



**UNIVERSIDAD DE CARABOBO**  
**FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN**  
**DIRECCIÓN DE POSTGRADO**  
**MAESTRÍA EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA**



**EFFECTO DE LA ESTRATEGIA DIDÁCTICA “ECOPRA”**  
**EN EL DESEMPEÑO MATEMÁTICO**  
**DE LOS ALUMNOS EN EDUCACIÓN SUPERIOR**

Autor: **Gustavo A. Pinto Orozco**

Tutor: **María Elena Labrador**

Bárbula, Marzo 2016



**UNIVERSIDAD DE CARABOBO**  
**FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN**  
**DIRECCIÓN DE POSTGRADO**  
**MAESTRÍA EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA**



**EFFECTO DE LA ESTRATEGIA DIDÁCTICA “ECOPRA”**  
**EN EL DESEMPEÑO MATEMÁTICO**  
**DE LOS ALUMNOS EN EDUCACIÓN SUPERIOR**

**Autor: Gustavo A. Pinto Orozco**

Trabajo presentado ante la Dirección de Postgrado de la Universidad de Carabobo para optar al Título de Magister en Educación Matemática

Bárbula, Marzo 2016



**UNIVERSIDAD DE CARABOBO**  
**FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN**  
**DIRECCIÓN DE POSTGRADO**  
**MAESTRÍA EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA**



**VEREDICTO**

Nosotros, Miembros del Jurado designado para la evaluación del Trabajo de Grado titulado: **“EFECTO DE LA ESTRATEGIA DIDÁCTICA “ECOPRA” EN EL DESEMPEÑO MATEMÁTICO DE LOS ALUMNOS EN EDUCACIÓN SUPERIOR”** presentado por el ciudadano **Gustavo Adolfo Pinto Orozco**, titular de la cédula de identidad N° **8.836.935**, para optar al Título de **Maestría en Educación Matemática**, estimamos que el mismo reúne los requisitos para ser considerado como: \_\_\_\_\_

NOMBRE

APELLIDO

CÉDULA

FIRMA

---

---

---

Bárbula, 16 de Marzo 2016

## AGRADECIMIENTOS

*A Dios, a la Virgen María Auxiliadora y a San Juan Bosco, por estar a mi lado en todo momento, iluminándome y guiando mis pasos para tratar de ser un ciudadano honrado y un buen cristiano. Somos instrumentos del Señor.*

*A mis padres Roger y Alida, por ser modelos ejemplares de constancia, sabiduría bondad, sacrificio y apoyo, por conducirme siempre por el camino de la felicidad, teniendo siempre palabras de aliento y empuje durante la realización de este trabajo de investigación.*

*A mi hermana Eunice, por su solidaridad, ayuda y sus constantes palabras de ánimo que me impulsaron a seguir adelante y culminar con éxito los objetivos propuestos.*

*A mis hijas Némesis Ariadna y Sherezzade Berenice, por haberme dado algo tan valiosísimo e irrecuperable como el tiempo que hemos podido estar juntos, Dios las bendiga, todos mis logros son por y para ustedes.*

*A la Profesora María Elena Labrador por su ayuda incondicional como tutora y amiga para poder realizar este trabajo, sin sus “regaños” no hubiese sido posible alcanzar esta meta.*

*Al Profesor Cirilo Orozco por sus sabios consejos y desinteresada dedicación en la elaboración de este trabajo.*

*A las Profesoras Yasemín Reina y Alcira Álvarez, por haberme permitido la realización de este estudio en el Colegio Universitario de Administración y Mercadeo.*

*A mis amigos y personas especiales, que me apoyaron en todo momento.*

## ÍNDICE GENERAL

	pp.
AGRADECIMIENTOS .....	iv
LISTA DE CUADROS .....	viii
LISTA DE GRÁFICOS .....	x
RESUMEN .....	xi
INTRODUCCIÓN .....	01
<b>CAPÍTULO I</b>	
<b>EL PROBLEMA</b>	
Planteamiento del Problema .....	04
Objetivos de la Investigación .....	12
Objetivo General .....	12
Objetivos Específicos .....	13
Justificación de la Investigación .....	13
<b>CAPITULO II</b>	
<b>MARCO TEÓRICO</b>	
Antecedentes de la Investigación .....	15
Bases Teóricas .....	18
Teoría Constructivista .....	19
El Constructivismo sustentado en el enfoque psicogenético según Piaget ...	19
El Constructivismo bajo un enfoque psicosocial según Vygotsky .....	21
Análisis conciliatorio de ambas posturas acerca del Constructivismo .....	24
La filosofía pragmática de la Educación de John Dewey .....	25
Comunicación Matemática .....	29
Fundamentos epistemológicos del error .....	33
Análisis y clasificación de errores .....	35
Enfoque didáctico del error .....	37
Análisis del Razonamiento .....	39

Solución de Problemas y Transferencia .....	42
El enfoque pragmático en la solución de problemas .....	45
El concepto de competencia .....	48
Historia, noción y aplicación del Álgebra .....	49
Sistema de Hipótesis .....	53
Hipótesis General .....	53
Hipótesis Específicas .....	53
Sistema de Variables .....	53
Definición de Términos Básicos .....	54
 <b>CAPITULO III</b>	
<b>MARCO METODOLÓGICO</b>	
Tipo y Diseño de Investigación .....	56
Población y Muestra .....	56
Técnicas e Instrumentos de recolección de datos .....	57
Procedimiento .....	58
Técnicas de Procesamiento y Análisis de los datos .....	59
 <b>CAPITULO IV</b>	
<b>PRESENTACIÓN Y ANÁLISIS DE LOS RESULTADOS</b>	
Presentación de los resultados .....	61
<b>CONCLUSIONES</b> .....	87
<b>RECOMENDACIONES</b> .....	90
 <b>REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS</b> .....	91
<b>ANEXOS</b> .....	96
A Operacionalización de las Variables .....	97
B Instrumento pre-prueba escrita .....	98
C Instrumento post-prueba escrita .....	100
D Rúbrica de Desempeño Matemático, categorías habilidad conceptual – procedimental y destreza comunicacional.....	102

E Rúbrica de Desempeño Matemático, categorías competencia en la solución de problemas y capacidad de razonamiento .....	103
F Rúbrica de Desempeño Matemático, categoría error por omisión, etiquetación, cálculo y conceptual .....	104
G Formato de validación de instrumento a través de juicio de Expertos .....	105
H Desarrollo de la estrategia metodológica ECOPRA .....	108

## LISTA DE CUADROS

CUADRO	pp.
2 Matriz general de la estimación del desempeño matemático inicial (pre-prueba) del grupo control .....	61
3 Matriz general de la estimación del desempeño matemático inicial (pre-prueba) del grupo experimental .....	62
4 Matriz general de la estimación del desempeño matemático final (post-prueba) del grupo control .....	63
5 Matriz general de la estimación del desempeño matemático final (post-prueba) del grupo experimental .....	64
6 Clasificación de los errores estimados en la pre-prueba aplicada a los grupos control y experimental .....	65
7 Clasificación de los errores estimados en la post-prueba aplicada a los grupos control y experimental .....	66
8 Resumen de la estimación del desempeño matemático por dimensiones en los grupos control y experimental en condiciones iniciales .....	67
9 Resumen de la estimación del desempeño matemático por dimensiones en los grupos control y experimental en condiciones finales .....	69
10 Resumen de los índices de estimación de error en los grupos control y experimental en condiciones iniciales .....	72
11 Resumen de los índices de estimación de error en los grupos control y experimental en condiciones finales .....	73
12 Estadísticos descriptivos del procedimiento prueba t-student para el desempeño matemático en condiciones iniciales de los grupos control y experimental .....	75

CUADRO	pp.
13 Prueba de Levene para la igualdad de varianzas del desempeño matemático en condiciones iniciales de los grupos control y experimental .....	75
14 Resumen del procedimiento prueba t-student para la igualdad de medias del desempeño matemático en condiciones iniciales de los grupos control y experimental .....	76
15 Estadísticos descriptivos del procedimiento prueba t-student para el desempeño matemático en condiciones finales de los grupos control y experimental .....	77
16 Resumen del procedimiento prueba t-student para la igualdad de medias del desempeño matemático en condiciones finales de los grupos control y experimental .....	78
17 Frecuencias distribuidas por tipos de error y estrategia administrada para el procedimiento prueba Kolmogorov Smirnov en la post-prueba .....	79
18 Resumen del procedimiento prueba Kolmogorov-Smirnov de dependencia del índice de estimación de error por tipo y la estrategia pedagógica administrada .....	79
19 Factores intra e inter-sujetos involucrados en el análisis de varianza modelo lineal general de mediciones repetidas .....	82
20 Prueba de contrastes multivariados del efecto desempeño matemático y del efecto interacción desempeño*estrategia ...	82
21 Prueba de esfericidad de Mauchly de las estimaciones de la variable dependiente desempeño matemático .....	23
22 Prueba de los efectos dentro de las estimaciones de los procesos de desempeño matemático .....	23
23 Análisis de varianza de mediciones repetidas prueba del efecto de los grupos en las diferencias de las estimaciones ....	24

## LISTA DE GRÁFICOS

GRÁFICO	pp.
1 Diagrama de caja correspondiente al resumen de los promedios del desempeño matemático y sus dimensiones al inicio del experimento .....	67
2 Diagrama de caja correspondiente al resumen de los promedios del desempeño matemático y sus dimensiones al final de experimento .....	69
3 Diagrama de barras correspondiente al resumen de los índices de estimación de error presentado por los grupos control y experimental en condiciones iniciales .....	72
4 Diagrama de barras correspondiente al resumen de los índices de estimación de error presentado por los grupos control y experimental en condiciones finales .....	73
5 Gráfico de perfil de las medias marginales estimadas representando el efecto de la interacción desempeño matemático – estrategia .....	84



UNIVERSIDAD DE CARABOBO  
FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN  
DIRECCIÓN DE POSTGRADO  
MAESTRÍA EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA



EFFECTO DE LA ESTRATEGIA DIDÁCTICA “ECOPRA”  
EN EL DESEMPEÑO MATEMÁTICO  
DE LOS ALUMNOS EN EDUCACIÓN SUPERIOR

Autor: **Gustavo A. Pinto Orozco**

Tutor: **María Elena Labrador**

Fecha: **Marzo de 2016**

### RESUMEN

Ante la crisis educativa en formación cuantitativa presente en las instituciones universitarias, se impone la necesidad de buscar alternativas de enseñanza que ayuden a aminorar esta situación, es por ello que el propósito de esta investigación fue evaluar el efecto de la estrategia didáctica de Enseñanza Constructivista – Pragmática (ECOPRA), en el desempeño matemático relacionado con operaciones algebraicas en los alumnos cursantes de Matemática en el Colegio Universitario de Administración y Mercadeo, ubicado en Naguanagua estado Carabobo. Esta investigación enmarcada en el paradigma cuantitativo es de tipo científicista ubicada en la modalidad explicativa, se basó en la elaboración y aplicación de un diseño instruccional enmarcado en los lineamientos de la estrategia ECOPRA, este modelo didáctico se sustentó en las teorías del Pragmatismo de John Dewey (1953) y el Constructivismo de Jean Piaget (1961) y Lev Vygotsky (1979). El modelo de investigación fue cuasiexperimental multivariada y el diseño elegido fue el propuesto por Campbell y Stanley con pre-prueba y post-prueba, en un grupo control y otro experimental, a este último se le aplicó la estrategia ECOPRA. Estos grupos se seleccionaron intencionalmente como grupos intactos, a los que se les aplicó una prueba escrita tipo ensayo cuyos resultados determinaron que no existen diferencias significativas entre los alumnos antes de la experimentación. Al finalizar el tratamiento se les aplicó otra prueba escrita tipo ensayo a ambos grupos, los datos obtenidos fueron calificados e interpretados mediante rúbricas y posteriormente tabulados y analizados mediante el uso de estadística descriptiva e inferencial paramétrica y no paramétrica con la ayuda del paquete estadístico SPSS para explicar la significatividad de la relación entre las variables en estudio. En la investigación se pudo concluir con un 95% de confianza que la estrategia ECOPRA es efectiva en potenciar la resolución de problemas con operaciones algebraicas en el contexto poblacional donde se hizo la experimentación.

**Palabras clave:** Educación Matemática, Constructivismo, Pragmatismo, Desempeño Matemático.

**Línea de investigación:** Pedagogía y Didáctica en Educación Matemática. Temática: Procesos de enseñanza y aprendizaje en los diferentes niveles y modalidades de la Educación Matemática. Sub-temática: Estrategias para la enseñanza y aprendizaje de la Matemática.



## INTRODUCCIÓN

La Matemática, es una ciencia presente a lo largo de la vida del ser humano, una actividad natural del diario acontecer de éste, que desde tiempos remotos ha tenido diversos usos, todos en pro de la consecución de una mejor calidad de vida. Desde el período escolar se intenta establecer un ambiente educativo en la vida de la persona, hasta llegar en el mejor de los casos a un nivel de grado universitario o de postgrado. En cada período se propician aprendizajes para despertar en las personas interés por los saberes matemáticos, pero a medida en que se avanza en el proceso educativo ese interés empieza a disminuir por el hecho de que algunos de los conocimientos matemáticos impartidos que se ofrecen carecen de un significado utilitario y práctico para el estudiante, se presentan contenidos sin relación evidente con la vida cotidiana y menos aún con el desempeño profesional, produciendo preocupación por los resultados observados en la formación cuantitativa.

De allí, la exigencia de plantear alternativas didácticas para optimizar las concepciones, que se manejan en el proceso de enseñanza-aprendizaje. Por eso y en atención a la problemática que se presenta en la enseñanza de la matemática la cual está inmersa en la compleja realidad del estudiante universitario a nivel regional tal y como es el caso de la Universidad de Carabobo y del Colegio Universitario de Administración y Mercadeo (C.U.A.M.) sede Naguanagua, surge la inquietud de si la implementación de una estrategia didáctica de Enseñanza Constructivista – Pragmática pueda mejorar su enseñanza, y el docente pueda aprovechar y desarrollarla en la educación universitaria. Por ello esta investigación se propone evaluar el efecto de la estrategia ECOPRA, en el desempeño matemático relacionado con operaciones algebraicas de los alumnos cursantes de Matemática del I semestre en el C.U.A.M. sede Valencia.

En este mismo orden de ideas, se toma en cuenta la filosofía pragmática de la educación a través de la visión de John Dewey (1953), para ayudar a comprender la concepción de que la educación es una constante reorganización o reconstrucción de la experiencia; así como la infancia, la juventud y la vida adulta se hallan todas en el

mismo nivel educativo, es decir, lo que realmente se aprende en todos y cada uno de los estadios de la experiencia constituyen el valor de esa experiencia; además destacando la necesidad de comprobar el pensamiento por medio de la acción si se quiere que éste se transforme en conocimiento.

Desde el enfoque psicogenético se estudia el constructivismo de Jean Piaget (1961), el cual expresa que comprender es inventar, es construir por sí mismo, solo por esfuerzo propio se puede comprender verdaderamente, por lo tanto el aprendizaje constructivo involucra una actividad por parte del estudiante, y en donde a través de ella logren funcionar las estructuras cognitivas. Tomando en cuenta que el tipo de respuesta que es útil en este proceso de aprendizaje constructivo contiene información sobre el entorno físico y sobre el social.

Por otro lado, se estudia el constructivismo bajo un enfoque psicosocial según Vygotsky (1979), donde tomando en cuenta su concepto de la zona de desarrollo próximo la cual define como la distancia entre el nivel real de desarrollo, determinado por la capacidad de resolver independientemente un problema, y el nivel de desarrollo potencial, determinado a través de la resolución de un problema bajo la guía de un adulto o en colaboración con otro compañero más capaz; es posible ayudar a estructurar el concepto de la internalización como un proceso donde ciertos aspectos de la estructura de la actividad que se ha realizado en un plano externo pasan a ejecutarse en un plano interno. Enfatizando que la actividad externa en términos de procesos sociales mediatizados semióticamente y las propiedades de esos procesos proporcionan la clave para entender la aparición del funcionamiento interno.

Además, la investigación enmarcada en el paradigma cuantitativo, es de tipo científicista y de campo, de carácter explicativo, y diseño cuasiexperimental con pre-prueba, post-prueba y dos grupos intactos, por lo cual se elaboró inicialmente una prueba de rendimiento académico escrita de tipo ensayo la cual cumplió con los requisitos de validez y confiabilidad y cuyo objeto fue caracterizar la habilidad conceptual – procedimental, destreza comunicacional, tipo de error, capacidad de razonamiento y competencia en solución de problemas, entendidas como las dimensiones del desempeño matemático en operaciones algebraicas que poseen los

alumnos previo a la experimentación, seguidamente se le aplicó el diseño instruccional basado en los lineamientos de la estrategia ECOPRA, al grupo experimental, y la estrategia tradicional al grupo control. Al finalizar el tratamiento se les aplicó otra prueba escrita tipo ensayo con carácter de post-prueba a ambos grupos, los datos obtenidos fueron calificados e interpretados mediante rúbricas y posteriormente tabulados y analizados mediante el uso de estadística descriptiva, inferencial paramétrica y no paramétrica, y análisis multivariado con la ayuda del paquete estadístico SPSS para describir y comparar las dimensiones del desempeño matemático en operaciones algebraicas entre el grupo control y el grupo experimental con efecto atribuible a la estrategia empleada.

La presente investigación cumple con los parámetros del método científico, razón por la cual, se presentará de la siguiente manera: en el capítulo I se plantea el planteamiento del problema, objetivo general y específicos, con la correspondiente justificación de la investigación, en la cual se plasman las bondades del uso de la estrategia ECOPRA; seguidamente el capítulo II refiere el marco teórico, en el cual se presentan investigaciones previas así como la revisión de varias teorías en las que se fundamenta la investigación obteniendo un enfoque teórico del estudio; el marco metodológico expuesto en el capítulo III contempla el tipo y modalidad de la investigación, basado en el modelo cuasi experimental desarrollado por Campbell y Stanley en el año 1973, el cual permanece vigente y se ratifica con su aplicación en este estudio, así como los estudios de validez y confiabilidad que se aplicaron a las pruebas de ensayo, instrumentos empleados para recolectar los datos de la investigación, también se describirán las etapas de ejecución, así como el tratamiento estadístico de los datos; posteriormente en el capítulo IV se presentan los resultados, con sus correspondientes análisis estadísticos y una discusión de los efectos observados, en relación con los el marco teórico que sustenta el trabajo, finalmente se desarrollan las conclusiones que fueron redactadas en función de los resultados obtenidos y en correspondencia con los objetivos planteados al inicio del proceso de investigación así como las recomendaciones emanadas a partir de las experiencias que surgieron a lo largo del proceso.

