabobo.

Jiménez C., Díaz J., Shrivastav, R., Rothman H y Del Pino P. (2005). **Determinación de la relación señal a ruido de la voz utilizando la transformada de wavelet.** Revista Ingeniería UC, vol. 12, N° 1, Venezuela, páginas 7-16.

Micó P, (2005) **Nuevos Desarrollos y Aplicaciones basados en los métodos estocásticos para el agrupamiento no supervisado de latidos en señales electrocardiográficas.** Tesis Doctoral Universidad Politécnica de Valencia, España, páginas 13-48.

Mora M, Casillas F, Muñoz J y col. (2008) **Reducción de ruido digital en señales ECG utilizando filtraje por convolución.** Artículo publicado en Red de Revistas Científicas de América Latina y el Caribe. Enero-abril, vol.16, N° 040 Universidad Autónoma de Aguas Calientes, México, páginas 26-32.

Navarrete, M y Andrade, S, (2006) **Análisis y Tratamiento de la Señal electrocardiográfica para la detección de parámetros de normalidad bajo la Plataforma labview “adpan-ecg”.** Universidad Pontificia Bolivariana, Trabajo de grado, Colombia, páginas 5-7.

Lohr, S. (2000) **Muestreo: diseño y análisis**, 1ª edición. Editorial Thomson Learning, México, páginas 3 y 4.

Orozco, M. (2003) **Clasificación de las Arritmias Cardíacas usando la Transformada de Wavelet y Técnicas de Reconocimiento de Patrones.** Universidad Nacional de Colombia Sede Manizales, Trabajo de Grado, Colombia, páginas 2-13, 35-44.

Orozco, C., Labrador, M. y Palencia de M. (2002) **Metodología: manual teórico práctico de metodología para tesis, asesores, tutores y jurados de trabajos de investigación y ascenso**. Valencia: Ofimax de Venezuela, C.A.

PhysioNet the research resource for complex physiologic signals. Web Site.
<http://www.physionet.org/>

The MIT-BIH Normal Sinus Rhythm Database Goldberger AL, Amaral LAN, Glass L, Hausdorff JM, Ivanov PCh, Mark RG, Mietus JE, Moody GB, Peng C-K, Stanley HE. PhysioBank, PhysioToolkit, and PhysioNet: Components of a New Research Resource for Complex Physiologic Signals. [Circulation Electronic Pages; <http://circ.ahajournals.org/cgi/content/full/101/23/e215>]; 2000 (June 13)

Vega, C. (2003) **Aplicación de técnicas Wavelet al análisis de series temporales**. Tesis Doctoral Universidad de Granada, España, páginas 1-46.

Vega, C. (2009) **Un método automático para la elección de la base de ondícula y la selección del umbral para la estimación de señales**. Revista Ingeniería UC, vol. 16, N° 1, Venezuela, páginas 32-39.

Yusti, F (2010), **Aplicación de librerías de funciones para calcular la transformada de Wavelet en SCILAB en el cálculo de la potencia eléctrica para señales bajo condiciones no sinusoidales**. Universidad de Carabobo, Trabajo de ascenso, Venezuela, páginas 7-9, 25-40.

ANEXOS

A continuación se presentan los programas utilizados para determinar la relación señal a ruido (SNR) y aplicar la transformada de Wavelet a las señales ECG estudiadas y realizar su filtrado; así como los programas que permitieron validar la metodología propuesta en este trabajo.

PROGRAMA PRUEBA1SNR

```
snrdb=10;          %%relación señal a ruido deseada en decibeles%%  
snr=10^(snrdb/10);  %%relación señal a ruido deseada%%  
snr=sqrt(snr);      %%se aplica la raíz cuadrada porque la función wnoise trabaja  
                    con el cuadrado de SNR%%  
[xsruído,xnoise]=wnoise(3,10,snr);  
% cálculo de la relación señal a ruido  
SNR=10*log10(sum(xnoise.^2)/sum((xsruído-xnoise).^2))  
subplot(211)  
plot(xsruído(1:1000))  
subplot(212)  
plot(xnoise(1:1000),'k')
```