# **CAPÍTULO I**

## **EL PROBLEMA**

### **Planteamiento del Problema**

La Educación es considerada un proceso que impulsa el desarrollo individual y social de la persona en concordancia con los patrones culturales en los que está inmersa. Esta correspondencia cultural es una acomodación constante conformada por dos componentes: individualización y socialización, recíprocamente influenciados. Ambos componentes se reflejan en toda situación de convivencia humana en la que el aprendiz ajusta su visión del mundo a la información recibida del exterior y reconstruida en su interior. Así, el niño observa y asimila eventos como parte de un proyecto útil para el futuro y el adulto construye o reconstruye los conocimientos ensayándolos y practicándolos.

En este orden de ideas la educación en Venezuela, según lo expresa su Constitución Bolivariana (1999), es considerada como un derecho humano y un deber social fundamental, como un instrumento del conocimiento científico, humanístico y tecnológico al servicio de la sociedad. Esta está fundamentada en la libertad de pensamiento, teniendo como objetivos desarrollar el potencial creativo de cada ser humano, el pleno ejercicio de su personalidad y la participación consciente y solidaria en los procesos de transformación social, enmarcados en una sociedad democrática basada en la valoración ética del trabajo. En consecuencia la educación debe ser integral, permanente y de calidad, y estará a cargo de personas de reconocida moralidad, de comprobada idoneidad académica y con actualización permanente.

Por su parte la educación superior de acuerdo a lo indicado en la Ley Orgánica de Educación (2009), señala entre sus objetivos continuar el proceso de formación integral del hombre, guiándolos en el aprendizaje de disciplinas y técnicas que le permitan el ejercicio de una función socialmente útil; estimular el deseo de aprender y

desarrollar las capacidades potenciales de cada individuo, capacitarlos científica, humanística y técnicamente para que puedan incorporarse al trabajo productivo, formando de esta manera profesionales conforme a las necesidades del desarrollo nacional y del progreso científico.

Es importante destacar que en el aprovechamiento de las ciencias y en el logro del avance científico, la Matemática desempeña un rol importante en la capacitación y desarrollo de habilidades que faciliten tal fin, es por ello que éste saber es considerado un componente curricular indiscutible para potenciar las posibilidades del desarrollo personal y colectivo.

Además, es preciso tener en cuenta que la Matemática, desde el punto de vista intuicionista, es un fenómeno de la vida, una actividad natural del hombre (Ortiz, 1988, citado por González, 1995, p. 41), que desde tiempos inmemoriales ha tenido diversos usos, como medio de aproximación a una vida más humana y de acercamiento a la divinidad según los pitagóricos, como instrumentos de predicción, como elemento disciplinador del pensamiento, como herramienta para la exploración del universo, ha sido guía del pensamiento filosófico e instrumento de creación y belleza artística, entre otras muchas utilidades o aplicaciones del diario acontecer (Guzmán, s.f.). Al respecto, los países desarrollados tales como Japón, China, Rusia y los Estados Unidos de América, en sus planes curriculares de educación formal la matemática es privilegiada con mayor carga horaria y es de carácter obligatorio desde temprana edad escolar, lo que según la filosofía de estos países permite desarrollar al hombre para una sociedad técnicamente productiva (Carreño, 1996). Sin embargo, los entes destinados a impulsar la educación se muestran inconformes con los indicadores y resultados de la formación cuantitativa.

En atención a lo planteado, la Organización de las Naciones Unidas para la Educación, la Ciencia y la Cultura (UNESCO, 2004) a través de Orlando Hall-Rose, expone la advertencia que hace la Real Sociedad Británica en cuanto al incremento del desinterés por la matemática, física y química en los estudiantes al finalizar el ciclo de la secundaria y en la universidad. La misma tendencia se observa en Francia, Alemania y en otros países tanto industrializados como en vías de desarrollo. La

Organización señala también que más allá del uso en lo industrial y económico, las personas necesitan un mínimo de conocimientos científicos y tecnológicos para comprender lo que sucede en el mundo.

De igual manera, en Venezuela la matemática es considerada una asignatura importante, y esta unidad curricular es obligatoria en los programas escolares desde la educación pre-escolar hasta la educación media diversificada, e inclusive en la mayoría de las carreras universitarias (Rodríguez, 1999).

Así pues, desde muy temprana edad se intenta establecer un ambiente educativo en la vida del ser humano, en algunos casos comenzando desde el preescolar hasta llegar a un nivel de grado universitario o en el mejor de los casos a un nivel de postgrado. En cada período se propician aprendizajes para despertar en las personas interés y curiosidad por lo cuantitativo, lo científico y lo deductivo, pero en la medida en que se avanza en los períodos escolares ese interés empieza a disminuir por el hecho de que algunos de los conocimientos matemáticos y científicos que se ofrecen carecen de un significado utilitario y práctico para el estudiante. Porque se presentan contenidos sin relación evidente con la vida cotidiana y menos aún con el desempeño profesional.

Pareciera, que las expectativas ciudadanas apuntan a una dirección distinta a la de las necesidades de la sociedad del conocimiento. En este sentido, Svein Sjoberg (UNESCO, 2004), considera que los científicos y los ingenieros dejaron de ser héroes para los jóvenes, es cosa del pasado, ahora se imponen nuevos modelos a seguir: jugadores de fútbol, estrellas de cine, cantantes, que gozan de gran popularidad y fortuna. Luego, ante la explosión publicitaria, el éxito no parece estar en la educación y si en las actividades que producen personas famosas. Aún entre los estudiantes se ha detectado que buscan asignaturas más interesantes y que requieran menos de la ciencia; en sociedades dominadas por el consumismo, los jóvenes prefieren estudiar carreras relacionadas con los negocios y la vida pública que sean mejor pagadas y que parecen menos difíciles que la ciencia y la matemática. Esto incide paulatinamente en la visión de la matemática y en su atomización.

Cabe suponer que una de las debilidades de la enseñanza matemática, en su

pedagogía tradicional, es el hecho de que en las horas académicas semanales dedicadas a la matemática de aula, su estudio se centra en contenido abstracto, totalmente descontextualizado y alejado de la realidad, de tal manera que hace sentir que el único contacto evidente con la matemática es a esas horas de clase y en una circunstancia nada natural (Vera y Cemborain, 1999).

De lo anteriormente expuesto, se deduce que los alumnos no tienen conciencia de la utilidad que puedan prestar los conocimientos matemáticos adquiridos, y esta falta de conciencia que se percibe en los estudiantes desencadena apatía y desinterés por el aprendizaje hacia la materia en cuestión; situación que contribuye negativamente en el desempeño matemático, lo cual se observa en indicadores como: el nivel de análisis en el área, en el grado de dominio conceptual – procedimental, en el grado de dominio comunicacional matemático, en la incursión de errores de diferentes tipos y niveles así como en la incompetencia de transferir conocimientos para solucionar problemas, y todo esto conlleva a elevar los índices de repitencia, deserción y bajo rendimiento.

A fin de ilustrar lo manifestado en el planteamiento anterior cabe señalar que desde hace más de una década se ha observado que, a nivel nacional, existe una desmotivación por la asignatura Matemática, así como un rechazo hacia el área numérica, hecho que se evidencia con los resultados obtenidos en el rendimiento académico de los alumnos en las asignaturas Cálculo I, Cálculo II, Cálculo III, Cálculo IV, Geometría y Algebra Lineal del Departamento de Matemática de la Facultad de Ingeniería de la Universidad del Zulia en el periodo I-2000, compuesto por un promedio de notas de 8,74 puntos y porcentajes de alumnos aprobados, reprobados y desertores de 49.6%, 35.8% y 14.6%, respectivamente. (De Rincón, 2005).

Para consolidar esta retrospectiva desalentadora de la enseñanza de la matemática se cita el informe educación para todos de UNESCO (2008, p.25), con el título “Los estudiantes venezolanos de Educación Básica, tienen un rendimiento por debajo de diez”, y señala como conclusiones que “existe un alto déficit en relación a las competencias básicas en el área de matemática, específicamente en lo que

concierno a la resolución de problemas con operaciones de adición y sustracción con números enteros, decimales y fracciones”. Por otro lado, hace referencia a que los resultados obtenidos en las pruebas por asignaturas realizadas en instituciones públicas sólo el 21,2% son aprobados mientras que el 78,8% son aplazados, en lo que respecta a los colegios privados, el 40,9% es aprobado y el 58,4% es aplazado. De igual manera señala el informe de la UNESCO (2008), para Venezuela específicamente, que un 70% de estudiantes tanto en instituciones públicas como privadas muestran poco interés e importancia al área de matemáticas. Esto es relevante puesto que ocho años después este contingente de estudiantes podría estar inmerso en la educación superior.

A nivel regional, infortunadamente esta situación aún persiste y tiende a agravarse. En los actuales momentos, todo indica el fracaso de las estrategias de enseñanza matemática aplicadas hasta ahora en la educación básica y diversificada; hecho que se manifiesta en la Educación Superior y que se corrobora al analizar los datos suministrados por la Dirección Sectorial de Información y Control Estudiantil de la Facultad de Ciencias de la Educación de la Universidad de Carabobo (Sequera, 2011), en donde se observó que la asignatura Álgebra I la cual se imparte a los estudiantes de Educación Matemática de la referida facultad para los períodos académicos 1 y 2 del 2006, y 1 y 2 del 2007, donde el total de inscritos fue de 171, 142, 138 y 114 respectivamente, de los cuales el porcentaje de estudiantes aplazados fue de 19,3%, 23,94%, 22,46% y 14,04%; mientras que el porcentaje de estudiantes desertores fue de 17,54%, 23,94%, 28,26% y 43,86% en ese mismo orden; luego el porcentaje de estudiantes que no aprueban la materia sea por deserción o sea por resultar aplazados para los semestres indicados fue de 36,84%, 47,88%, 50,72% y 57,9% respectivamente; además se tiene que el promedio de notas medido en una escala comprendida entre 0 y 20 puntos fue de 9,89 pts en el semestre 1-2006, 8,81 pts en el 2-2006, 7,64 pts en el 1-2007 y 6,44 pts en el semestre 2-2007.

De la información expuesta anteriormente se puede concluir en primer lugar, que con el transcurso del tiempo se reduce la cantidad de estudiantes que inscribe la asignatura. Asimismo, existe una relación inversa entre el número de inscritos y el

número de estudiantes que no aprueba la asignatura en el semestre en el que la inscribe, es decir, a medida que comienza un nuevo período lectivo hay menos inscritos y mayor número de alumnos que no aprueban, bien sea por abandono de la asignatura o por resultar aplazado. Por otro lado, por medio de los datos suministrados se logra evidenciar una situación que resulta todavía más alarmante y es que el promedio global de la asignatura no supera los 10 puntos y a medida que finaliza un semestre los resultados cada vez son más inquietantes, en virtud de que el promedio va decreciendo a tal punto que en el semestre 2-2007 se registra un promedio global de 6.44 puntos en la referida asignatura. (Sequera, 2011).

Obviamente, la bibliografía consultada da señales de una discrepancia grave entre los niveles medio y superior de formación en educación matemática a nivel nacional y regional. El producto de la investigación sobre el tema señala un persistente problema de deficiencia en el desempeño matemático de los estudiantes de recién ingreso a la educación superior. Esta circunstancia, impacta la imagen y prestigio de la educación venezolana y sus instituciones con una pérdida económica considerable y consecuentemente con un impacto social reflejado en la deserción y repitencia. Además, manifiesta una debilidad en la formación cuantitativa, puntal del desarrollo científico, tecnológico y social de la nación.

En cuanto a la condición que presenta la unidad de análisis objeto de este estudio respecto a la educación matemática; no es diferente a la realidad nacional y regional. El Colegio Universitario de Administración y Mercadeo (CUAM) sede Naguanagua Estado Carabobo; revela una situación de desempeño matemático alarmante según se desprende de la información suministrada por la Oficina de Control de Estudios de esa Institución. En los períodos académicos (2014A) y (2014C), los porcentajes más altos de alumnos reprobados corresponden a la asignatura matemática seguida por las estadísticas, hecho que se repite en todas las especialidades que allí se ofrecen. En este contexto, es importante señalar que en opinión de los profesores que integran la cátedra de matemática los índices de repitencia y deserción aumentan progresivamente en cada período académico a pesar de los esfuerzos en tratar de variar las estrategias de enseñanza. En el mismo estado

Carabobo se encuentran las extensiones del CUAM de Guacara y la Zona Industrial con carreras de Informática, Administración de Empresas, Aduanas y Mercadeo entre otras en donde el rendimiento en áreas numéricas presenta una situación similar a la de la sede Naguanagua.

Estos indicadores pudieran verse afectados con el hecho de que la Matemática se presenta como un dogma, como una materia que se sumerge en un oscurantismo. Como bien lo señala Gutiérrez (1994), en el acto didáctico se reproduce un saber matemático dogmático o prescriptivo en el cual se impone la autoridad del docente y la recepción del alumno, como relación de dependencia de estos en su interacción con el saber. En este orden de ideas O'Connor (UNESCO, 2004), señala que el salón de clases para la enseñanza de la matemática es con frecuencia totalmente autoritaria, cumpliendo siempre las fases de: lectura, toma de notas y sesión de preguntas y respuestas; sin ubicar a la matemática en situaciones de la vida diaria, ligada a lo cotidiano.

Evidentemente, a nivel institucional local, de continuar esta situación en la enseñanza de la Matemática que se imparte en el CUAM, podría visualizarse a corto plazo un progresivo incremento en el índice de repitencia y más grave aún una contundente deserción del estudiantado, que conllevaría a una deficiente formación académica y profesional del individuo, haciéndolo poco competitivo en la estructura económica del país, y por consiguiente, aumentaría los índices de desempleo, y en consecuencia los índices de pobreza, pobreza extrema y delincuencia.

De igual manera, se estaría contribuyendo a que el país continúe sumergido en el subdesarrollo, creando un abismo cada vez más profundo e insuperable en relación con los países desarrollados, a expensas de ellos, dominados por quien domine el conocimiento matemático, científico, la tecnología y las comunicaciones que son los criterios que en la actualidad miden la riqueza de los pueblos.

Respecto a esta problemática se han ensayado algunas alternativas remediales desde los organismos competentes. Oficialmente, se han bajado lineamientos reformadores para los niveles de educación básica y media pero los indicadores negativos persisten. Análogamente las instituciones universitarias han probado varias

vías de solución sin éxito significativo. Así, una de las conjeturas de este estudio es que la falta de resultados positivos se debe a que los programas experimentados siguen la metodología didáctica que ha originado el problema (Orozco, 1992).

En consecuencia, se requiere el ensayo de alternativas novedosas y promisorias como las indicadas por los teóricos constructivistas. En este sentido, la enseñanza constructivista de la Matemática ha demostrado en muchas investigaciones que es de gran ayuda para el aprendizaje de la misma (Guirles, 2002; De Corte, 1990; Pedraza, 2004; Márquez, 2004). A tal efecto, en este estudio se propone experimentar estrategias didácticas no tradicionales que se conjetura podrían revertir los indicadores del problema planteado en el CUAM sede Naguanagua.

Al respecto Guirles (2002) expone que el aprendizaje de la matemática es un proceso de construcción individual ocasionada por interacciones individuales y grupales dentro del aula de clase.

De igual manera, De Corte (1990) manifiesta que el aprendizaje es un proceso activo y constructivo, en donde los alumnos no son receptores pasivos de la información sino que, por el contrario, construyen su conocimiento activamente mediante la interacción con el entorno y reorganizando sus propias estructuras mentales.

De acuerdo a los planteamientos anteriores se destacan dos componentes esenciales para un proceso de enseñanza de la matemática con expectativas de eficiencia: el constructivo y el activo ó pragmático. En el caso de la enseñanza constructiva es preciso que posea una orientación social; para Vygostky (1979), el conocimiento es un proceso histórico social en donde interactúan el sujeto y el medio, pero el medio entendido social y culturalmente. El conocimiento se construye a través de la interacción con los demás mediada por la cultura. Los seres humanos son los únicos que crean cultura y en ella se desarrollan. La cultura indica que pensar y la forma de pensar, da el conocimiento y la manera de construirlo (Pedraza, 2004).

En cuanto al componente activo o pragmático se debe considerar que el alumno no debe permanecer pasivo recibiendo y memorizando la información que dicta el profesor y da el libro de texto; es allí donde cobra vigencia la enseñanza

basada en la “Experiencia Educativa” y la “Democratización del saber” (Dewey, 1953) la cual proporciona entornos de aprendizaje en donde los estudiantes puedan desarrollar actividades que les permitan descubrir el conocimiento y aplicarlo en situaciones prácticas (Marqués, 2004).

Por las razones mencionadas el autor considera que un ambiente de enseñanza constructivista se sostendrá si vence el comportamiento tradicionalista del docente, así como ese “contrato didáctico” conservador (Brousseau, 1986, citado por Godino, s.f., p.21) establecido en el aula de clase, que tienen fuertemente interiorizado los alumnos; y para combatir estos comportamientos conductistas se debe contar con un enfoque utilitario que permita motivar al alumno al aprendizaje constructivo de contenidos de aplicación inmediata. Esto debido al momento de valores pragmáticos que vive la sociedad en la actualidad y que se debe afrontar de manera realista.

En definitiva, para tratar de disminuir la problemática anteriormente expuesta se conjetura que es necesario aplicar una estrategia de educación constructivista de la matemática pero con la variante del enfoque de la aplicabilidad de la misma en un sentido utilitario, pragmático tal como el propuesto en este estudio: una Enseñanza Constructivista Pragmática (ECOPRA), con potencial de desarrollar el desempeño matemático de los alumnos.

Todo esto lleva a preguntarse: ¿Cuál es la repercusión de una estrategia de enseñanza matemática de tipo constructivista bajo un enfoque pragmático en el desempeño matemático relacionado con operaciones algebraicas por parte de los alumnos cursantes de Matemática del I semestre en el C.U.A.M. sede Naguanagua durante el período académico 2015A?

## **Objetivos de la Investigación**

### **Objetivo General**

Evaluar el efecto de la estrategia ECOPRA, en el desempeño matemático relacionado con operaciones algebraicas de los alumnos cursantes de Matemática del I semestre en el C.U.A.M. sede Naguanagua durante el período académico 2015A.

### **Objetivos Específicos**

1. Diagnosticar, mediante una pre-prueba, el desempeño matemático relacionado con operaciones algebraicas que poseen los alumnos al inicio de la asignatura Matemática del I semestre en el C.U.A.M. sede Naguanagua durante el período académico 2015A.
2. Determinar, a través de una post-prueba, el desempeño matemático relacionado con operaciones algebraicas, de los alumnos cursantes de la asignatura Matemática del I semestre en el C.U.A.M. sede Naguanagua durante el período académico 2015A que han sido expuestos a experiencias de aprendizaje mediante la estrategia didáctica enseñanza tradicional (Grupo Control) y mediante la estrategia ECOPRA (Grupo Experimental).
3. Examinar si el nivel de error que presentaron los grupos objeto de estudio después de haber sido expuestos a sus experiencias de aprendizaje respectivas, son dependientes de la estrategia didáctica administrada.
4. Comparar los resultados obtenidos en las dimensiones del desempeño matemático en operaciones algebraicas, entre el grupo control y el grupo experimental, como efecto atribuible a la variable independiente experimental.

### **Justificación de la Investigación.**

La presente investigación sugiere la puesta en práctica de una estrategia de enseñanza educativa con criterio de constructivismo social y cuya novedad se basa en incorporarle a éste criterio un enfoque pragmático; que le sirva a los docentes de matemática en educación superior como guía o apoyo teórico en el perfeccionamiento del acto académico. Este estudio es importante, considerando la crisis educativa en formación cuantitativa que se vive en los tiempos actuales, que impone la necesidad de buscar alternativas didácticas que ayuden a solventar esta situación.

Por otro lado, desde la perspectiva de la comunidad científica el estudio es relevante porque la información obtenida puede servir como materia prima para futuras investigaciones ya que en el se presenta un análisis multivariado del desempeño matemático desglosado en diversas dimensiones tales como: Destreza

Comunicacional, Capacidad de Razonamiento, Competencia en Solución de problemas, Tipos de error y Habilidad Conceptual – Procedimental. Todos estos aspectos son relevantes debido a que invitan a seguir profundizando la temática en estudios posteriores.

Otra importancia de esta investigación se centra en que la estrategia ECOPRA intenta motivar a los estudiantes al estudio de la matemática al promover la participación de los alumnos ubicándolos dentro de la obra matemática como protagonistas de sus propios aprendizajes, pues el educando es continuamente enfrentado a situaciones problemáticas de la vida diaria, que requieren de él soluciones útiles y prácticas, las cuales finalmente le darían la posibilidad de formarse como seres pensantes, obteniendo de esta forma un beneficio de incalculable valor, como lo es la adquisición del conocimiento científico, y conquistando así un acercamiento por parte de los futuros profesionales al mundo de las ciencias.

En cuanto a la parte institucional se refiere, esta investigación sienta un precedente muy importante al aportar una estrategia didáctica que ayuda a mejorar notablemente el perfil del egresado del C.U.A.M., y en consecuencia influye significativamente en la formación de profesionales de excelente calidad.

También cabe destacar que a través de esta investigación se amplían conocimientos relacionados con las distintas teorías y didácticas que forman parte de las tendencias actuales que se debaten en el mundo educativo y específicamente en la educación matemática, así como la puesta en práctica de los aprendizajes adquiridos en lo que se refiere a métodos y técnicas de investigación.

Por último este estudio, le ofrece al docente una alternativa didáctica para la optimización de la enseñanza de la matemática en los componentes de planificación, práctica de aula y evaluación; y además sirve de estímulo a otros docentes que se muestren interesados por la investigación y motivados por la innovación, a llevar a la práctica la presente estrategia.

## **CAPÍTULO II**

### **MARCO TEÓRICO**

#### **Antecedentes de la Investigación**

El diseño de estrategias didácticas para mejorar el desempeño académico de los estudiantes en Matemática ha sido uno de los intereses de los investigadores en el transcurrir de los años. Durante esta última década, se han hecho diversos estudios que involucran los objetivos que se analizaron en esta investigación, así se tiene que existen trabajos que tratan de dar a conocer las dificultades que confrontan los estudiantes para resolver problemas matemáticos en Educación Superior, y particularmente en el aprendizaje de los contenidos de álgebra lineal, en este sentido, se presentan los siguientes trabajos que antecedieron a esta investigación:

Inicialmente se plantea el estudio de tipo investigación – acción realizado por García (2015), titulado Formando docentes de matemática para la enseñanza del álgebra lineal, en el cual pretendió diseñar y aplicar una propuesta para la enseñanza de las matrices y los sistemas de ecuaciones lineales, con base en la resolución de problemas reales, a docentes de matemática en formación, para lo cual se diseñaron situaciones de aprendizaje que luego fueron aplicadas en el curso de Introducción al Álgebra Lineal a un grupo de estudiantes de matemática del Instituto Pedagógico de Miranda José Manuel Siso Martínez. Destaca entre las conclusiones del estudio que una de las principales dificultades en la formulación de problemas a partir de un contexto real, consiste en la organización de los datos reales y la complejidad que para los estudiantes presenta la realidad; además los estudiantes opinan que los problemas de programación lineal permiten trabajar simultáneamente diversos temas de la matemática, dándoles un sentido de aplicación a la realidad; y por último este tipo de estrategias de resolución y formulación de problemas de contexto real, debe y puede ser llevada al aula de clases para su aplicación en el bachillerato, tanto por las

competencias matemáticas que permiten desarrollar como por la motivación que despierta en los estudiantes.

Asimismo en Argentina, Craveri y Anido (2014), llevaron a cabo el trabajo titulado El aprendizaje de matemática con herramienta computacional en el marco de la teoría de los estilos de aprendizaje; se plantearon como objetivo analizar el rendimiento del aprendizaje, con la utilización de herramientas CAS (Computer Algebraic System) y su relación con los Estilos de Aprendizaje (activo, reflexivo, teórico y pragmático), según la concepción de Honey-Alonso; para lograr ésto las investigadoras realizaron una investigación sistemática por un periodo de cinco años en grupos de alumnos del primer año de la Facultad de Ciencias Económicas y Estadística de la Universidad Nacional de Rosario, considerando una población de análisis de más de 1000 alumnos del primer curso de Matemática; de acuerdo a los resultados obtenidos las autoras concluyen que, en el contexto descrito, la consideración de estos aspectos en la enseñanza mejora el rendimiento académico en temas de Álgebra Lineal y potencia los procesos propiamente matemáticos de reflexión y abstracción.

Ambos antecedentes referidos anteriormente poseen puntos de vistas similares a lo expresado anteriormente por Dewey y que se encuentra en concordancia con la teoría constructivista; además de estar directamente relacionados con la presente investigación en sus dos aspectos fundamentales de enseñanza: la teoría psicológica del constructivismo y la posición filosófica del pragmatismo, e igualmente se comparte el objeto de enseñanza que recae en el aprendizaje del Álgebra y su medición en los estudiantes a través de su desempeño académico.

Otro planteamiento relevante a tomar en cuenta es el formulado por El Hamra (2014), en su trabajo titulado Plan de estrategias tecnológicas para mejorar el rendimiento de los estudiantes a través de un software educativo para la enseñanza de la nomenclatura de compuestos orgánicos en la UEN “Valentín Espinal” Maracay estado Aragua, la cual tuvo como finalidad proponer el plan mencionado, para ello se tomó en cuenta una población conformada por 80 estudiantes cursantes del 5to. Año y 5 profesores en el Área de Química, a los cuales se les aplicó dos cuestionarios tipo

Lickert, el cual comprendió 13 ítems para los profesores y otro con 10 ítems para los estudiantes. El diagnóstico arrojó entre otras conclusiones que el problema de la enseñanza de la química en el aula se evidencia en el desmejoramiento en el uso de estrategias metodológicas, porque no se toma en cuenta el entorno social, así como los intereses y necesidades de los estudiantes, ni se motiva a la participación y también el uso exagerado y rutinario de estrategias, que hacen que el aprendizaje sea poco significativo.

En atención a lo planteado muchas de las sociedades contemporáneas han iniciado reformas educativas al observar la divergencia existente entre lo que los alumnos tienen interés por aprender y lo que les presenta la institución educativa. Es por eso que en la búsqueda de soluciones a los problemas mencionados surge la utilización de teorías psicológicas y pragmáticas relacionadas al aprendizaje que mejoren esta situación, siendo el constructivismo el más conveniente a aplicar.

Por otra parte, Sierra (2014) en su investigación de tipo explicativa de diseño cuasiexperimental, titulada Efecto del uso de un material potencialmente significativo de Geometría en el rendimiento académico, tuvo como objetivo determinar el efecto del material potencialmente significativo de Geometría en el rendimiento académico de los estudiantes de primer año de la U.E. Juan José de Maya ubicado en el Municipio Independencia del Estado Yaracuy. Este estudio se fundamentó en la teoría psicológica del aprendizaje significativo enmarcado en una concepción constructivista. La muestra estuvo conformada por 2 secciones una como grupo control y otra como grupo experimental, en este último se puso en práctica el material potencialmente significativo para posteriormente aplicar el post-test a ambos grupos, se analizaron los resultados con la prueba t-student y la ayuda del programa estadístico SPSS 15.0 se comparó si existían diferencias significativas entre ambos grupos demostrando que si existían dichas diferencias. El autor concluyó que al implementar el material potencialmente significativo para el aprendizaje de la geometría se obtiene un efecto positivo en el rendimiento académico.

La metodología planteada por el autor se considera una referencia importante para el desarrollo de esta investigación, ya que persigue objetivos similares a los de

este trabajo, que no es más que la aplicación de estrategias innovadoras de aprendizaje constructivo, bajo el supuesto de la mejora del desempeño matemático

Finalmente, Pachano y Terán (2008) en su trabajo de investigación – acción realizado en la Universidad de Los Andes, Núcleo Rafael Rangel, y titulada Estrategias para la enseñanza y aprendizaje de la Geometría en la Educación Básica: una experiencia constructivista, cuyo propósito consistió en diseñar, desarrollar y evaluar un conjunto de estrategias constructivistas para facilitar el aprendizaje de contenidos geométricos, utilizándose como contexto una Unidad Educativa pública del estado Trujillo, Venezuela, generó resultados altamente positivos para los principales protagonistas de la investigación: docentes y estudiantes. A los maestros les permitió mejorar su práctica pedagógica, al actuar como mediadores de aprendizajes significativos a través del uso de estrategias constructivistas; a los niños se les brindó la oportunidad a partir de conocimientos previos, de construir sus propios aprendizajes a fin de afianzar los conocimientos básicos de la geometría, con el uso de materiales concretos integrados a las diferentes áreas curriculares.

El aporte brindado por estos autores a esta investigación se basa en el uso de experiencias constructivistas que orienten y lleven a los estudiantes a comprender y resolver problemas en educación matemática. Teniendo en cuenta que el trabajo constructivista pretende que cada uno construya lo máximo en función de sus posibilidades; punto clave que toma en consideración la estrategia ECOPRA.

### **Bases Teóricas**

Este estudio presenta como base la teoría psicológica del constructivismo, específicamente algunos puntos de la posición que al respecto tienen dos de sus más afamados representantes como lo son Jean Piaget (1961) y Lev Vygotsky (1979), a fin de contrastarlos y tratar de llegar a un consenso entre ambos enfoques, el cual servirá de soporte para la estrategia ECOPRA. Asimismo desde el punto de vista filosófico se toma en cuenta para dicha estrategia ciertos tópicos de la filosofía de la educación de Jhon Dewey (1953) uno de los máximos exponentes del pragmatismo.

Mucho se ha escrito sobre el constructivismo y los distintos teóricos que la

representan; ya que se ha convertido en el punto esencial en la mayoría de las estrategias concebidas para lograr el aprendizaje de los conocimientos. Sin embargo ni la misma definición, ni la posición que asume se tiene suficientemente clara, lo mismo ocurre con las posturas que la respaldan en donde parece encontrarse más diferencias que similitudes.

### **Teoría Constructivista**

Ante todo lo primero que hay que clarificar es la posición que asume el constructivismo. Teniendo como premisa que el constructivismo se encarga de explicar como se origina y también como se modifica el conocimiento se aproxima más a una posición epistemológica; debido a que una posición pedagógica se refiere a las acciones que se deben tomar para alcanzar determinado conocimiento. Sin embargo una posición constructivista puede apoyarse en una teoría psicológica, que explique como se construye el conocimiento en el sujeto individual. (Delval, s.f.).

De acuerdo con Carretero (1997) constructivismo es la idea que mantiene que el individuo, tanto en los aspectos cognitivos y sociales del comportamiento como en los afectivos, no es un simple producto del ambiente ni solamente un resultado de sus disposiciones internas, sino una construcción propia que se va produciendo día a día como resultado de la interacción entre ambiente y disposición interna. Por lo tanto, la posición constructivista considera que el conocimiento no es una copia de la realidad, sino una construcción del ser humano. Los instrumentos con los que la persona realiza esta construcción son primordialmente los esquemas que ya posee, es decir, con los que ya construyó en su relación con el medio que le rodea.

Por otra parte Pedraza (2004), expresa que el constructivismo concibe al conocimiento no como algo estático sino como algo que se “construye”, y que cada individuo elabora mediante un proceso de aprendizaje que involucra su propia idea de la realidad y del mundo en que viven.

### **El Constructivismo sustentado en el enfoque psicogenético según Piaget.**

De acuerdo a lo referido por Resnick y Ford en su obra La enseñanza de las

matemáticas y sus fundamentos psicológicos (1990), Piaget expresó en 1973 que comprender es inventar, es construir por sí mismo, solo por esfuerzo propio se puede comprender verdaderamente. En consecuencia el aprendizaje constructivo involucra una “actividad” por parte del estudiante, una actividad de un tipo especial ya que a través de ella logran funcionar las estructuras cognitivas, y que se centra sobre todo en un intento de desarrollar los enfoques de tareas y problemas determinados por parte del estudiante. Es una actividad en la que pueden ser frecuentes los errores, pero tales errores forman parte del intento por parte del educando de descubrir el sentido de los conceptos. El aprendizaje constructivo supone “ensayar” ideas, hacer pruebas para reconocer cuáles métodos de resolución funcionan y cuáles no. Esto exige unos materiales de aprendizaje y unos entornos de aprendizaje que aporten una respuesta al individuo sobre el resultado de sus ensayos. Para Piaget (1973) (citado por Resnick y Ford, 1990), el tipo de respuesta que es útil en este proceso de aprendizaje constructivo contiene información sobre el entorno físico y sobre el social.

Así pues, como cada persona percibe el ambiente e interactúa socialmente según su propio criterio, el aprendizaje ha de considerarse como un hecho individual, además el desarrollo de la inteligencia es un proceso esencialmente único, de allí que según este enfoque la instrucción debe ser individualizada. Asimismo Piaget (1961) considera que toda instrucción debe ser individual o como mínimo debe enfocarse en el estado de desarrollo donde se ubica la persona (Araujo y Chadwick, 1993).

Conviene en este momento destacar que la esencia de la teoría de Piaget (1973) del desarrollo mental y de la inteligencia estriba en que las personas al ir avanzando en edad, no sólo adquieren más conocimientos, sino que desarrollan nuevas estructuras cognitivas y de mayor complejidad. Estas diferentes estructuras cognitivas se desarrollan siguiendo una secuencia que cubre varias etapas definidas. Durante el período normal de escolarización, los niños suelen partir de la etapa preoperatoria, la cual se caracteriza por la incapacidad de pensar en forma reversible y la dependencia de las características perceptuales o de las configuraciones, luego pasar por la etapa de operaciones concretas en donde los niños son capaces de invertir mentalmente secuencias de acciones y examinar diversas hipótesis, y finalmente

llegar a la de operaciones formales que implica pensar de forma abstracta y planificar variaciones sistemáticas de los elementos del problema, es el tipo de pensamiento característico de las formas más avanzadas del razonamiento matemático y científico (Resnick y Ford, 1990).

Sin embargo Piaget (1961) no descarta del todo el aspecto social en el aprendizaje de la persona ya que manifiesta que en el proceso de aprendizaje se debe tener en cuenta la interacción y la constructividad, opina que la interacción entre el individuo y su ambiente es indispensable para alcanzar el aprendizaje, así como el hecho de que el aprendizaje es un estado de constante construcción y reconstrucción. Con la salvedad de que cada persona interactúa y construye según su propio ritmo.

En efecto tal y como lo señalan Resnick y Ford (1990), el entorno social induce al estudiante a abandonar sus concepciones y estructuras antiguas y a construir otras nuevas. Según Piaget (1973), las reorganizaciones estructurales que son inherentes al desarrollo intelectual se producen en parte, cuando los niños ven que sus propuestas se reciben con duda. Al ir ampliándose su mundo social con la edad, descubren que las demás personas no siempre están de acuerdo con su visión de la realidad. Esta situación lleva al niño a examinar más de cerca sus propias creencias, a poner a prueba el entorno físico y en ocasiones a revisar sus estructuras conceptuales. Por consiguiente el aprendizaje de los niños depende en gran medida del entorno social y de las oportunidades que brinda para relacionarse con sus semejantes en el entorno de tareas intelectuales.

### **El Constructivismo bajo un enfoque psicosocial según Vygotsky.**

Lev Vygotsky (1979) es reconocido como el fundador del constructivismo social el cual considera al individuo como un producto del proceso histórico y social, en donde el lenguaje desempeña un papel esencial. Plantea que el conocimiento se construye mediante un proceso de interacción entre el sujeto y el medio, pero el medio entendido social y culturalmente (Pedraza, 2004).

Según Wertsch (1988) los problemas específicos que interesaron a Vygotsky se identifican a través de tres temas generales que constituyen el núcleo de la

estructura teórica de Vygotsky y son 1) la creencia en el método genético o evolutivo; 2) la tesis de que los procesos psicológicos superiores tienen su origen en procesos sociales y 3) la tesis de que los procesos mentales pueden entenderse solamente mediante la comprensión de los instrumentos y signos que actúan de mediadores.

En el primer tema el argumento principal del análisis genético o evolutivo de Vygotsky (1979) es que los procesos psicológicos del ser humano solamente pueden ser entendidos mediante la consideración de la forma y el momento de su intervención en el curso del desarrollo. Este contrastó su enfoque genético con enfoques que intentaban analizar los fenómenos psicológicos sin considerar su lugar en el desarrollo, y argumentaba que este tipo de investigación podía proporcionar descripciones, pero no explicaciones.

Para el segundo tema según su teoría existen dos tipos de funciones mentales: las inferiores y las superiores, las funciones mentales inferiores son innatas, naturales y vienen dadas genéticamente. Mientras que las funciones mentales superiores se obtienen y desarrollan a través de la interacción social ya que están determinadas por la forma de ser de la sociedad.