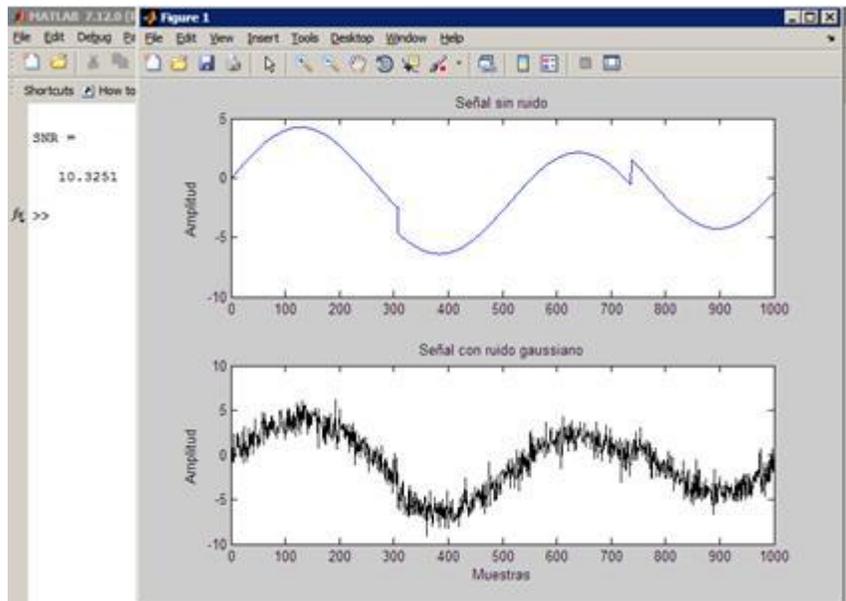


Figura A.1 Señal de prueba con SNR=10dB
Fuente: González Hernando (2015).

PROGRAMA PRUEBA2SNR

```
snrdb=10;           %%relación señal a ruido deseada en decibeles%%
snr=10^(snrdb/10); %%relación señal a ruido deseada%%
snr=sqrt(snr);     %%la función wnoise trabaja con el cuadrado de SNR%
[xsruido,xnoise]=wnoise(3,10,snr,2055415825);
%%relación señal a ruido
L=length(xnoise); %longitud de la señal
nven=8;           %número de ventanas
N=L/nven;        %tamaño de la ventana
%%determinación del SNR sin solapamiento
for cont=1:nven
    inicio=(cont-1)*N+1;
    fin=cont*N;
    x1=xnoise(inicio:fin);xr1=xsruido(inicio:fin);
    SNR(cont)=10*log10(sum(x1.^2)/sum((xr1-x1).^2));
    Pm(cont)=(inicio-1+fin)/2;
end
%%determinación del SNR con solapamiento
s=N/2;
D=N-s;
inc=1;
for cont2=1:(2*nven-1)
    inc=inc+1;
    if cont2==1
        ini=1;
    else
        ini=Pm2(cont2-1)+1;
    end
    fin=D*inc;
    x1=xnoise(ini:fin);xr1=xsruido(ini:fin);
    SNRs(cont2)=10*log10(sum(x1.^2)/sum((xr1-x1).^2));
    Pm2(cont2)=(ini-1+fin)/2;
end
subplot(311)
plot(xnoise(1:1000),'k')
subplot(312)
plot(Pm,SNR)
subplot(313)
plot(Pm2,SNRs)
% cálculo de la relación señal a ruido
SNR=10*log10(sum(xnoise.^2)/sum((xsruido-xnoise).^2))
```