De esta manera cada función mental superior, primero es social (interpsicológica) y luego a través de la interiorización pasa a ser individual (intrapicológica). El paso de una habilidad interpsicológica a una habilidad intrapsicológica está determinado socialmente, se aprende con la colaboración de los demás y dentro de una cultura específica hasta llegar a asimilar personalmente el conocimiento, es esta área la llamada zona de desarrollo próximo, en donde la interacción social da la posibilidad de construir un aprendizaje real de desarrollo.

En este orden de ideas Wertsch (1988) manifiesta que la preocupación de Vygotsky sobre la ley genética general del desarrollo cultural hizo que este analizara muchos fenómenos en torno a ella entre los que se destacan la internalización y la zona de desarrollo próximo.

Así al igual que otros autores como Piaget (1961), Vygotsky (1979) concebía la internalización como un proceso donde ciertos aspectos de la estructura de la actividad que se ha realizado en un plano externo pasan a ejecutarse en un plano

interno. Pero a diferencia de los demás autores, Vygotsky puntualizaba la actividad externa en términos de procesos sociales mediatizados semióticamente e infería que las propiedades de esos procesos proporcionan la clave para entender la aparición del funcionamiento interno.

Mientras que la zona de desarrollo próximo

No es más que la distancia entre el nivel real de desarrollo, determinado por la capacidad de resolver independientemente un problema, y el nivel de desarrollo potencial, determinado a través de la resolución de un problema bajo la guía de un adulto o en colaboración con otro compañero más capaz (Vygotsky, 1979, p.133).

Y finalmente en lo que respecta al tercer tema se refiere a que lo que se aprende depende de las herramientas psicológicas (esencialmente del lenguaje) que se posee y éstas a su vez dependen de la cultura en que se vive, en consecuencia, pensamientos, experiencias, intenciones, deseos y acciones están culturalmente mediadas.

Es conveniente resaltar lo manifestado por Azcoaga (1988) (citado por Blank, 1993), el cual señala que el aporte más importante de Vygotsky fue reconocer a los niños como agentes activos del proceso educativo. Los niños han sido vistos paradójicamente como agentes y como objetos del proceso educativo. Agentes porque internamente elaboran la actividad pedagógica. Asimismo se concibe a los niños como los objetos o receptores de la instrucción. Tradicionalmente, la pedagogía ha operado sobre la suposición de que los niños son “receptores” de la instrucción y no, como ciertamente son, elaboradores de los contenidos que se les presentan (Vygotsky, 1978, citado por Blank, 1993).

El proceso de apropiación de esta cultura como factor esencial en su desarrollo, hay que concebirlo no como un proceso en el que el niño es un simple receptor sino como un proceso activo en el cual esa participación activa del sujeto resulta indispensable; en este proceso el niño no solo interactúa con los objetos materiales y culturales sino que está inmerso en un proceso de interrelación permanente y activa con los sujetos que le rodean, adultos, sus compañeros de salón, o de juego en el parque o en la calle. Por eso es que resultan tan importantes las

actividades que el niño realiza como las interrelaciones, la comunicación que establece con los otros, en este proceso de apropiación, de asimilación activa, como medio esencial para su formación. Con esta perspectiva se concibe que los adultos y compañeros más avanzados se constituyen en los “otros”, mediadores fundamentales que, siendo portadores de los contenidos de la cultura, promueven a través del proceso interpersonal, que el sujeto se apropie de esos contenidos. (Porlán, García y Cañal, 1995, p.209).

### **Análisis conciliatorio de ambas posturas acerca del constructivismo.**

Hablar de constructivismo implica hacer referencia a un conjunto de teorías, interpretaciones y prácticas muy distintas que la complican al momento de considerarla como una sola.

Sin embargo se encuentra un punto en común entre las teorías constructivistas analizadas en el hecho de que admiten que el conocimiento no es una copia de la realidad, sino un proceso dinámico e interactivo mediante el cual las ideas son construidas y reconstruidas por la mente.

En cuanto a la educación es un sistema complicado donde intervienen variables individuales y sociales. Es cierto que el alumno aprende en un contexto social con los demás compañeros, pero incluso en ese caso se produce una serie de fenómenos que también son analizables desde la óptica puramente individual (Carretero, 1997).

Una posición que puede considerarse intermedia entre los aportes piagetianos y los vygotskyanos, consiste en que la interacción social favorece el aprendizaje mediante la creación de conflictos cognitivos que causan un cambio conceptual. El intercambio de información entre compañeros de diferentes niveles de conocimiento provoca una modificación de los esquemas del individuo y acaba produciendo aprendizaje.

De especial interés es destacar lo expuesto por Tryphon y Vonèche (1996) quienes señalan que, contrariamente a la opinión general, existen algunas coincidencias significativas entre las ideas de Vygotsky (1979) y las de Piaget (1961),

en tal sentido estos manifiestan que el aprendizaje no es para Piaget un práctica solitaria, el desarrollo del conocimiento no se produce de adentro hacia afuera para Piaget y de afuera hacia adentro para Vygotsky, el uno y el otro combinan mecanismos intrapsíquicos e interpsíquicos y para ambos las acciones son la fuente inicial del desarrollo posterior, pero entienden este hecho de modo distinto, para Piaget (1961), la acción es un acontecimiento natural que se produce en un ambiente natural mientras que para Vygotsky (1979), es un acto humano rico y significativo, construido por la historia y la sociedad.

Igualmente uno se dedica más a la discusión del carácter constructivo de la interpretación, y el otro privilegia la dimensión interpretativa de la construcción; en este sentido se complementan recíprocamente, ideada en giros complementarios de lógica por una parte, y de retórica por la otra; no obstante para uno la lógica es la lógica de los significados y para el otro la retórica significa la retórica del pensamiento y la acción, porque los dos estaban muy comprometidos con el mismo tipo de racionalidad basada en la filosofía de la ilustración.

Además ambos veían el progreso de la mente humana como la conquista de lo particular por lo universal, de lo local por lo general, y de lo temporal por lo intemporal.

De lo anteriormente expuesto se puede considerar como una definición conciliatoria de constructivismo que involucre el enfoque de Piaget (1961) y el de Vygotsky (1979) la idea de que la persona, no es un producto de la sociedad ni un resultado de sus disposiciones internas, sino una construcción propia que se produce constantemente debido a la interacción entre lo social y lo individual, por lo tanto, el conocimiento es una construcción del ser humano.

### **La filosofía pragmática de la Educación de John Dewey.**

John Dewey ha sido considerado como el más popular de los filósofos y educadores norteamericanos. Cómo filósofo se vincula al pragmatismo en esta teoría del conocimiento destacaba la “necesidad de comprobar el pensamiento por medio de la acción si se quiere que éste se convierta en conocimiento” (Mayhew y Edwards,

1966, citado por Westbrook, 1993).

Por otra parte como educador se le relaciona con la educación progresista, en donde Dewey (1953) sostiene que la educación debería ser un proceso continuo de reconstrucción en el que se avanza desde la experiencia inmadura hacia la experiencia cada vez más llena de significado, más sistemática y ordenada.(Garza de la, 1995).

La educación como reconstrucción. En su oposición a las ideas del desenvolvimiento de poderes latentes desde dentro y de la formación desde fuera, sea por la naturaleza física, sea por los productos culturales del pasado, el ideal del crecimiento representa la concepción de que la educación es una constante reorganización o reconstrucción de la experiencia. Aquel tiene siempre un fin inmediato, y en tanto que la actividad es educativa, alcanza ese fin: la transformación directa de la cualidad de la experiencia. La infancia, la juventud y la vida adulta se hallan todas en el mismo nivel educativo, en el sentido de que lo que realmente se aprende en todos y cada uno de los estadios de la experiencia constituyen el valor de esa experiencia, y en el sentido de que la función principal de la vida en cada punto es hacer que el vivir así contribuya a un enriquecimiento de su propio sentido perceptible. (Dewey, 1953p.73).

Por lo tanto la educación debe ser concebida como reconstrucción de la experiencia cuya dirección o meta es la inteligencia, y esta no debe ser confundida con la razón como la habilidad de hacer inferencias y sacar conclusiones a partir de premisas. Más bien debe ser entendida como un conjunto de hábitos flexibles y en desarrollo que involucran la sensibilidad, la habilidad de comprender situaciones complejas, imaginación que permita vislumbrar nuevas posibilidades e hipótesis, objetividad en el juicio y evaluación de valores y opiniones conflictivas, aprender con la evocación de experiencias anteriores y el valor para cambiar las propias convicciones cuando sea necesario (Garza de la, 1995).

Este mismo autor señala por otra parte que la teoría de la educación de Dewey (1953) parece haber tomado como ejemplo a Sócrates como maestro, quien hábilmente partía de los intereses de sus jóvenes alumnos y gradualmente los llevaba a cuidadosos análisis, desarrollando sus capacidades intelectuales, así como en la

necesidad de contar con objetivos claros y una dirección hábil para promover el arte del pensamiento crítico.

Pero una educación así requiere guía deliberada, orden y dirección por parte del maestro, es por ello que Dewey (1953) pedía a estos que integraran la psicología en el programa de estudios, construyendo un entorno en el que las actividades inmediatas del niño se enfrenten con situaciones problemáticas. Como da entender en su legado, esta teoría educativa está menos centrada en el niño y más en el maestro de lo que se suele pensar. Su convicción de que la escuela, tal como la concibe, inculcara al niño un carácter democrático se basa menos en la confianza en las capacidades espontáneas y primitivas del niño que en la aptitud de los maestros para crear en clase un entorno adecuado para convertirlas en hábitos sociales, fruto de una comprensión inteligente de su responsabilidad (Dewey, 1897, citado por Westbrook, 1993).

Es importante destacar que según esta filosofía cuando el niño empieza su escolaridad, lleva en si cuatro impulsos natos: el de comunicar, el de construir, el de indagar y el de expresarse de forma más precisa, que constituyen los recursos naturales, el capital para invertir, de cuyo ejercicio depende el crecimiento activo del niño (Dewey, 1899 citado por Westbrook, 1993). Igualmente el niño lleva consigo intereses y actividades de su hogar y del entorno en que vive y al maestro le incumbe la tarea de utilizar esta materia prima orientando las actividades hacia resultados positivos. Además Dewey afirmaba que cuando un niño entiende la razón por la que ha de adquirir un conocimiento, tendrá un gran interés en adquirirlo. Por consiguiente, los libros y la lectura se consideran estrictamente como herramientas (Mayhew y Edwards, 1966, citado por Westbrook, 1993).

No menos importante es lo señalado por Westbrook (1993) en cuanto a que Dewey estaba convencido de que no había ninguna diferencia en la dinámica de la experiencia de niños y adultos. Unos y otros son seres activos que aprenden mediante su enfrentamiento con situaciones problemáticas que surgen en el curso de las actividades que han merecido su interés.

Además es notorio el carácter constructivista de la filosofía de la educación de

Dewey tal y como bien lo expresa

Cada vez tengo más presente en mi mente la imagen de una escuela; una escuela cuyo centro y origen sea algún tipo de actividad verdaderamente constructiva, en la que la labor se desarrolle siempre en dos direcciones; por una parte, la dimensión social de esta actividad constructiva, y por otra, el contacto con la naturaleza que le proporciona su materia prima... (Dewey, 1894, citado por Westbrook, 1993, p.5).

Esta filosofía guarda mucha relación con lo anteriormente planteado por Piaget (1953) y Vygotsky (1979) ya que parte del hecho de que la escuela ha de ofrecer al niño actividades que reproduzcan su entorno social con el cual ya está familiarizado de manera que estas actividades se conviertan en el proceso por el cual se desarrollan las estructuras cognitivas, generando aprendizajes en forma gradual. Esto se considera como una necesidad psicológica porque es el único medio para asegurar la continuidad en el desarrollo del niño de manera de poder enlazar experiencias pasadas con las nuevas ideas dadas en la escuela. Y también es una necesidad social porque el hogar es la forma de vida social en la que el niño se ha formado y en donde ha recibido su educación moral.

Partiendo de lo anterior se afirma que el proceso educativo tiene dos aspectos, uno psicológico y otro social, y ninguno de ellos puede subordinarse al otro sin producir inconvenientes. Si se elimina de la persona el factor social sólo queda una abstracción, si se elimina de la sociedad el factor individual solo queda una masa muerta e inerte. La educación, por tanto debe involucrar un conocimiento psicológico de las capacidades, intereses y hábitos del individuo, interpretarlos constantemente y llevarlos a sus equivalentes sociales, a lo que son capaces en el sentido del servicio social.

Esta concepción filosófica de la educación tiene en cuenta los ideales individuales y sociales, es individual porque reconoce la formación del carácter como la única base verdadera del recto vivir, y es social porque reconoce que ese carácter recto no viene dado por conceptos o ejemplos sino por la influencia de cierta forma de vida colectiva sobre el individuo. Se estima que es el aula de clase en donde se reconcilian los ideales individuales y sociales de la persona.

Por todo lo anteriormente expuesto y tomando en cuenta los estudios realizados sobre el constructivismo en donde se destaca su aporte significativo a la educación, surge ECOPRA, como una estrategia didáctica de enseñanza de la matemática, que toma en cuenta la construcción del conocimiento de manera individual (Piaget, 1961) y social (Vygotsky, 1979) en forma interactiva, en un ambiente de aprendizaje en donde se puedan desarrollar actividades que permitan al estudiante descubrir conocimientos y aplicarlo en situaciones prácticas tal y como lo manifiesta John Dewey (1953).

### **Comunicación Matemática.**

Las investigaciones sobre la construcción del conocimiento matemático en un ámbito escolar han demostrado también la importancia de los mecanismos individuales asociados con la actividad de los alumnos, y de los mecanismos interpsicológicos vinculados con la comunicación y la mediación semiótica (Martí, 1996).

Añade Martí (1996) que lejos de tratarse de un proceso simple y singular de internalización de las formas externas de conducta transmitidas por el maestro, los niños construyen su conocimiento matemático a partir de la dinámica de sus acciones, mediante mecanismos regulatorios, abstracción, toma de conciencia y generalización Piaget, (1950) (citado por Martí, 1996). Pero esta construcción no tiene lugar en la incomunicación, por el contrario se inserta en un contexto social que la organiza de dos distintos modos.

Por un lado, desde el nacimiento, y particularmente desde el momento de iniciación de la escolaridad, los niños se encuentran en un ambiente rico en notaciones preconstruidas y preutilizadas, que ellos tienen que reelaborar y reutilizar en sus propios propósitos.

En este sentido el niño es más un “reconstructor” del conocimiento y el lenguaje matemático, y no un simple constructor. La prueba está en las dificultades que tiene para asimilar ese lenguaje (Davis y Hersh, 1989; Gómez-Granell, 1991; Pimm, 1990; Rivière, 1990, citado por Martí, 1996). Además, las otras personas,

adultos, maestros y otros niños, a través de sus actividades, que regulan la conducta del niño, forman parte de este proceso constructivo.

Según Martí (1996), Piaget separó el origen de los signos y símbolos respecto de sus lazos comunicativos. A él sólo le interesaba su función representativa, que explicó por la diferenciación del significante respecto del significado; esta diferenciación surge gracias a la doble función de los esquemas, asimilativa y acomodativa. Por lo tanto, para Piaget (1950), la función comunicativa de los signos es secundaria. La mediación semiótica surge como una nueva propiedad del funcionamiento individual. El problema está en explicar de qué modo las otras personas contribuyen a regular esta emergencia. Ahora bien, para Vygotsky (1979) los signos son sociales y desde el principio hay que concebirlos como medios para influir sobre los otros. Sólo más tarde se convierten en instrumentos del pensamiento, en un medio de representación. La mediación semiótica está presente en el funcionamiento interpsicológico; es un dato. El problema consiste entonces en explicar de qué manera se construye este proceso de mediación. Estas dos posiciones, a primera vista irreconciliables, pueden integrarse si se toman en cuenta los aspectos convergentes de la internalización inherentes a la actividad de los esquemas, pero, al mismo tiempo, genera y se inclina a formas simbólicas externas, comunicables, productos de la externalización, que a su vez modifican las construcciones individuales.

Ahora bien el principal objetivo de la enseñanza de las matemáticas debe ser, conseguir que los estudiantes desarrollen al máximo sus competencias en términos de análisis y resolución de problemas. Este nuevo enfoque cambia significativamente el rol del estudiante y del profesor de matemáticas en las actividades de aprendizaje y evaluación del conocimiento matemático. De una cultura pasiva e individual a una cultura donde deben dominar altos grados de comunicación y de relación interpersonal en el salón de clases. Donde toman significado situaciones de aprendizaje y dominio lingüístico y social no considerado matemáticamente pertinente.

Es por ello que las perspectivas teóricas recientes reconocen la necesidad de

enfocarse en el aprendizaje de las matemáticas como un proceso que intrínsecamente envuelve el uso del lenguaje. Tales nociones describen el proceso de enseñanza matemática como un proceso que debe enfocarse en el “darle sentido” a lo que se enseña (Lampert, 1990; Schoenfeld, 1992, 2001, citado por Rojas, 2005), la necesidad de desarrollar normas socio-matemáticas de discurso y comunicación en el salón de clases (Cobb, Word & Yackel, 1993, citado por Rojas, 2005), de facilitar prácticas de comunicación de las matemáticas en las que se debe modelar y argumentar matemáticas.

Por otra parte los currículos basados en Estándares coinciden en propiciar la discusión y análisis de problemas y situaciones matemáticas, para la cual el profesor debe desarrollar en el estudiante una capacidad matemáticamente analítica pertinente además de organizacional, y de interpretación y representación del problema, donde deben resolverse y comunicarse los resultados (Brenner, 1994, citado por Rojas, 2005). Para ello se requiere, además, el uso y dominio de un lenguaje para el servicio de la interpretación y comunicación de las matemáticas.

Conviene reconocer las limitaciones de la gran mayoría de los estudiantes de hoy en lo que se refiere al lenguaje académico propiamente tal. Entendiéndose éste como aquel lenguaje que facilita la expresión e interpretación de conceptos propios del discurso escolar y del profesor. Se debe enfatizar en reconocer que estas limitaciones también existen, si no en el mismo contexto, con características similares, en las comunidades educacionales de escuela de sectores denominados de alto riesgo, comunidades pobres urbanas, suburbanas, rurales entre otras (Rojas, 2005).