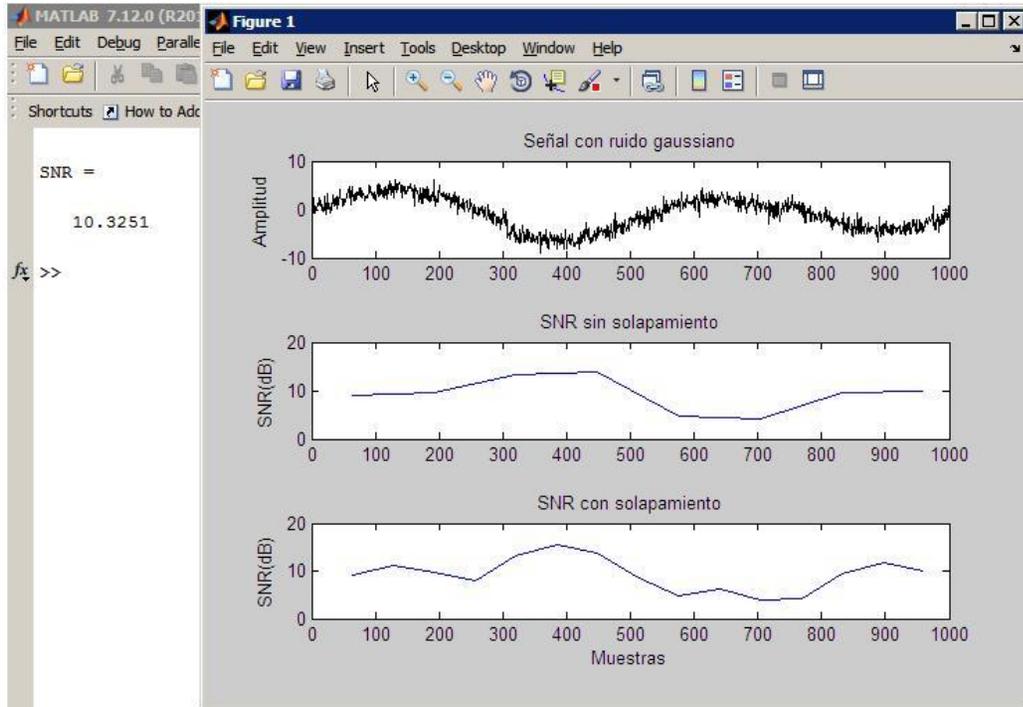


Figura A.2 Señal de prueba con SNR=10dB(a), SNR sin solapamiento (b), con solapamiento (c). Fuente: González Hernando (2015).

PROGRAMA FILTRADO 1

```

%% programa para limpiar la señal de prueba%%
snrdb=10;          %%relación señal a ruido deseada en decibeles%%
snr=10^(snrdb/10);  %%relación señal a ruido deseada%%
snr=sqrt(snr);      % la función wnoise trabaja con el cuadrado de SNR%
[xsruido,xnoise]=wnoise(3,10,snr,2055415825);
N=length(xnoise)
[ca cd]=dwt(xnoise,'db10');
n=length(cd);
s=sum(abs(cd))/(0.6745*n);
thr=sqrt(2*log(N))*s
%reconstruyendo la señal
cdu=wthresh(cd,'s',thr);
xr=idwt(ca,cdu,'db10');
%cálculo del ruido
ruido=xnoise-xr;

```

```

subplot(311)
plot(xnoise(1:1000),'k')
subplot(312)
plot(ruido(1:1000))
subplot(313)
plot(xr(1:1000))
% cálculo de la relación señal a ruido
SNRsfiltrada=10*log10(sum(xnoise.^2)/sum((xr-xnoise).^2))

```

PROGRAMA FILTRADO 2

```

%%programa para filtrar la señal de prueba variando parámetros %%

snrdb=10;           %%relación señal a ruido deseada en decibeles%%
snr=10^(snrdb/10); %%relación señal a ruido deseada%%
snr=sqrt(snr);     %%la función wnoise trabaja con el cuadrado de SNR%%
Niv=6;             %%nivel de descomposición
wavelet='db10';   %%tipo de wavelet madre
[xsruido,xnoise]=wnoise(3,10,snr,2055415825);
[thr,sorh,keepapp]=ddencmp('den','wv',xnoise)
%%filtrado con un umbral suave%%
xf = wdencomp('gbl',xnoise,wavelet,Niv,thr,'s',keepapp);
%relación señal a ruido
L=length(xnoise); %longitud de la señal
nven=8;           %número de ventanas
N=L/nven;        %tamaño de la ventana
%determinación del SNR con solapamiento
s=N/2;
D=N-s;
inc=1;
for cont2=1:(2*nven-1)
    inc=inc+1;
    if cont2==1
        ini=1;
    else
        ini=Pm2(cont2-1)+1;
    end
    fin=D*inc;
    x1=xnoise(ini:fin);xr1=xf(ini:fin);
    SNRs(cont2)=10*log10(sum(x1.^2)/sum((xr1-x1).^2));
    Pm2(cont2)=(ini-1+fin)/2;
end
ruido=xnoise-xf; %cálculo del ruido

```

```

subplot(411)
plot(xnoise(1:1000),'k')
subplot(412)
plot(xf(1:1000))
subplot(413)
plot(ruido(1:1000))
subplot(414)
plot(Pm2,SNRs)
% cálculo de la relación señal a ruido
SNR=10*log10(sum(xnoise.^2)/sum((xf-xnoise).^2))

```

Para validar la metodología propuesta se realizaron diferentes pruebas, introduciendo diferentes valores de SNR y variando la función wavelet; así como, el nivel de descomposición y el tipo de contracción. A continuación algunos ejemplos:

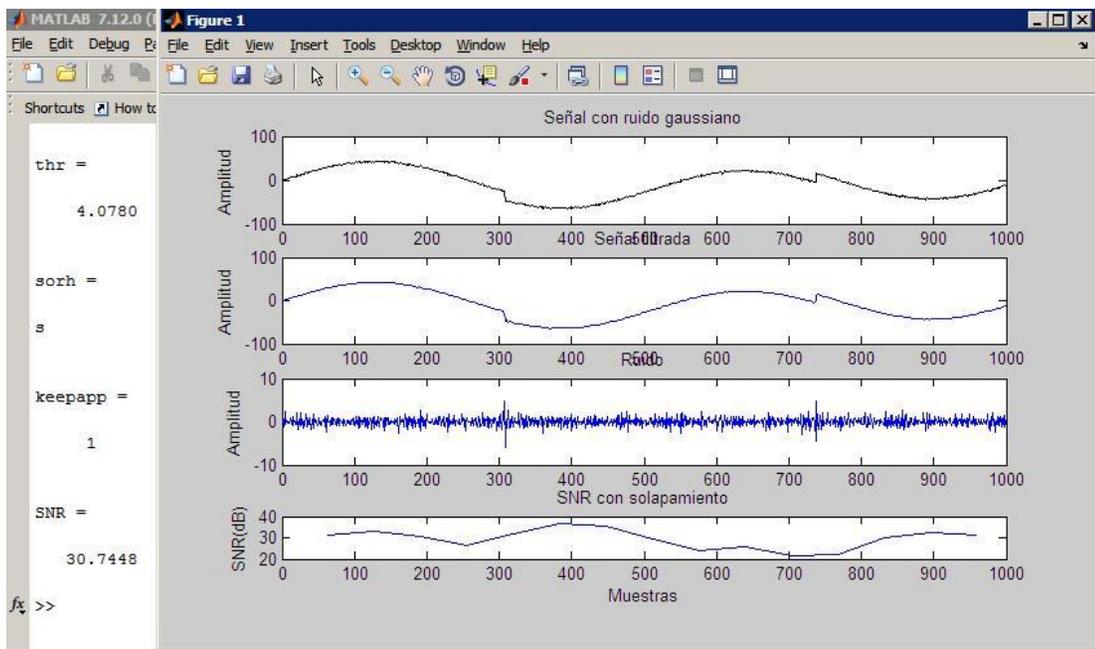


Figura A.3 Señal con SNR=30 dB (a), señal filtrada contracción suave (b), ruido (c) y SNR con solapamiento (d).
 Fuente: González Hernando (2015).

En la figura A.3 se muestra el ensayo con una SNR de 30dB, wavelet db4, nivel 2 de descomposición y contracción suave, se observa la señal con ruido, la señal filtrada y el ruido extraído; así como, la SNR estimada, la cual es bastante aproximada al SNR que se añadió intencionalmente.

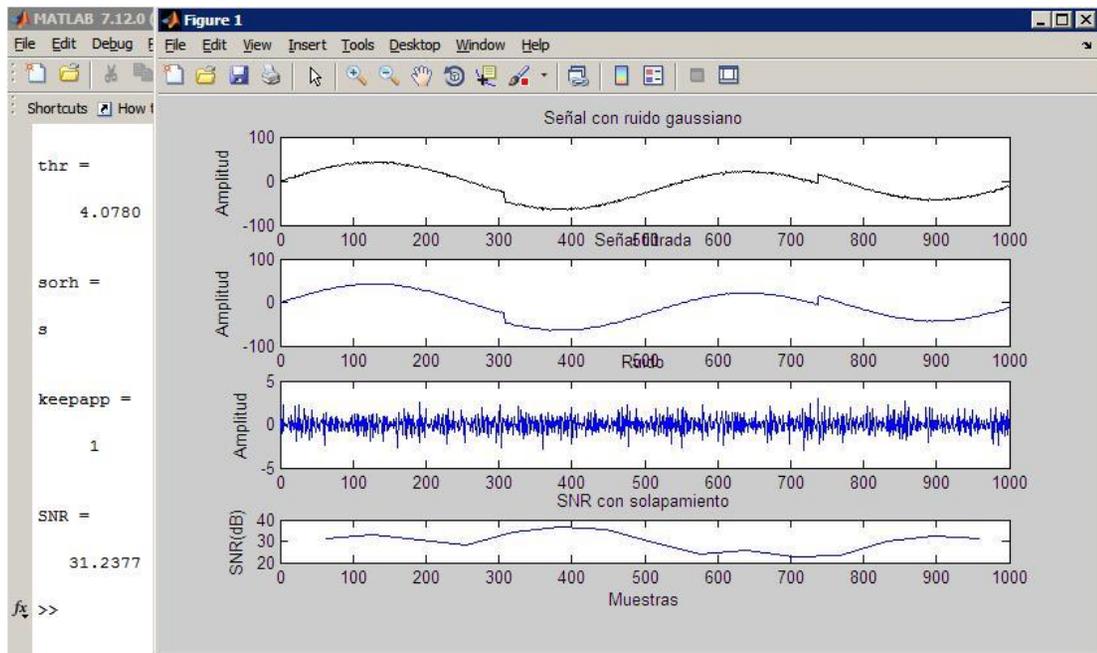


Figura A.4 Señal con SNR=30 dB (a), señal filtrada contracción dura (b), ruido (c) y SNR con solapamiento (d).
Fuente: González Hernando (2015).