Asimismo Rojas (2005) en su obra titulada *Las Matemáticas como lenguaje de comunicación y expresión de conocimiento: Un principio socio-constructivista*, advierte que existen documentos cuyo propósito estriba en la conducción de los procesos de reforma en educación matemática, tal es el caso del documento “Professional Standards for Teaching Mathematics” en los Estados Unidos, el cual provee guías para profesores y educadores matemáticos dirigidas a medios ambientes educativos en los cuales el enfoque es “alfabetización matemática” interpretándolo

como una necesidad de conectar el discurso matemático con prácticas de comunicación que incluyan la intervención de equipos interdisciplinarios, en especial la incorporación de expertos en desarrollo del lenguaje (NCTM, 1991). El salón de clases de matemáticas ofrece una oportunidad única de integrar en el discurso puramente matemático, la tradicional dicotomía de la comunicación matemática, y facilitar el desarrollo de lenguajes de comunicación interdisciplinaria, tal es el caso del lenguaje académico el cual se manifiesta como el fundamento del desarrollo de conceptos y analogías e interpretaciones matemáticas.

No obstante para alcanzar estas prácticas se necesitan cambios significativos en las aulas de clase de matemáticas, al mismo tiempo que una seria visión renovadora de las responsabilidades de las prácticas de instrucción y evaluación del profesor de matemáticas, lo que a su vez exige un cambio radical en los sistemas de principios y objetivos curriculares en la formación del profesor de matemáticas. Se debe apuntar a formar un profesor que se identifique con la necesidad de crear ambientes formativos donde las actividades atraigan el interés y estimulen el intelecto del estudiante, donde la interacción discursiva promueva la investigación, donde se forme el sentido de la disciplina, su uso, su historia y su magnitud, se estimule el desarrollo y crecimiento de las ideas matemáticas. Donde pensar matemáticamente, tener un punto de vista matemático, se refleje en la interpretación que se tenga de la vida y respuesta a las necesidades de acción social. Para esto se necesitan profesores con profundo conocimiento del contenido matemático, con disposición al crecimiento y desarrollo de su propio intelecto y al entendimiento de que su responsabilidad va más allá de las limitaciones de su aula de clase (Rojas, 2005).

Teniendo en cuenta que, y sin olvidar los principios mencionados, la adquisición del conocimiento matemático supone un proceso conjunto de internalización y externalización, en el cual los mecanismos individuales de construcción y reorganización del conocimiento convergen con los mecanismos interpsicológicos vinculados con la comunicación, la cooperación y la mediación semiótica. (Martí, 1996).

### **Fundamentos epistemológicos del error.**

En la educación el estudio sistemático de los errores cometidos por los estudiantes ayuda a comprender las dificultades que presentan diversos temas y permite diseñar procedimientos de enseñanza adecuados (Mancera, 1998).

Aún así y tal y como lo expone De La Torre, S. (2000) el error ha sido visto tradicionalmente como un resultado sancionable, como un desempeño indeseable del que no es posible sacar nada positivo. De allí que la teoría conductista trataba de eliminarlo antes de que ocurriera por sus efectos desfavorables y de afianzamiento, tal y como suele ocurrir cuando se observa una palabra mal escrita. Pero la consideración constructiva y didáctica del error no está en sí mismo, sino en la reflexión sobre él y en el proceso de reconstrucción que provoca. En efecto es la consideración sobre los actos fallidos o desaciertos lo que provoca un aprendizaje mucho más profundo y sólido que el derivado del estudio.

La preocupación por el conocimiento erróneo, por las condiciones que lo hacen posible y por las funciones que puede desempeñar en el dominio y avance de la ciencia, ha ocupado parte importante de las reflexiones de la ciencia y epistemólogos, entre los que se destacan: Skinner, Popper, Lakatos, Bachelard, Brousseau y Piaget. A continuación se presentan algunas ideas de los autores mencionados, que sirven de fundamento a este trabajo.

En el caso del conductismo de Skinner (1975) (citado por Rico, 1995) el error es considerado como un riesgo y un impedimento para el aprendizaje, además se consideraba al error como un estímulo negativo.

Pero es con Popper (1979) que el problema adquiere un notable protagonismo: este filósofo propone cambiar la pregunta de “¿Cuál es la fuente última del conocimiento?” por la de “¿Cómo podemos detectar y eliminar el error?”, y propone el racionalismo crítico como postura adecuada para explicar – y asegurar – el avance de la ciencia. El avance del conocimiento, afirma, consiste en la modificación del conocimiento anterior, a partir de someter a prueba las afirmaciones tenidas por verdaderas hasta el momento; la observación el razonamiento y la intuición tienen, como función fundamental, contribuir al examen crítico de las conjeturas (Popper,

1979, citado por Rico, 1995). Algunas conclusiones importantes a resaltar de las reflexiones hechas por Popper es señalar que no hay fuentes últimas del conocimiento, admitir que todo conocimiento es humano, que está mezclado con nuestros errores y nuestros prejuicios. Esto lleva a admitir el error como parte constituyente del proceso de adquisición del conocimiento. Además como idea complementaria de la presencia del error es la necesidad de un ejercicio constante de la crítica, sometiendo a prueba los conocimientos y aproximaciones a la verdad. La búsqueda crítica del error para modificar nuestros conocimientos deficientes es un corolario inevitable de las consideraciones anteriores (Rico, 1995).

En el mismo sentido Lakatos (1978) (citado por Rico, 1995) aporta elementos referentes a la lógica del descubrimiento y a la elaboración de conceptos en matemáticas. Este autor ofrece una metodología basada en los principios de la falsabilidad para la construcción del conocimiento matemático. Mediante la dialéctica de plantear conjeturas que aproximen una respuesta a un problema o cuestión abierta; la crítica de las conjeturas mediante contraejemplos globales y locales; y la superación mediante un aumento del contenido y una limitación en la extensión de los conceptos.

Uno de los denominadores comunes entre Popper (1979) y Lakatos (1978) es la idea de que hay que considerar como posible la retransmisión de la falsedad en un sistema deductivo, en oposición a la idea clásica de la retransmisión de la verdad como única opción. Así, la verdad objetiva pasa a ser una verdad relativa a unos conocimientos, unos esquemas de interpretación y unas reglas metodológicas que permiten acceder a esos conocimientos (Rico, 1995).

En otro orden de ideas, Bachelard (1978) (citado por Rico, 1995) planteó la noción de obstáculo epistemológico como explicación para esa aparición inevitable de errores que constituyen parte importante del avance en el conocimiento. En efecto, se conoce en contra de un conocimiento anterior, destruyendo conocimientos mal adquiridos o superando aquello que, en el espíritu mismo obstaculiza. La noción de obstáculo epistemológico, y las sucesivas clasificaciones de la misma, se han utilizado como clave para el estudio, sistematización, análisis y explicación de los

errores que se presentan en el pensamiento científico.

Apoyado en las ideas de Bachelard, Brousseau (1986) (citado por Rico, 1995) caracteriza los obstáculos en el entorno específico del aprendizaje de la matemática. De esta manera establece obstáculos de origen psicogenético, los cuales están vinculados con el desarrollo del aprendiz, los de origen didáctico, relacionados con la metodología que caracterizó al aprendizaje, y los de origen epistemológico, asociados con la dificultad intrínseca del concepto que se aprende. En todos los casos se destaca el carácter de resistentes que presentan estos obstáculos, y se hace necesaria su identificación, para luego alcanzar nuevos conocimientos a partir de su superación.

Por otra parte Piaget y la concepción cognitivista en general, verán en el error una estrategia constructiva para el aprendizaje. De ahí que Piaget (1976), (citado por De La Torre, 2000), escribiera: “un error corregido (por el sujeto) puede ser más fecundo que un éxito inmediato, porque la comprensión de una hipótesis falsa y sus consecuencias prevé nuevos conocimientos y la comparación entre dos errores da nuevas ideas”.

Piaget no es el único autor que expresa tan rotundamente la necesidad de rescatar el sentido constructivo del error. J. Sajavaara (1989) (citado por De La Torre, 2000), va más lejos al afirmar, nada más que en la Enciclopedia Internacional de la Educación: “Se ha demostrado que el hecho de provocar errores es a veces conveniente para que se den ciertos tipos de aprendizaje”.

Las ideas anteriores pueden completarse con la corriente constructivista, enmarcada en los siguientes aspectos: Todo conocimiento es construido, al menos en parte, a través de un proceso de abstracción reflexiva. Existen estructuras cognitivas que se activan en los procesos de construcción. Las estructuras cognitivas están en desarrollo continuo, la actividad con propósito induce la transformación de las estructuras existentes. Y por último reconocer el constructivismo como una posición cognitiva conduce a adoptar el constructivismo metodológico (Rico, 1995).

### **Análisis y clasificación de errores.**

Hay patrones consistentes en los errores a dos niveles: a nivel individual, ya

que las personas muestran gran regularidad en su modo de resolver ejercicios y problemas similares y a nivel colectivo, ya que distintas personas cometen errores semejantes en determinadas etapas de su aprendizaje. En razón a esta regularidad con la que suelen presentarse, varios autores han elaborado clasificaciones de los errores en el aprendizaje de la matemática, ya sea por su naturaleza, su posible origen o su forma de manifestarse (Rico, 1995).

Es precisamente la regularidad con que aparecen ciertos errores lo que ha permitido elaborar clasificaciones de los mismos. Las categorías no son compartimientos herméticos, y suelen solaparse unas con otras debido a que rara vez un error obedece a una causa única, pero permiten postular posibles razones para su aparición, y guiar, de ese modo, en la elección de las actividades remediales.

Así se tiene la siguiente clasificación aportada por Radatz (1979) (citado por Rico, 1995).

- Errores debido a dificultades del lenguaje. Se presentan en la utilización de conceptos, símbolos y vocabulario matemático, y al efectuar el pasaje del lenguaje corriente al lenguaje matemático.
- Errores debido a dificultades para obtener información espacial. Aparecen en la representación espacial de una situación matemática o de un problema geométrico.
- Errores debido a un aprendizaje deficiente de hechos, destrezas y conceptos previos. Son los cometidos por deficiencias en el manejo de algoritmos, hechos básicos, procedimientos, símbolos y conceptos matemáticos.
- Errores debidos a asociaciones incorrectas o a rigidez del pensamiento. Son causados por el modo habitual de pensamiento adquiridos mediante la experiencia sobre problemas similares anteriores y una falta de flexibilidad para adaptarse a situaciones nuevas; comprenden los errores por perseveración en los que predominan elementos singulares de una tarea o problema, los errores de asociación que incluyen interacciones incorrectas entre elementos singulares, los errores de interferencia en los que operaciones o conceptos diferentes interfieren con otros, los errores de asimilación en los

que una audición incompleta produce faltas en la lectura o escritura, y por último los errores de transferencia negativa a partir de tareas previas donde se identifica el efecto de una impresión errónea obtenida de un conjunto de ejercicios o problemas verbales.

- Errores debidos a la aplicación de reglas o estrategias irrelevantes. Son producidos por la aplicación con éxito de reglas o estrategias similares en contenidos diferentes.

En lo concerniente al presente estudio, este tomará como modelo la clasificación antes mencionada en cuanto a sus definiciones pero reorganizándolas en sus categorizaciones a saber:

- Errores conceptuales: Son los cometidos por deficiencias en el manejo de conceptos matemáticos, y están relacionados con los errores debidos a un aprendizaje deficiente de hechos, destrezas y conceptos previos en la clasificación de Radatz.
- Errores de etiquetación: Cuando realizan procedimientos análogos incorrectos entre problemas diferentes, y están relacionados con los errores debidos a asociaciones incorrectas o a rigidez del pensamiento en la clasificación de Radatz.
- Errores de omisión: Cuando se produce faltas en la lectura o escritura matemática a causa de una audición o visión incompleta o por olvido o ignorancia, y están relacionados con los errores debidos a asociaciones incorrectas o a rigidez del pensamiento en la clasificación de Radatz.
- Errores de cálculo: Son los cometidos por deficiencias en el manejo de algoritmos y hechos básicos, y están relacionados con los errores debidos a un aprendizaje deficiente de hechos, destrezas y conceptos previos en la clasificación de Radatz.

### **Enfoque didáctico del error.**

Los errores son elementos usuales en el camino hacia el conocimiento verdadero, por consiguiente en el proceso usual de construcción de los conocimientos

matemáticos van a aparecer de forma sistemática errores y por tanto el proceso mencionado de construcción deberá incluir su diagnóstico, detección, corrección y superación mediante actividades que promuevan el ejercicio de la crítica sobre las propias producciones (Rico, 1995).

De acuerdo a lo anteriormente planteado el señalamiento de un error no basta para corregirlo, como tampoco es suficiente la mayor ejercitación, se requiere profundizar en las posibles causas y determinar procedimientos “terapéuticos” tendientes a mejorar la situación. Aunque frecuentemente se cae en el error de aplicar la misma receta a todo tipo de situaciones: “Tienes que hacer más ejercicios”, lo conveniente es desarrollar, siguiendo las mismas ideas, categorías propias a diferentes contenidos programáticos. Dichas categorías nos permitirán tener un diagnóstico más preciso del tipo de errores más frecuentes con lo cual se contaría con una información necesaria para el diseño de estrategias remediales (Mancera, 1998).

Es importante mencionar lo manifestado por De La Torre (2000) en cuanto a que el error es un concepto que se inscribe en la perspectiva sociocognitiva de la educación, legitimada por las reformas educativas de muchos países y avalada por destacados psicólogos y pedagogos desde Dewey y Piaget hasta Bruner, Ausubel, Novak entre otros, en los que predomina un enfoque de orientación cognitiva o sociocognitiva.

El mismo De La torre explica en que consiste el enfoque didáctico del error, que no es más que la consideración constructiva e incluso creativa dentro de los procesos de enseñanza y aprendizaje. Al igual que en el descubrimiento científico, el aprendizaje puede llevarse a cabo mediante metodologías heurísticas y por descubrimiento. Estos procedimientos didácticos inciden en la actividad del sujeto para, siguiendo procesos semejantes a la ciencia, llegar a redescubrir aquellos contenidos culturales que están a su nivel. Pero, además de esta vía metodológica, el profesor puede valerse del error en otros sentidos tales como: analizar las causas del error, adoptar una actitud comprensiva, proponer situaciones o procesos para que el alumno descubra los fallos, utilizándolo como criterio de diferenciación de procesos de aprendizaje.

En este orden de ideas los errores más que indicadores de fracaso académico representan factores que aportan datos fundamentales para el mejoramiento del trabajo de los docentes de matemática. En este estudio se hace el análisis de los tipos de errores cometidos, clasificando los diferentes tipos de error, examinando de que forma se desvían de la solución correcta y haciendo estimaciones sobre los elementos que pueden haber causado el error.

### **Análisis del Razonamiento**

La división más antigua del razonamiento y que ha sido heredada de la Filosofía es la que comprende el razonamiento deductivo y el razonamiento inductivo. Existen múltiples diferencias entre ambos razonamientos. Particularmente la diferencia lógica consiste en que mientras una deducción es verdadera siempre que las premisas sean verdaderas para cualquier situación posible, la inducción solamente admite grados de certeza, es decir se llega a la conclusión de manera probable, pero no necesariamente cierta (Santamaría, 1995).

En este mismo orden de ideas Peirce (1878) (citado por Santamaría, 1995) añade, en el mismo nivel de análisis, una tercera categoría a la que denomina abducción. Para este autor, la deducción, la inducción y la abducción corresponden a tres figuras que representan otras tantas combinaciones de los componentes que integran un argumento. Estos componentes son regla, caso y resultado. En la deducción se obtiene el resultado a partir de la regla y el caso. En la inducción inferimos la regla de la combinación de caso y resultado. Por último, en la abducción se extrae el caso de la regla y el resultado.

Desde el punto de vista semántico (Johnson-Laird, 1988 citado por Santamaría, 1995), la inducción y la abducción suponen un incremento de la información en la conclusión con respecto a las premisas, mientras que en la deducción toda información contenida en la conclusión se encontraba ya en las premisas. La deducción no proporciona ningún incremento de la información semántica, pero eso no quiere decir que el usuario del sistema deductivo no aumente su conocimiento. La tautología puede resultar informativa cuando implica inferencias

manipulativas, es decir cuando se requiere la actuación del sujeto sobre su entorno o modelo físico o mental de éste para llegar a la solución, porque antes de ejecutar la aplicación, el resultado no resulta evidente al sujeto.

Por otra parte Santamaría (1995) plantea que la diferencia entre inducción y deducción es una cuestión de grado de certeza. La deducción tomaría para sí el grado absoluto de certeza, y la inducción, todos los estados intermedios. Pero ese grado de certeza parece una causa de problemas tanto para la deducción como para la inducción. En el primer caso por exceso y en el segundo por defecto. Sin embargo desde un punto de vista funcional bien podría suceder que las manifestaciones etiquetadas como inductivas o deductivas respondieran a procesos menores análogos.

La distinción clásica entre razonamiento inductivo y razonamiento deductivo permite mostrar cómo los procesos cognitivos implicados en los distintos tipos de razonamiento no difieren en lo sustancial, y en alguna medida el razonamiento en sí comparte mecanismos con otros procesos humanos como el aprendizaje (Santamaría, 1995).

Hay sin embargo un grupo muy numeroso de investigadores que ha adoptado dentro del estudio del pensamiento y el razonamiento la posición de que es posible enfrentarse a su análisis por medio de los constructos de reglas específicas o procedimientos. Esta definición es bastante amplia, pero establece todo un conjunto de investigaciones en este campo y forma el modelo de lo que se entiende por investigación en Ciencia Cognitiva. Cabe distinguir tres grupos: Los que defienden que las reglas son abstractas e independientes del contenido y el contexto, Los que defienden que se disponen de reglas, pero que éstas son sensibles al contenido y al contexto, y por último Los heurísticos, o aplicación de reglas por omisión (Carretero y Fernández, 1995).

Es oportuno destacar que para esta investigación el grupo que más se ajusta a los propósitos trazados en ella es el de los esquemas sensibles al contenido y al contexto, y específicamente dentro de estos, al correspondiente a los esquemas de razonamiento pragmático.

Por consiguiente debe hacerse referencia a la teoría de los esquemas, que se ha

aplicado al razonamiento y que comparte muchas de las características generales del enfoque de las reglas. Pero que a diferencia de ésta supera algunas de las críticas que se han realizado a los modelos de reglas abstractas por su carácter puramente sintáctico. En el modelo de los esquemas se ha introducido como condición que el sistema sea sensible a las características semánticas y/o contextuales según sea el caso.

El modelo señala que los esquemas como estructuras de conocimiento preexistentes inciden en la manipulación de la información en la dirección arriba-abajo. De acuerdo a este principio, se hace la conjetura de que la información presentada al sujeto no es representada como una especie de copia del original, sino reconstruida a lo largo de las diferentes fases del procesamiento de la información.

Además una de las predicciones más importante de la teoría de los esquemas se halla en el proceso de normalización, es decir, la información más consistente con los esquemas previos del sujeto será los que mejor capte éste y por lo tanto los que recuperará posteriormente con mayor precisión.