En la figura A.4 se muestra el ensayo con una SNR de 30dB, wavelet db4, nivel 2 de descomposición y contracción dura, se observa que la SNR estimada es mayor al obtenido con la contracción suave pero aproximada al SNR que se añadió intencionalmente. En la figura A.5 se muestra el ensayo con una SNR de 30dB, wavelet db4, nivel 2 de descomposición y contracción garrote, se observa que la SNR estimada es mucho mayor al SNR que se añadió intencionalmente y más alejada que los valores obtenidos con las contracciones suave y dura.

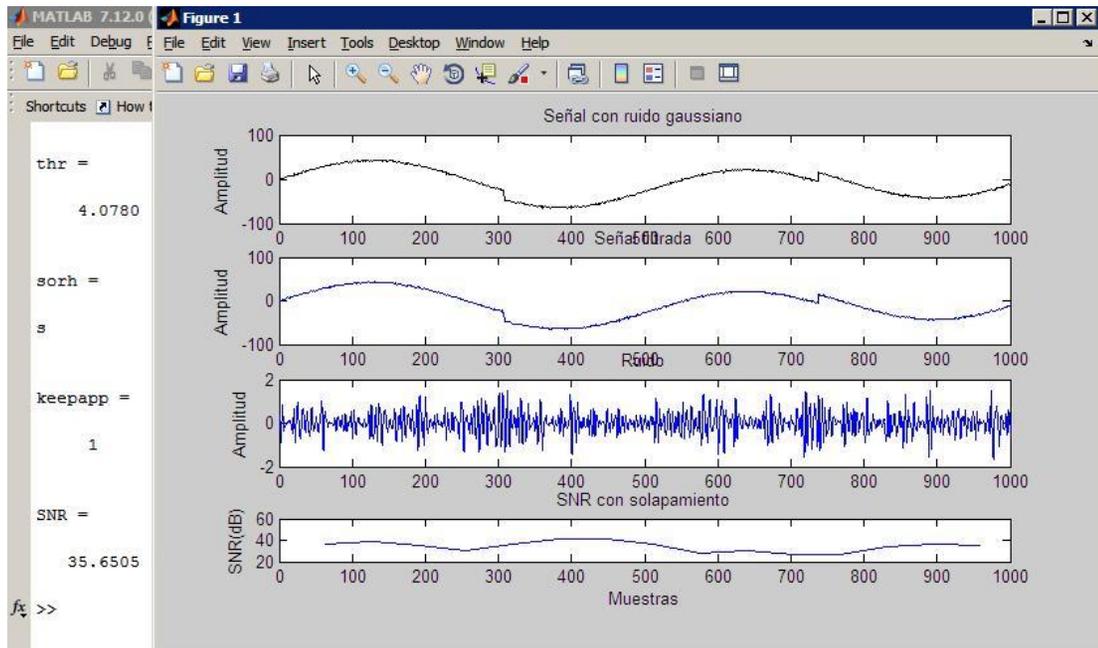


Figura A.5 Señal con SNR=30 dB (a), señal filtrada con contracción garrote (b), ruido (c) y SNR con solapamiento (d).
 Fuente: González Hernando (2015).

En la figura A.6 se muestra el ensayo con una SNR de 10dB, wavelet db10, nivel 4 de descomposición y contracción suave, se observa la señal con ruido, la señal filtrada y el ruido extraído; así como, la SNR estimada, la cual es bastante aproximada al SNR que se añadió intencionalmente. Así mismo, en la figura A.7 se muestra el ensayo con una SNR de 10dB, wavelet db10, nivel 4 de descomposición y utilizando la contracción dura, se observa que el valor de la SNR estimada es mayor al obtenido con la contracción suave pero aproximada al SNR que se añadió intencionalmente.