Es importante resaltar que en una revisión reciente hecha por Morris (1988) (citado por Carretero y Fernández, 1995) sobre la influencia del conocimiento previo sobre la memoria se ha comprobado que estas suposiciones son extensibles al ámbito de la vida cotidiana. En efecto la mente no funciona como un mecanismo único de propósito general cuya función sea la de utilizar un conjunto de reglas abstractas. Más bien parece que se encuentra muy especializada y es esencialmente sensible a ciertos aspectos contextuales con los que el sujeto mantiene estrechas relaciones en su vida diaria.

Con el objeto de ilustrar mejor lo anteriormente expuesto conviene exponer lo concerniente a los esquemas de razonamiento pragmático. Así esta teoría defiende que la mayoría de las inferencias deductivas de la vida cotidiana se realizan a través de esquemas de razonamiento pragmático. Estos esquemas son conjuntos de reglas sensibles a ciertos contextos generalizados y que están definidos en su relación con metas. La teoría postula, en definitiva, que los sujetos disponen de un sistema abstracto de reglas de inferencia que sólo es usado cuando las claves contextuales del

problema lo evocan.

Según lo señalan Carretero y Fernández (1995), los esquemas de razonamiento pragmático propuestos son los esquemas contractuales por una parte que pueden ser de dos tipos, los esquemas de permiso y los esquemas de obligación, y por otro lado los esquemas causales.

El grupo de reglas para situaciones que implican permiso, es decir, situaciones en las cuales alguna acción A puede ser realizada sólo si la precondition B es satisfecha, son las siguientes:

- Regla 1: Si la acción se va a realizar, entonces la precondition debe ser satisfecha.
- Regla 2: Si la acción no se va a realizar, entonces la precondition no necesita ser satisfecha.
- Regla 3: Si la precondition se satisface, entonces se puede realizar la acción.
- Regla 4: Si la precondition no se satisface, la acción no puede ser realizada.

En lo referente a las reglas del esquema de obligación son parecidas, pero adaptadas a situaciones en las que uno está obligado a hacer algo. Las reglas en este esquema toman la forma si la situación B aparece, entonces la acción A debe estar hecha.

Y en cuanto a los esquemas causales son conexiones causa-efecto en las que la dirección de la relación viene dada por el tipo de vínculo existente: necesario, suficiente, ambos o ninguno de los dos. Con las restricciones adicionales de que la causa precede temporalmente al efecto y que puede suceder con él.

### **Solución de Problemas y Transferencia**

Para facilitar la solución de problemas por medio de la enseñanza según lo exponen Resnick y Ford (1990), se utilizan tres ingredientes básicos de la resolución de problemas, a saber, el conocimiento previo, el entorno de la tarea y las estrategias, se pueden indicar intervenciones pedagógicas que podrían mejorar el funcionamiento de cada componente en la situación de resolución del problema. En cuanto al conocimiento previo, la enseñanza puede intentar garantizar la presencia del

conocimiento bien estructurado, y maximizar los vínculos con los conceptos y procedimientos relacionados. Desde un punto de vista puramente intuitivo, cuanto más datos, procedimientos y relaciones caractericen la estructura del conocimiento de una persona, más probabilidades tendrá dicha persona de inventar o de descubrir las conexiones requeridas. Si a un estudiante le falta el conocimiento de los requisitos previos, no se puede esperar una resolución hábil de problemas de su parte. Además la enseñanza también puede intentar tener en cuenta el papel del entorno de la tarea como estímulo primario de la resolución del problema. Por ejemplo, para proporcionar práctica en la estrategia de resolución de problemas, se puede presentar el problema con claridad, con un mínimo de información ajena al mismo, o se puede acompañar el planteamiento del problema de dibujos y diagramas. Por último, puede ser posible diseñar una enseñanza de las estrategias concretas de resolución de problemas. El concepto de enseñar habilidades de resolución de problemas generalizadas ha sido estudiado a fondo por Polya (1945/1957).

En este contexto Resnick y Ford (1990) señalan que George Polya dedicó varios años a enseñar a los profesores cómo debían enseñar matemáticas. Según estos autores Polya proporciona un conjunto de preguntas específicas o pasos que se deben seguir cuando se trabaja un problema, cada uno de los cuales se podría considerar heurístico, palabra de origen griego que quiere decir que sirve para descubrir. Además Polya (1945/1967), divide la resolución de problemas en cuatro etapas, a saber: comprender el problema, concebir un plan para descubrir la solución, llevar a cabo el plan, y repasar para verificar el procedimiento además de comprobar el resultado.

De esta manera resolver problemas matemáticos requiere de la aplicación de conocimientos previos y recientes, estrategias y destrezas en la solución de problemas nuevos y su transferencia puede ser difícil de lograr. (Bransford, 1999 citado por Ehmig, 2005). Esto debido a que en matemática, a diferencia de otras materias, los problemas a los que se enfrenta el estudiante son distintos y ello implica que aunque éste aprenda a resolver 1000 ó 10000 problemas perfectamente, el problema siguiente requerirá siempre de algún conocimiento previo que no esté presente en los

anteriores. Transferir esta capacidad de resolver problemas matemáticos no siempre es tan fácil, de hecho muchos alumnos son capaces de pasar el año sin lograr la capacidad de resolver los problemas que se presentan en situaciones nuevas (Brown, 1992, citado por Ehmig, 2005).

A tal efecto y así como conceptualiza Cooper & Sweller (1987) (citado por Ehmig, 2005), para resolver un problema el estudiante debe:

- a) Dominar las reglas para la solución de problemas.
- b) Desarrollar categorías o esquemas para organizar los problemas en grupos que requieren soluciones similares.
- c) Estar conscientes de que problemas nuevos se relacionan a problemas ya conocidos.

De esta manera en el momento en que los estudiantes dominan las reglas de solución requieren dedicar menos memoria de corto plazo o temporal a los detalles y en cambio usan más recursos cognitivos para identificar conexiones entre problemas y planificar su ejecución. Cuanto más amplio sea el esquema desarrollado, mayor probabilidad hay de que las conexiones entre problemas nuevos y otros ya conocidos sean reconocidas y por tanto se de la transferencia resolviendo así el problema.

En este mismo orden de ideas Fuchs y otros (2003) (citado por Ehmig, 2005) señala que existen dos tipos de transferencia, la de bajo y alto recorrido, la transferencia de bajo recorrido es la que se logra al realizar prácticas extensas y variadas, y ocurre en relación a la evocación automática del comportamiento aprendido previamente. En cuanto a la transferencia de alto recorrido es la que requiere de realizar una abstracción pensada de los principios aplicables en diferentes contextos o tareas.

Para entender mejor lo referente a la transferencia es conveniente resaltar su origen teórico como lo es la teoría asociacionista. Según Resnick y Ford (1990) la psicología asociacionista explicaba tradicionalmente la transferencia diciendo que el aprendizaje correcto de una tarea haría más fácil aprender una segunda tarea en la medida en que las dos tareas contuviesen elementos comunes, es decir, los mismos conjuntos de asociaciones. A esto también se le llama teoría de los elementos

idénticos en la transferencia, y se ha explorado en experimentos desde los primeros años del siglo. El concepto de elementos idénticos se fue ampliando a lo largo del tiempo hasta abarcar reglas y principios, además de asociaciones individuales. Hasta que Robert Gagné (1962, 1970) propuso la teoría del aprendizaje acumulativo. Esta es una versión especial de una teoría de los elementos idénticos en la que las tareas más sencillas funcionan como elementos de las tareas más complejas. El hecho de que las tareas complejas estén compuestas de elementos identificables y más sencillos permite la transferencia de lo sencillo a lo complejo. La teoría del aprendizaje acumulativo supone que el aprendizaje del contenido es una acumulación de elementos cada vez más complejos, que parte de conexiones sencillas estímulo-respuesta, pasa por conceptos y reglas, y llega a la resolución de problemas de orden superior y al pensamiento. Basándose en la teoría del aprendizaje acumulativo, las tareas matemáticas se pueden dividir en jerarquías de habilidades de componentes que muestren una transferencia positiva a las habilidades de mayor nivel de la jerarquía.

### **El enfoque pragmático en la solución de problemas.**

El enfoque pragmático ha sido desarrollado principalmente por Holyoak y sus colaboradores y el argumento central de este enfoque consiste en sostener que la información transferida desde un dominio-base a un dominio-objetivo esta fuertemente influenciada por las metas del sistema (Holyoak, 1985, citado por Sierra, 1995). Es decir, el establecimiento de una analogía se considera una función de las metas de un individuo. Por lo tanto, el principio que rige la proyección y la transferencia analógica sería de naturaleza pragmática y no sintáctica que indica que las situaciones problemas son análogas porque comparten un conjunto sistemático de relaciones de orden superior. Este principio de sistematicidad, insiste Holyoak, es un subproducto del pragmatismo de la solución del problema, en el sentido de que las relaciones de orden superior, tales como las estructuras causales, las implicaciones y las dependencias, en realidad son elementos causales pragmáticamente importantes para la consecución de la meta.

Holyoak y sus colaboradores establecen los siguientes supuestos representacionales:

- 1) Los dominios de la analogía, problema-base y problema-objetivo, están representados en varios niveles de abstracción, que se corresponden con los niveles macroestructurales postulados por Kintsch y Van Dijk (1978) (citado por Sierra, 1995).
- 2) A un determinado nivel de abstracción de la macroestructura de cada analogía, esta representada por un tipo de esquema-problema, que consta de los siguientes componentes, organizados de un modo jerárquico: estado inicial, plan de solución y resultados.
- 3) Desde una perspectiva relacional, cualquier nivel de representación consta de un conjunto de relaciones verticales o cadenas causales y de otro de correspondencias horizontales (Holyoak, 1984, citado por Sierra, 1995)). En la práctica, estos conjuntos de relaciones corresponden a las relaciones de orden inferior y superior de Gentner, respectivamente. La diferencia estriba en que para Holyoak tanto las relaciones causales como las de correspondencia son reglas procedimentales del tipo situación-acción.

Asimismo el modelo pragmático postula la dimensión procedimental de la analogía básicamente en torno a las fases de recuperación, proyección e inducción.

- 1) Las situaciones-problema pueden representarse en términos de las características más elementales –entendiendo el término características en el sentido más amplio para referirse tanto a las propiedades o atributos de los conceptos como a las relaciones estructurales existentes entre ellos–. Cada característica procesada activaría en la memoria las representaciones de las situaciones que le comparten. Las activaciones resultantes de las múltiples características compartidas se sumarían y si el nivel global de activación de una o varias de las situaciones representadas excede un umbral determinado, tales representaciones pasarían a estar disponibles para realizar un procesamiento inmediato, tal como puede ser el inicio de un razonamiento analógico. Este modelo de recuperación en el modelo pragmático estaría

dominado por las semejanzas compartidas por las metas de los análogos (problema-objetivo y problema-base). De acuerdo con este modelo, en primer lugar es la meta del problema-objetivo la que ayuda a determinar que criterios o reglas serán aplicadas, y en consecuencia qué características de los conceptos incluidos en el problema-objetivo serán realmente activadas. En segundo lugar los análogos base que tienen más probabilidades de ser seleccionados serán aquellos que estén relacionados con múltiples componentes del problema-objetivo.

- 2) La proyección se lleva a cabo en dos fases. Inicialmente se establece una proyección parcial entre algunos componentes del estado inicial de ambos análogos, normalmente al nivel esquemático y abstracto. Posteriormente, se establecen las correspondencias entre las metas, los recursos, entre otros, de ambos análogos. La proyección inicial es utilizada para generar las proposiciones de la solución paralela en el problema-objetivo. Holyoak (1984) (citado por Sierra, 1995) diferencia cuatro tipos de relaciones en el momento de la proyección, dependiendo del tipo de semejanza existente entre las características de los análogos y la relevancia de éstas en el plan de solución. Cada una de las relaciones afecta de modo diferente a las posibilidades de éxito de la transferencia analógica. Como primer tipo señala las Identidades, las cuales se refieren a aquellos elementos que son lo mismo en ambos análogos. Luego el tipo de Correspondencias indeterminadas, que son elementos que el sujeto que establece la analogía debe añadir para completar la proyección. Este tipo de correspondencia, eventualmente, puede aportar tanto una extensión útil de la analogía como una explicación de por qué una solución aparentemente análoga al problema-objetivo falla cuando se desarrolla. Los otros dos tipos de proyecciones se refieren a las diferencias conocidas entre los dos análogos. Diferencias que preservan la estructura y diferencias que infringen la estructura. No obstante, las diferencias no necesariamente deben impedir el morfismo; después de todo, los problemas únicamente se supone que son análogos, no idénticos.

- 3) Finalmente, si la analogía conduce a una solución válida, puede darse un proceso de inducción a partir de los análogos para formar un esquema. Este proceso supone encontrar una caracterización abstracta que recoja los aspectos comunes entre los estados iniciales, los planes de solución y los resultados de los análogos.

### **El concepto de competencia.**

Sin duda el devenir histórico de la educación ha sido un cúmulo de transformaciones a partir de la evolución educativa y del pensamiento en general. Muchas son las teorías y los paradigmas que han regido y transformado la educación, lo cierto es que algunas impactan de manera más contundente a las sociedades dependiendo de los tiempos y momentos que históricamente se viven. Ante esto, desde los propios programas educativos vigentes se ha delineado o dibujado los esquemas a seguir en el trabajo docente, entre las teorías más destacadas se puede resaltar el constructivismo y el cognoscitivismo, que apuntan a la participación directa del educando en su propio aprendizaje que consiste básicamente en la transformación de sus esquemas de conocimiento hacia otros de mayor rango o mayor utilidad, tanto en el saber, como el saber hacer y el saber ser en convivencia con los demás. (Barrientos, 2014).

Lo anterior en sí constituye el concepto de competencia, habrá que agregar que en una sociedad regida por el mercado como la nuestra, el pragmatismo se hace presente y pretende alcanzar la aplicación de dichos conocimientos en situaciones específicas que sean de utilidad tanto para el propio ciudadano como para la colectividad. Solo falta agregar que sociológicamente, la educación apunta hacia un funcionalismo al pretender encontrar respuestas al mundo en general, a la sociedad, a la producción, a la felicidad, a la autonomía, a la independencia personal, a la libertad y a la convivencia, al logro de reconocimiento por la consecución de metas entre otros, por lo que es posible asegurar que la educación apunta hacia todos lados, hacia la transformación personal, humana, social y científica a través del conocimiento, su aplicación y utilización en bien de la misma sociedad en lo general y del individuo en

lo particular.

El desarrollo de competencias, más que un término que está de moda, es una necesidad social de la educación, para hacer eficientes los procesos de enseñanza aprendizaje que involucran tanto al cognitivismo, al constructivismo, la pedagogía crítica, el funcionalismo y el pragmatismo entre otros, que aplicados a lo propuesto en los planes y programas de estudios conducen al proceso educativo hacia el logro de saberes tanto conceptuales, como procedimentales y actitudinales mejor conocidos como competencias. Estas competencias sólo es posible adquirirlas y transmitir las por parte del docente a partir de una transformación personal en su quehacer cotidiano mediante una intervención educativa de su propia práctica. Dicho de otra manera, el desarrollo de competencias está vinculado al desarrollo propio de la persona y constituye, en este sentido, la forma de hacer, ser y saber para cumplir con los parámetros y requerimientos de la vida cotidiana. (Barrientos, 2014).

### **Historia, noción y aplicación del Álgebra.**

Los primeros documentos del álgebra tienen una antigüedad de unos 4000 años, los cuales se encontraron en Egipto y Babilonia, pues fueron estas dos civilizaciones las que le dieron una importancia selecta al tema; los egipcios abrieron paso a la matemática, con un álgebra muy elemental, en el siglo XVI a.C., ellos utilizaron esta rama de la matemática para la repartición de suministros, cosechas y materiales, para esto disponían de un método que resuelve ecuaciones lineales, el cual se llama: “El método de la falsa posición”. Solo como referencia histórica, cabe señalar que los egipcios al número desconocido de una ecuación, variable, le llamaban “montón”. Una de las muestras de la matemática que aplicaron los egipcios, se encuentra en el papiro de Rhind, en el cual viene la resolución de operaciones con fracciones, geometría (área del rectángulo, triángulo, trapecio, círculo), cálculo de dimensiones y volúmenes de pirámides. También incluye aritmética, la estereometría y varios problemas prácticos. Los egipcios fueron un gran pueblo que aportó en muchas áreas, y pese a su trascendental aporte, no fueron la única civilización que contribuyó en el álgebra. Entre ellas se tiene Babilonia. (Aguirre, s.f.).

Babilonia a finales del cuarto milenio antes de Cristo fue una metrópoli de altos conocimientos y muchas estrategias significantes para la sociedad actual; entre ellos están los conocimientos matemáticos. El área de la matemática en que se desarrollaron más los babilonios fue el álgebra, ésta alcanzó un nivel considerablemente más alto que en Egipto, ya que los babilónicos solucionaron tanto ecuaciones lineales como ecuaciones cuadráticas y en algunos casos, ejemplos de ecuaciones cúbicas. Además de esto, desplegaron técnicas y métodos para medir y contar. Fueron los problemas prácticos de agrimensura, intercambio comercial y del desarrollo de las técnicas cartográficas, los que propiciaron el desarrollo de estas habilidades en Babilonia. La documentación matemática babilónica que se conserva de la época son tablillas de arcilla blanda donde se imprimía el texto con una varilla y a continuación se cocinaban en hornos para endurecerlas. Bajo un análisis claro, se sabe que las tablillas babilónicas muestran que mediante los cálculos, sus escritores no sólo intentaban resolver problemas del mundo real, sino otros más abstractos y artificiales. Sin embargo, hay que mencionar que la cultura que más desarrolló e influyó en la actual, es la árabe, ya que fueron ellos los que presentaron valiosa información utilizada hoy en día por todos aquellos que estudian matemáticas. (Aguirre, Ob. Cit.).

La cultura árabe se formó en la península arábiga, habitada en el siglo VI a.C. por nómadas del desierto conocidos como beduinos, los cuales no sabían leer ni escribir. Su despertar intelectual se le debe al califa Al-Mamun quien ordenó traducir todas las obras griegas existentes al árabe, fundando con esto la Casa de la Sabiduría en Bagdad, entre los aportes intelectuales está el álgebra, en lo cual los árabes contribuyeron, antes que nada con el nombre, la palabra álgebra viene de un libro escrito en año 830 por el astrónomo Mohammed ben Musa Al-Khowârizmî, titulado Al-jabr w'al muqâbala, que significa restauración y simplificación. (Aguirre, s.f.).