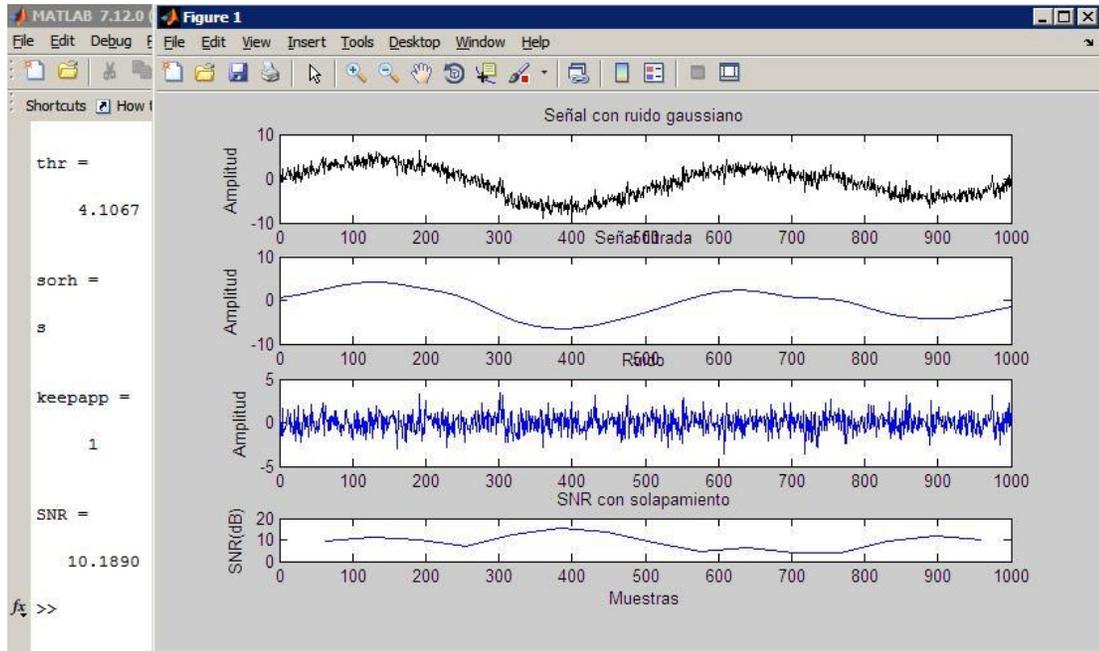


Figura A.6 Señal con SNR=10 dB (a), señal filtrada contracción suave (b), ruido (c) y SNR con solapamiento (d).
Fuente: González Hernando (2015).

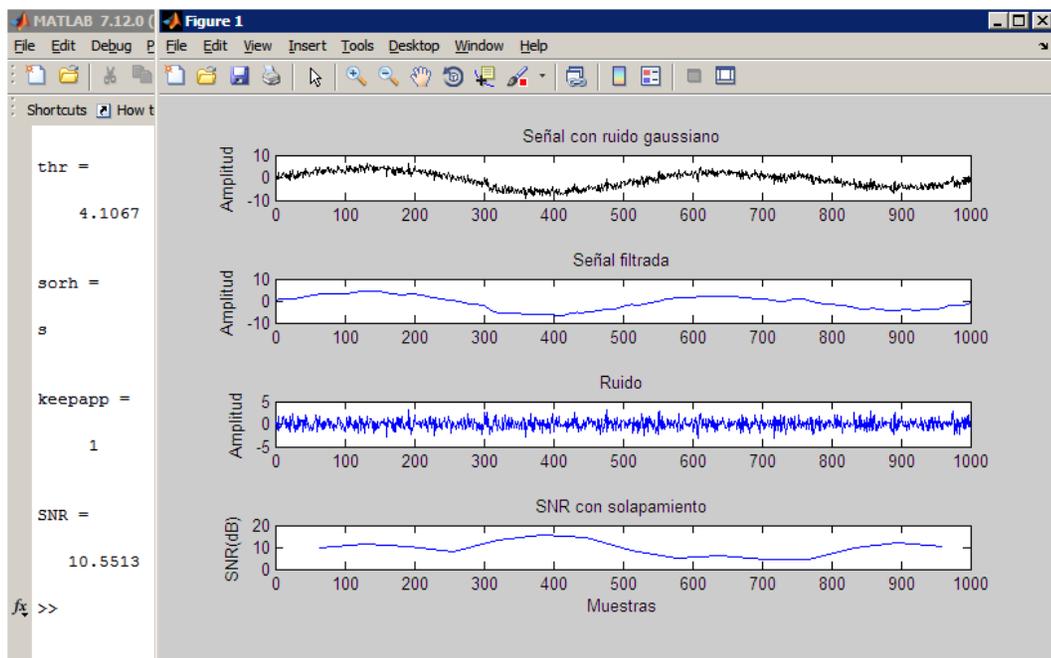


Figura A.7 Señal con SNR=10 dB (a), señal filtrada contracción dura (b), ruido (c) y SNR con solapamiento (d).
Fuente: González Hernando (2015).

Finalmente en la figura A.8 se muestra el ensayo con una SNR de 10dB, wavelet db10, nivel 4 de descomposición y contracción garrote, se observa que la SNR estimada está muy alejada del valor real. Además al observar la señal filtrada se percibe muy poca disminución del ruido contenido en la señal de prueba.

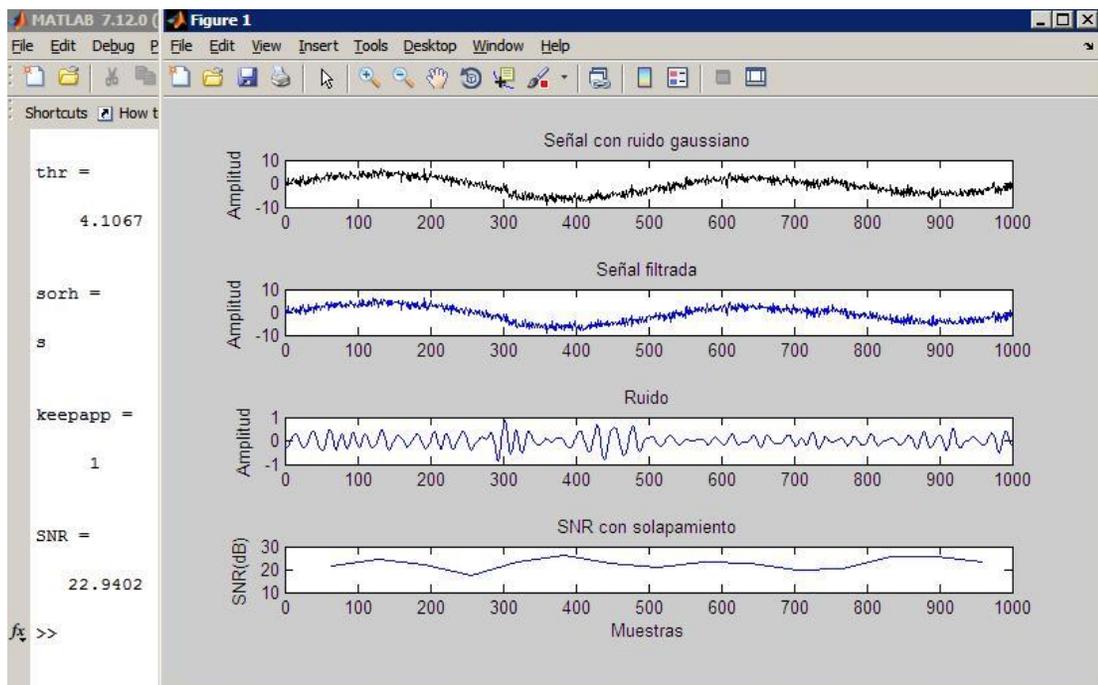


Figura A.8 Señal con SNR=10 dB (a), señal filtrada contracción garrote (b), ruido (c) y SNR con solapamiento (d).
Fuente: González Hernando (2015).

Los mejores resultados de estimación de ruido y filtrado para la señal de prueba se obtuvieron con la contracción suave, Wavelet db10 y nivel 4 de descomposición.

PROGRAMA FILTRADO ECG

```
X=textread('18177normal.txt');      %%%lectura de la señal ECG%%%
xnoise=X(1:2048,2);                %%%tomar solo 2048 muestras%%%
N=10;                               %nivel de umbralizado
wavelet='db10';                    %tipo de wavelet madre
[thr,sorh,keepapp]=ddencmp('den','wv',xnoise)
```

%%filtrado con contracción suave%%

```
xfs = wdencomp('gbl',xnoise,wavelet,N,thr,'s',keepapp);
% cálculo de la relación señal a ruido
SNRs=10*log10(sum(xnoise.^2)/sum((xfs-xnoise).^2))
L=length(xnoise)                    %longitud de la señal
nven=64;                            %número de ventanas
tven=L/nven;                        %tamaño de la ventana
%determinación del SNR con solapamiento
s=tven/2;
D=tven-s;
inc=1;
for cont2=1:(2*nven-1)
    inc=inc+1;
    if cont2==1
        ini=1;
    else
        ini=Pm2(cont2-1)+1;
    end
    fin=D*inc;
    x1=xnoise(ini:fin);xr1=xfs(ini:fin);
    SNRsol(cont2)=10*log10(sum(x1.^2)/sum((xr1-x1).^2));
    Pm2(cont2)=(ini-1+fin)/2;
end
ruido=xnoise-xfs;                    %cálculo del ruido
subplot(411)
plot(xnoise(1:2000),'k')
subplot(412)
plot(xfs(1:2000))
subplot(413)
plot(ruido(1:2000))
subplot(414)
plot(Pm2,SNRsol)
```