Mohammed ben Musa Al-Khowârizmî fue uno de los primeros creadores del método de resolución de ecuaciones cuadráticas, matemático prolifero de habilidades y conocimientos, se le conoce como el padre del álgebra, sus grandes contribuciones,

como la geografía, la astronomía, la cartografía y el establecimiento de las bases del álgebra y la trigonometría, lo demuestran hasta hoy en día; Al-Khowârizmî también fue autor de varios tratados sobre astronomía y matemáticas, entre ellos uno de los primeros tratados islámicos acerca del álgebra, y fue gracias a la traducción al latín de su libro acerca del sistema de numeración hindú, “Algoritmi de Numero Indorum,” que se dio a conocer en Europa y de ahí al mundo entero. Sin embargo, cabe destacar que su obra más importante, fue su tratado de álgebra, que es una introducción compacta al cálculo, usando reglas para completar y reducir ecuaciones; además de sistematizar la resolución de ecuaciones cuadráticas, también trata geometría, cálculos comerciales y de herencias, quizás éste es el libro árabe antiguo más conocido. En conclusión, el trabajo de Al-Khowârizmî permitió preservar y difundir el conocimiento de los griegos e hindúes, pilares de nuestra civilización, rescató de los griegos la rigurosidad y de los hindúes la simplicidad, sus libros son intuitivos y prácticos y su principal contribución fue simplificar las matemáticas a un nivel entendible por los no expertos. (Aguirre, Ob. Cit.).

Es así como desde tiempos remotos, y como parte esencial de su propio desarrollo evolutivo, el hombre ha procurado entender los diferentes aspectos que forman parte de su vida cotidiana. Para ello ha procurado disponer de herramientas que le permitan no sólo poder cazar y recolectar con mayor eficiencia, sino también poder medir longitudes, ordenar y contar objetos, o reconocer fenómenos periódicos de la naturaleza. Como parte de este proceso de elaboración, el hombre ha construido modelos que le han facilitado la tarea de resolver problemas concretos o que le han ayudado a encontrar una solución al problema específico que lo afecta. Todo esto con el propósito de favorecer tanto su forma de vida como la de los miembros de su comunidad. Muchos de estos problemas tienen un carácter algebraico, es decir, pueden plantearse mediante algunas ecuaciones con coeficientes en algún campo de números y con unas pocas variables o incógnitas. La palabra *ecuación* proviene del latín *aequatio* que significa *igualdad*. Así, una ecuación es una igualdad que contiene algunas cantidades desconocidas. (Luzardo y Peña, 2006).

En este sentido el álgebra es un área de la matemática que representa la

generalización de la cantidad a través de letras y símbolos especiales (Baldor, 2001).

Además el álgebra representa uno de los pilares fundamentales para la formación del docente de matemática por cuanto, según González (2005): El álgebra es la parte de las matemáticas que tienen por objeto generalizar todas las cuestiones que se pueden proponer sobre las cantidades. El concepto algebraico de cantidad es mucho más amplio que el aritmético, puesto que mientras en aritmética las cantidades se representan mediante números que expresan valores determinados, en álgebra las cantidades se representan mediante letras que pueden representar cualquier valor que se les asigne. Es por ello que el proceso de aprendizaje de esta asignatura resulta complejo, por cuanto a los estudiantes les cuesta comprender que una letra represente la totalidad de los elementos de un determinado conjunto.

Por otra parte, como bien es sabido la matemática fortalece en gran forma los procesos del pensamiento, sin embargo de forma más específica la Facultad de Ciencias Económicas de la Universidad de Tucumán (2008) en la página web de su Cátedra de Álgebra indica que: En particular, la asignatura “Álgebra” no sólo aporta a la consecución de las formas del pensamiento, al proporcionar los instrumentos matemáticos básicos, contribuye a la formación de habilidades esenciales en los estudiantes que los capacitan para un desempeño eficiente tanto en el resto de las asignaturas de la Disciplina Matemática (Introducción al Análisis Matemático y Análisis Matemático), como en las Matemáticas del Área Aplicada (Estadística, Investigación Operativa, Matemática Financiera) y otras del Ciclo Superior que necesitan Álgebra como herramienta fundamental.

Además los conceptos y métodos del álgebra lineal han contribuido decisivamente al desarrollo de muchas áreas del conocimiento tanto dentro como fuera de la Matemática, entre las que podemos mencionar: la teoría cualitativa de ecuaciones diferenciales, la teoría de códigos y criptografía, la teoría de decisiones, robótica, astronomía y programación lineal. No es exagerado afirmar que sus ideas y resultados aparecen en casi todo desarrollo humano. (Luzardo y Peña, 2006).

## **Sistema de Hipótesis**

### **Hipótesis General**

Los alumnos tratados con la estrategia constructivista – pragmática (ECOPRA) mejoraron significativamente el desempeño matemático y sus dimensiones en comparación con los resultados obtenidos por el grupo tratado con la estrategia tradicional.

### **Hipótesis Específicas**

1. En condiciones iniciales, los estudiantes tratados con la estrategia ECOPRA son equivalentes al grupo tratado con la estrategia tradicional respecto al desempeño matemático en operaciones algebraicas demostrado en la pre-prueba.
2. Después de aplicado los tratamientos pedagógicos ECOPRA y tradicional, el desempeño matemático en operaciones algebraicas demostrado en la post-prueba fue superior en el grupo experimental que en el grupo control.
3. El nivel de error cometido por los alumnos en operaciones algebraicas en la post-prueba depende de la estrategia pedagógica administrada.
4. La estrategia ECOPRA mejora la estimación de las dimensiones del desempeño matemático en comparación con la estrategia tradicional.

## **Sistema de Variables**

### **Variable Independiente**

Estrategia didáctica Enseñanza Constructivista Pragmática, “ECOPRA”.

### **Variable Dependiente**

Desempeño matemático relacionado con operaciones algebraicas definidas como Habilidad conceptual – procedimental, destreza comunicacional, tipos de error, capacidad de razonamiento y competencia en la solución de problemas.

### **Variables Intervinientes**

Otras variables intervinientes como edad, estado civil, hábitos de estudio,

grupos socioeconómicos, procedencia geográfica y condición laboral; serán controlados mediante la selección de dos grupos lógicamente semejantes de la misma población, buscando así garantía en que los grupos en estudio difieran solo en la aplicación de la estrategia ECOPRA y la enseñanza tradicional.

### **Definición de Términos Básicos**

Para los efectos de este trabajo deben considerarse los términos siguientes como se definen a continuación:

- **Desempeño matemático**: Grado de cumplimiento de una actividad que requiere el dominio de conocimientos matemáticos, y es observable en elementos tales como habilidad conceptual - procedimental, destreza comunicacional, capacidad de razonamiento, tipos de errores y competencia en la solución de problemas.
- **Enseñanza constructivista pragmática (ECOPRA)**: Estrategia didáctica basada en la construcción del conocimiento por parte del estudiante de manera individual y social, en forma interactiva; para lo cual proporciona entornos de aprendizaje en donde puedan desarrollar actividades que le permitan descubrir ese conocimiento y aplicarlo en situaciones prácticas. La estrategia lleva consigo 4 fases de enseñanza basadas en las ideas de Piaget, Vygotsky y Dewey (1. Argumentar a través del diálogo, 2. Proponer situaciones problemáticas enmarcadas en entornos reales, 3. Organizar actividades didácticas, individual y luego grupal, para la comprensión del problema, 4. Evaluar la transferencia de aprendizajes).
- **Error**: Es cuando se realiza una práctica, acción o argumentación que no es válida desde el punto de vista de la institución matemática.
- **Errores conceptuales**: Son los cometidos por deficiencias en el manejo de conceptos matemáticos.
- **Errores de cálculo**: Son los cometidos por deficiencias en el manejo de algoritmos y hechos básicos.
- **Errores de etiquetación**: Es cuando se realizan procedimientos análogos incorrectos entre problemas diferentes.
- **Errores de omisión**: Es cuando se producen faltas en la lectura o escritura

matemática por olvido o ignorancia.

- **Razonamiento**: Es el uso del pensamiento para combinar unas ideas con otras, partiendo de lo ya conocido o de lo que se cree conocer hasta descubrir lo desconocido o menos conocido y de esta manera ser capaz de resolver problemas.

- **Solución de problemas**: Es transferir conocimientos, a partir de episodios de solución de problemas pasados, al problema actual y utilizar el conocimiento transferido para elaborar una solución al problema que se tiene planteado.

## **CAPÍTULO III**

### **MARCO METODOLÓGICO**

#### **Tipo y Diseño de Investigación**

El presente estudio por haber tenido como propósito indagar y producir conocimiento novedoso en base a un fenómeno en particular obedece a una investigación de tipo científicista “... encontrar respuestas en relación con lo no conocido mediante evidencia empírica, a través del uso de técnicas de recolección y análisis cuantitativo de los datos; ..., se trata de una investigación científicista orientada a la producción de nuevo conocimiento ...” (Orozco, Labrador y Palencia de Montañez, 2002). Además por su intención de explicar un fenómeno estableciendo la causalidad de una variable sobre otras variables partiendo de los resultados de una muestra y haciendo inferencia de dichos resultados al resto de la población mediante el contraste de hipótesis se enmarca dentro de la modalidad explicativa (Inferencial contextual). Al respecto, el diseño de investigación corresponde a un cuasiexperimental con preprueba – postprueba y grupos intactos, uno de los cuales será el grupo experimental y el otro grupo control.

#### **Población y Muestra**

La población objeto de estudio estuvo conformada por 57 alumnos cursantes de la asignatura matemática del I semestre en el C.U.A.M., sede Naguanagua, del turno de la mañana, para el período académico 2015A.

En cuanto a la muestra, esta fue tomada intencionalmente debido a la forma natural como se estructuraron los grupos que conforman la población (grupos intactos) esto motivado a que los cursos están sujetos a la inscripción inicial que se realiza cada semestre en la institución.

Para el número de integrantes de la muestra se asumió la totalidad de la

población, es decir, el total de los alumnos cursantes de dos secciones del turno de la mañana que comprenden 29 estudiantes en una de las secciones, que pasó a ser el grupo experimental, y 28 estudiantes en la otra sección que se seleccionó como grupo control.

### **Técnicas e Instrumentos de recolección de datos**

En esta investigación se utilizó la técnica indirecta de recolección de datos, ya que los sujetos investigados registraron en los instrumentos pertinentes los datos necesarios para el estudio.

A tal efecto, se elaboró como instrumento una prueba de rendimiento académico escrita de tipo ensayo (ver anexos B y C), que tal y como la define Ruiz (1998), es la más apropiada para la evaluación de aprendizajes complejos ya que en ella se aprecia la capacidad del estudiante para producir, organizar y expresar sus ideas en forma escrita, además de la habilidad de razonamiento independiente, por lo tanto, permitió obtener los datos necesarios para determinar tanto el grado de dominio conceptual – procedimental como el grado de dominio de comunicacional matemático, así como los niveles de análisis, de transferencia y el de los errores cometidos. Por la complejidad de estos procesos se diseñó una matriz de estimación de atributos cualitativos (Rúbrica) según los criterios de la organización 4 teachers de la Universidad de Kansas en los Estados Unidos de América. (2006).

La prueba de ensayo constó de preguntas en donde el estudiante tuvo completa libertad para responder y por ello la confiabilidad de consistencia interna se hizo a través del procedimiento de dos mitades corregido por el coeficiente de correlación de Spearman-Brown ya que fue el apropiado para tal efecto, y con el uso del programa estadístico SPSS para su cálculo el resultado fue 0,83 lo cual permite afirmar que la prueba es altamente confiable.

### Estadísticos de fiabilidad

Alfa de Cronbach	Parte 1	Valor	,728
		N de elementos	8 <sup>a</sup>
	Parte 2	Valor	,859
		N de elementos	7 <sup>b</sup>
N total de elementos			15
Correlación entre formas			,706
Coeficiente de Spearman-Brown	Longitud igual		,827
	Longitud desigual		,828
Dos mitades de Guttman			,823

a. Los elementos son: Item N° 1, Item N° 2, Item N° 3, Item N° 4, Item N° 5, Item N° 6, Item N° 7, Item N° 8.

b. Los elementos son: Item N° 8, Item N° 9, Item N° 10, Item N° 11, Item N° 12, Item N° 13, Item N° 14, Item N° 15.

La validez del instrumento fue determinada por el juicio de expertos, para lo cual se solicitó la colaboración de tres reconocidos profesores de matemática, quienes consideraron que efectivamente los instrumentos sometidos a evaluación miden lo que se pretende medir (ver anexo G).

### Procedimiento

Con el fin de llevar a cabo el plan de trabajo y cumplir los objetivos propuestos se describen los procedimientos siguientes:

- Elaboración del instrumento para medir las variables guías de la investigación, tomando en cuenta la naturaleza de ésta. Se escoge para tal fin una prueba de rendimiento académico escrita de tipo ensayo. Para ello se presentó una primera versión a un grupo de tres expertos con el fin de validarlos mediante el criterio de juicio de expertos, según criterio, pertinencia, coherencia y claridad en función de la correspondencia de cada ítem respecto a las dimensiones habilidad conceptual – procedimental, destreza comunicacional, tipo de error, capacidad de razonamiento y competencia en solución de problemas en operaciones algebraicas.
- Aplicación de la versión validada a un grupo piloto de sujetos para determinar la confiabilidad del instrumento en cuestión.

- Aplicación de la prueba de ensayo a ambos grupos con carácter de pre-prueba, con el objeto de caracterizar las dimensiones del desempeño matemático que poseen los alumnos previo a la experimentación.
- Aplicación de la estrategia didáctica constructivista – pragmática (ECOPRA) en el grupo experimental (ver anexo H) y la estrategia tradicional al grupo control.
- Aplicación de la prueba de ensayo a ambos grupos con carácter de post-prueba, con el objeto de caracterizar las dimensiones del desempeño matemático que poseen los alumnos posterior a la experimentación.
- Codificación de los resultados, los cuales fueron estimados e interpretados mediante el uso de rubricas (ver anexos D, E y F), para posteriormente promediar todos los ítems correspondiente a cada indicador.
- Presentación, análisis e interpretación estadística de los datos.
- Elaboración de conclusiones y recomendaciones.

### **Técnicas de Procesamiento y Análisis de los datos**

Una vez recopilados, codificados y organizados los datos, éstos fueron procesados utilizando técnicas estadísticas descriptivas tales como la media aritmética y la mediana como medidas de tendencia central; el rango intercuartil, amplitud total, y la desviación típica como medidas de dispersión; cuadros, gráficos de barras y gráficos de caja, para mostrar las tendencias con respecto a cada variable presentada por ambos grupos.

Posteriormente se hizo un análisis inferencial atendiendo al tipo de investigación mediante técnicas estadísticas apropiadas para el propósito y naturaleza de los datos. Así por cada hipótesis específica se hizo el respectivo contraste de hipótesis, en la que se persiguió describir la condición en la cual se presentó el problema investigado y la posible relación entre las variables consideradas en el estudio, las técnicas de análisis estuvieron fundamentadas en criterios referidos a estimación de la varianza y prueba de diferencia de medias mediante la distribución t de student como prueba estadística paramétrica así como la prueba de Levene para

igualdad de varianzas, además de acuerdo al tipo de las variables también se aplicaron pruebas de análisis no paramétrico, como la prueba de dependencia de Kolmogorov-Smirnov para muestras independientes.

Finalmente se realizó un análisis multivariado del desempeño matemático desglosado en diversas dimensiones a saber: Destreza Comunicacional, Capacidad de Razonamiento, Competencia en Solución de problemas, Tipos de error y Habilidad Conceptual – Procedimental, para ello se aplicó un análisis de varianza con medidas repetidas, procedimiento modelo lineal general. Todos los análisis estadísticos empleados se realizaron con la utilización del paquete de aplicación estadística para computadoras SPSS.

**CAPÍTULO IV**  
**PRESENTACIÓN Y ANÁLISIS DE LOS RESULTADOS**

**Presentación de los resultados.**

**CUADRO N° 2.**

**Matriz general de la estimación del desempeño matemático inicial (Pre-prueba) del grupo control.**

Sujeto	Dominio Conceptual- Procedimental	Transferencia	Análisis	Dominio Comunicacional	Error	Desempeño Matemático
C1	3	3	3	3	3	15
C2	2	2	2	2	2	10
C3	1	1	1	1	2	6
C4	0	0	0	1	1	2
C5	0	0	0	1	1	2
C6	1	2	2	1	2	8
C7	0	0	0	0	0	0
C8	1	1	1	1	2	6
C9	2	2	2	2	2	10
C10	1	1	1	1	2	6
C11	1	1	1	1	2	6
C12	1	1	1	2	1	6
C13	1	0	0	1	1	3
C14	1	1	1	0	1	4
C15	1	1	1	1	1	5
C16	0	0	0	0	0	0
C17	1	1	1	2	2	7
C18	0	1	1	1	1	4
C19	0	0	0	1	1	2
C20	0	0	0	0	0	0
C21	1	1	1	1	2	6
C22	1	1	1	1	1	5
C23	2	2	2	2	2	10
C24	1	1	1	1	2	6
C25	0	0	0	0	1	1
C26	0	0	0	0	0	0
C27	0	0	0	0	0	0
C28	1	1	1	1	2	6
<b>X ± S</b>	<b>0,82 ± 0,77</b>	<b>0,86 ± 0,80</b>	<b>0,86 ± 0,80</b>	<b>1,00 ± 0,77</b>	<b>1,04 ± 0,80</b>	<b>4,58 ± 3,71</b>

**Fuente:** Datos recopilados por el autor mediante la aplicación del instrumento prueba escrita (pre-prueba).

**CUADRO N° 3.**

**Matriz general de la estimación del desempeño matemático inicial (Pre-prueba) del grupo experimental.**

Sujeto	Dominio Conceptual- Procedimental	Transferencia	Análisis	Dominio Comunicacional	Error	Desempeño Matemático
E1	0	0	1	0	0	1
E2	1	1	1	1	0	4
E3	1	1	1	1	0	4
E4	1	0	0	0	0	1
E5	0	0	0	0	0	0
E6	0	1	1	1	0	3
E7	0	0	0	0	0	0
E8	2	2	2	2	4	12
E9	0	0	0	1	0	1
E10	1	1	1	2	0	5
E11	1	1	1	1	0	4
E12	1	2	2	2	2	9
E13	0	0	0	0	0	0
E14	0	0	0	0	0	0
E15	0	0	0	0	0	0
E16	4	3	3	3	4	17
E17	1	1	1	3	0	6
E18	1	1	1	1	1	5
E19	1	2	2	0	1	6
E20	0	1	1	0	1	3
E21	0	0	0	0	0	0
E22	0	0	0	1	1	2
E23	1	1	1	1	1	5
E24	0	0	1	1	1	3
E25	1	0	0	1	0	2
E26	0	1	1	1	1	4
E27	0	1	1	1	1	4
E28	0	0	0	1	0	1
E29	0	0	0	0	1	1
<b>X ± S</b>	<b>0,59 ± 0,87</b>	<b>0,69 ± 0,81</b>	<b>0,76 ± 0,79</b>	<b>0,86 ± 0,88</b>	<b>0,55 ± 0,97</b>	<b>3,45 ± 3,80</b>