%%filtrado con contracción dura%%

```
xfh = wdencmp('gbl',xnoise,wavelet,N,thr,'h',keepapp);
SNRh=10*log10(sum(xnoise.^2)/sum((xfh-xnoise).^2))
L=length(xnoise) %longitud de la señal
nven=64; %número de ventanas
tven=L/nven; %tamaño de la ventana
%determinación del SNR con solapamiento
s=tven/2;
D=tven-s;
inc=1;
for cont2=1:(2*nven-1)
    inc=inc+1;
    if cont2==1
        ini=1;
    else
        ini=Pm2(cont2-1)+1;
    end
    fin=D*inc;
    x1=xnoise(ini:fin);xr1=xfh(ini:fin);
    SNRsol(cont2)=10*log10(sum(x1.^2)/sum((xr1-x1).^2));
    Pm2(cont2)=(ini-1+fin)/2;
end
ruido=xnoise-xfh; %cálculo del ruido
subplot(411)
plot(xnoise(1:2000),'k')
subplot(412)
plot(xfh(1:2000))
subplot(413)
plot(ruido(1:2000))
subplot(414)
plot(Pm2,SNRsol)
```

%%filtrado con contracción GARROTE%%

```
%descomposición de la señal (nivel N)%
[C,L]=wavedec(xnoise,N,wavelet);
cd= C(L(1)+1:L(1)+L(2));
%umbralizado
n=length(cd);
Umbral=thr; % esto es landa para la contracción garrote%
```

```

%%contracción garrote%%
for k=1:n
    if (abs(cd(k))-Umbral)>0
        cdu(k,1)=cd(k)*(1-(Umbral/cd(k))^2);%COEF.DETALLEUMBRALIZADOS%
    else
        cdu(k,1)=0;
    end
end
C(L(1)+1:L(1)+L(2))=cdu;
xfg = waverec(C,L,wavelet);
% cálculo de la relación señal a ruido
SNRg=10*log10(sum(xnoise.^2)/sum((xfg-xnoise).^2))
ruido=xnoise-xfg; %cálculo del ruido

%relacion señal a ruido
L=length(xnoise) %longitud de la señal
nven=64; %número de ventanas
tven=L/nven; %tamaño de la ventana
%determinación del SNR con solapamiento
s=tven/2;
D=tven-s;
inc=1;
for cont2=1:(2*nven-1)
    inc=inc+1;
    if cont2==1
        ini=1;
    else
        ini=Pm2(cont2-1)+1;
    end
    fin=D*inc;
    x1=xnoise(ini:fin);xr1=xfg(ini:fin);
    SNRsol(cont2)=10*log10(sum(x1.^2)/sum((xr1-x1).^2));
    Pm2(cont2)=(ini-1+fin)/2;
end
subplot(411)
plot(xnoise(1:2000),'k')
subplot(412)
plot(xfg(1:2000))
subplot(413)
plot(ruido(1:2000))
subplot(414)
plot(Pm2,SNRsol)

```

PROGRAMA ESPECTROECG

```
%%%lectura de la señal ECG%%%
X=textread('18e00.txt');
xnoise=X(1:2048,2); %tomar solo 2048 muestras%%
wavelet='coif5'; %tipo de wavelet madre
N=3; %nivel de umbralizado
%%%filtrado con un contracción suave%%
[thr,sorh,keepapp]=ddencmp('den','wv',xnoise)
xfs = wdencomp('gbl',xnoise,wavelet,N,thr,'s',keepapp);
fftxnoise=abs(fft(xnoise));
fftxfs=abs(fft(xfs));

%%%filtrado con una contracción dura%%
xfh = wdencomp('gbl',xnoise,wavelet,N,thr,'h',keepapp);
fftxfh=abs(fft(xfh));

%%%filtrado con un contracción garrote%%
[C,L]=wavedec(xnoise,N,wavelet);
cd= C(L(1)+1:L(1)+L(2));
%umbralizado
n=length(cd);
delta=sum(abs(cd))/(0.6745*n)
Umbral=thr;% %esto es landa para la contracción garrote%
for k=1:n
    if (abs(cd(k))-Umbral)>0
        cdu(k,1)=cd(k)*(1-(Umbral/cd(k))^2);%COEF. DE DETALLE%
    else
        cdu(k,1)=0;
    end
end
C(L(1)+1:L(1)+L(2))=cdu;
xfg = waverec(C,L,wavelet);
fftxfg=abs(fft(xfg));

subplot(3,1,1)
plot(fftxnoise)
hold on
plot(fftxfs,'r')
hold off
subplot(3,1,2)
plot(fftxnoise(3:350))
hold on
plot(fftxfh(3:350),'r')
hold off
subplot(3,1,3)
plot(fftxnoise(3:350))
hold on
plot(fftxfg(3:350),'r')
hold off
```