**Fuente:** Datos recopilados por el autor mediante la aplicación del instrumento prueba escrita (pre-prueba).

**CUADRO N° 4.**

**Matriz general de la estimación del desempeño matemático final (Post-prueba) del grupo control.**

Sujeto	Dominio Conceptual- Procedimental	Transferencia	Análisis	Dominio Comunicacional	Error	Desempeño Matemático
C1	2	1	1	3	2	9
C2	2	1	1	2	2	8
C3	1	1	1	2	2	7
C4	1	1	1	1	2	6
C5	1	1	1	1	2	6
C6	1	1	1	1	1	5
C7	1	1	1	1	0	4
C8	1	1	1	1	1	5
C9	2	2	2	1	2	9
C10	3	2	2	3	2	12
C11	1	1	1	1	2	6
C12	0	1	1	1	0	3
C13	0	0	0	1	0	1
C14	0	0	0	1	0	1
C15	0	0	0	1	0	1
C16	0	1	1	1	0	3
C17	2	2	2	2	2	10
C18	0	0	0	1	1	2
C19	3	3	3	3	3	15
C20	1	1	1	2	1	6
C21	3	2	2	3	2	12
C22	0	0	0	0	0	0
C23	1	0	0	0	0	1
C24	0	0	0	0	0	0
C25	0	0	0	0	0	0
C26	0	0	0	0	0	0
C27	0	0	0	0	0	0
C28	0	0	0	0	0	0
<b>X ± S</b>	<b>0,93 ± 1,02</b>	<b>0,82 ± 0,82</b>	<b>0,82 ±</b>	<b>1,18 ± 0,98</b>	<b>0,91 ±</b>	<b>4,66 ± 4,23</b>

**Fuente:** Datos recopilados por el autor mediante la aplicación del instrumento prueba escrita (post-prueba).

**CUADRO N° 5.**

**Matriz general de la estimación del desempeño matemático final (Post-prueba) del grupo experimental.**

Sujeto	Dominio Conceptual- Procedimental	Transferencia	Análisis	Dominio Comunicacional	Error	Desempeño Matemático
E1	0	0	0	0	0	0
E2	3	3	3	3	3	15
E3	1	0	0	1	1	3
E4	1	1	1	1	1	5
E5	2	2	2	2	2	10
E6	1	1	1	1	2	6
E7	2	2	2	2	2	10
E8	4	4	4	4	4	20
E9	2	2	2	2	3	11
E10	3	3	3	2	3	14
E11	3	3	3	2	3	14
E12	2	2	2	2	2	10
E13	3	3	3	2	3	14
E14	3	3	3	3	3	15
E15	3	3	3	2	3	14
E16	4	4	4	3	4	19
E17	2	2	2	2	2	10
E18	2	2	2	2	2	10
E19	1	1	1	1	2	6
E20	1	1	1	1	1	5
E21	1	1	1	1	1	5
E22	2	1	1	2	2	8
E23	2	2	2	2	2	10
E24	2	1	1	2	1	7
E25	2	1	1	2	2	8
E26	2	1	1	2	2	8
E27	2	2	2	2	2	10
E28	3	3	3	3	3	15
E29	4	4	4	3	4	19
<b>X ± S</b>	<b>2,17 ± 1,00</b>	<b>2,00 ± 1,13</b>	<b>2,00 ± 1,13</b>	<b>1,97 ± 0,82</b>	<b>2,14 ± 1,07</b>	<b>10,28 ± 4,99</b>

**Fuente:** Datos recopilados por el autor mediante la aplicación del instrumento prueba escrita (post-prueba).

**CUADRO N° 6.**

**Clasificación de los errores estimados en la Pre-prueba aplicada a los grupos Control y Experimental.**

Sujeto	Tipo de Error Grupo Control				Sujeto	Tipo de Error Grupo Experimental			
	Omisión	Etiquetación	Cálculo	Conceptual		Omisión	Etiquetación	Cálculo	Conceptual
C1	3	3	3	3	E1	0	0	0	0
C2	2	2	2	2	E2	0	0	0	0
C3	2	2	1	1	E3	0	0	0	1
C4	0	0	1	1	E4	0	0	0	0
C5	0	0	1	1	E5	0	0	0	1
C6	2	2	1	1	E6	0	0	0	0
C7	0	0	0	0	E7	0	0	0	0
C8	2	2	2	2	E8	4	4	3	3
C9	2	2	2	2	E9	0	0	0	0
C10	2	2	2	2	E10	0	0	0	1
C11	2	2	1	1	E11	0	0	0	1
C12	1	1	1	1	E12	2	2	2	2
C13	0	0	1	1	E13	0	0	0	0
C14	0	0	1	1	E14	0	0	0	1
C15	0	0	1	1	E15	0	0	0	0
C16	0	0	0	0	E16	4	4	4	4
C17	2	2	1	1	E17	0	0	0	0
C18	0	0	1	1	E18	0	1	0	1
C19	0	0	1	1	E19	0	0	0	3
C20	0	0	0	1	E20	1	0	0	1
C21	2	2	1	1	E21	0	0	0	1
C22	0	0	1	1	E22	0	0	1	1
C23	1	2	2	2	E23	0	0	1	1
C24	2	2	2	1	E24	0	0	1	1
C25	1	0	0	1	E25	0	0	0	1
C26	0	0	0	0	E26	0	0	1	1
C27	0	0	0	0	E27	0	0	1	1
C28	2	2	1	1	E28	0	0	0	0
					E29	0	0	1	1
(It - $\sum$ Is)/n	3,00	3,00	2,93	2,89	(It - $\sum$ Is)/n	3,62	3,62	3,48	3,07

**Fuente:** Datos recopilados por el autor mediante la aplicación del instrumento prueba escrita (pre-prueba).

**CUADRO N° 7.**

**Clasificación de los errores estimados en la Post-prueba aplicada a los grupos Control y Experimental.**

Sujeto	Tipo de Error Grupo Control				Sujeto	Tipo de Error Grupo Experimental			
	Omisión	Etiquetación	Cálculo	Conceptual		Omisión	Etiquetación	Cálculo	Conceptual
C1	2	2	2	2	E1	0	0	0	1
C2	2	2	1	1	E2	3	3	3	3
C3	2	2	2	1	E3	0	0	1	1
C4	2	2	2	1	E4	0	0	1	1
C5	2	2	2	1	E5	2	2	2	2
C6	1	1	1	1	E6	2	2	1	1
C7	0	0	0	1	E7	2	2	2	1
C8	1	0	0	1	E8	4	4	4	4
C9	2	2	2	1	E9	3	3	3	3
C10	2	2	2	2	E10	3	3	3	3
C11	2	2	1	1	E11	3	3	3	3
C12	0	0	0	1	E12	2	2	2	2
C13	0	0	0	1	E13	3	3	3	3
C14	0	0	0	1	E14	3	3	3	3
C15	0	0	0	1	E15	3	3	3	3
C16	0	0	0	1	E16	4	4	4	4
C17	2	2	2	2	E17	1	2	2	2
C18	0	0	1	1	E18	1	2	2	2
C19	3	3	3	3	E19	2	2	2	2
C20	1	1	1	1	E20	1	0	1	1
C21	1	2	2	2	E21	0	0	1	1
C22	0	0	0	0	E22	2	2	2	1
C23	0	0	0	1	E23	2	2	2	2
C24	0	0	0	0	E24	1	1	1	1
C25	0	0	0	0	E25	2	2	2	2
C26	0	0	0	0	E26	2	2	2	2
C27	0	0	0	0	E27	2	2	2	2
C28	0	0	0	0	E28	3	3	3	3
					E29	4	4	4	4
(It - $\sum$ Is)/n	3,11	3,11	3,14	3,00	(It - $\sum$ Is)/n	1,93	1,90	1,79	1,83

**Fuente:** Datos recopilados por el autor mediante la aplicación del instrumento prueba escrita (post-prueba).

### Análisis descriptivo de los resultados

#### CUADRO N° 8.

Resumen de la estimación del desempeño matemático por dimensiones en los grupos Control y Experimental en condiciones iniciales.

Grupos	Dominio Conceptual- Procedimental	Transferencia	Análisis	Dominio Comunicacional	Error	Desempeño Matemático
Control	0,82 ± 0,77	0,86 ± 0,80	0,86 ± 0,80	1,00 ± 0,77	1,04 ± 0,80	4,58 ± 3,71
Experimental	0,59 ± 0,87	0,69 ± 0,81	0,76 ± 0,79	0,86 ± 0,88	0,55 ± 0,97	3,45 ± 3,80

Fuente: Cuadros N° 2 y 3.

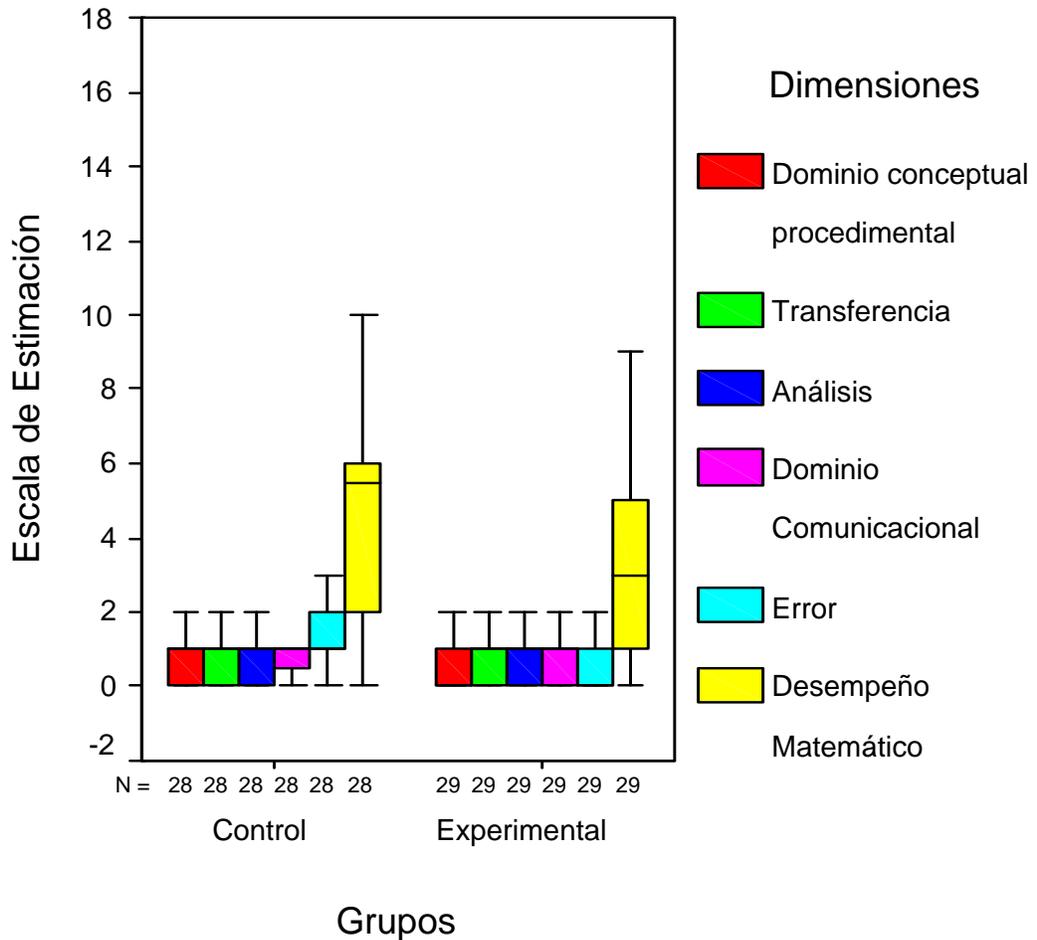


Gráfico N° 1. Diagrama de caja correspondiente al resumen de los promedios del desempeño matemático y sus dimensiones al inicio del experimento.

Fuente: Cuadro N° 8.

### **Análisis de los Resultados.**

El cuadro N° 8 presenta las condiciones iniciales de los sujetos objeto de investigación, respecto al desempeño matemático por dimensiones en ambos grupos. En ellos se observa deficiencia cuantitativa notoria equivalente; los sujetos del grupo control muestran un promedio de desempeño matemático de 4,58 con una desviación estándar de 3,71 en una escala de estimación del 0 al 20. Análogamente el grupo experimental despliega un desempeño matemático promedio de 3,45 con una desviación estándar de 3,80.

En las dimensiones ocurre una tendencia similar; así hay una deficiencia en el promedio correspondiente al grado de dominio conceptual – procedimental de  $0,82 \pm 0,77$  del grupo control y  $0,59 \pm 0,87$  del grupo experimental, haciendo la acotación que para el caso de las dimensiones la escala de estimación va del 0 al 4; por su parte el nivel de transferencia presenta valores de  $0,86 \pm 0,80$  para el grupo control y  $0,69 \pm 0,81$  en el experimental; en lo referente al nivel de análisis las cifras tienden a mantenerse con un promedio de  $0,86 \pm 0,80$  en el caso del grupo control y  $0,76 \pm 0,79$  en el experimental; de igual forma se presentan carencias en el grado de dominio comunicacional evidenciado con un  $1,00 \pm 0,77$  en el grupo control y  $0,86 \pm 0,88$  para el experimental; finalmente en la dimensión correspondiente al error, el grupo control mostró un promedio de  $1,04 \pm 0,80$  y el experimental  $0,55 \pm 0,97$ .

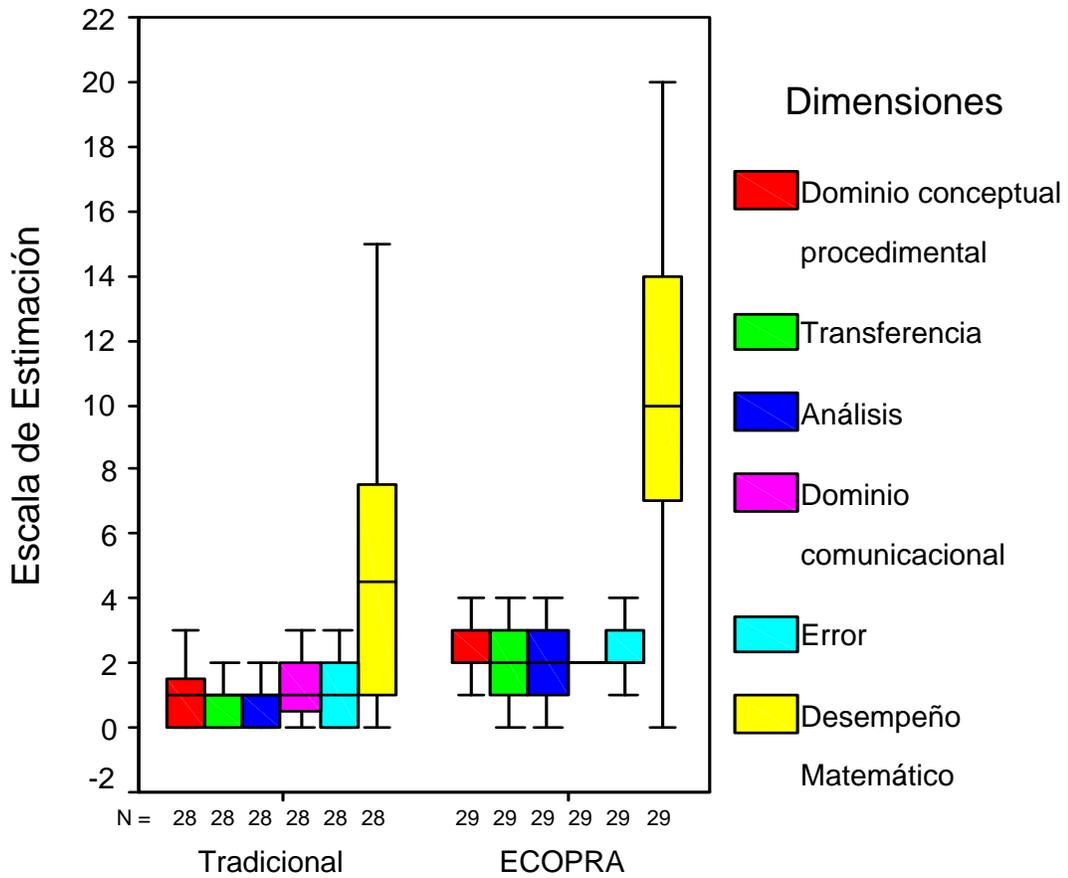
Descriptivamente se evidencia (Ver gráfico N° 1) que en condiciones iniciales los grupos son equivalentes en el desempeño matemático y sus dimensiones con una ligera superioridad en los promedios correspondientes al grupo control en comparación al grupo experimental, pero para determinar si estas diferencias son significativas a nivel poblacional, se realizó el respectivo análisis inferencial en la hipótesis operacional 1.

**CUADRO N° 9.**

**Resumen de la estimación del desempeño matemático por dimensiones en los grupos Control y Experimental en condiciones finales.**

Grupos	Dominio Conceptual- Procedimental	Transferencia	Análisis	Dominio Comunicacional	Error	Desempeño Matemático
Control	0,93 ± 1,02	0,82 ± 0,82	0,82 ± 0,82	1,18 ± 0,98	0,91 ± 0,87	4,66 ± 4,23
Experimental	2,17 ± 1,00	2,00 ± 1,13	2,00 ± 1,13	1,97 ± 0,82	2,14 ± 1,07	10,28 ± 4,99

**Fuente:** Cuadros N° 4 y 5.



**Estrategia de enseñanza**

**Gráfico N° 2.** Diagrama de caja correspondiente al resumen de los promedios del desempeño matemático y sus dimensiones al final del experimento.

**Fuente:** Cuadro N° 9.

### **Análisis de los Resultados.**

El cuadro N° 9 presenta las condiciones finales de la muestra estudiada, en relación al desempeño matemático por dimensiones en ambos grupos. En ellos se evidencia un mejoramiento considerable en el manejo cuantitativo por parte del grupo experimental observable en el incremento del promedio de desempeño matemático el cual fue 10,28 con una desviación estándar de 4,99 a diferencia del grupo control el cual fue 4,66 con una desviación estándar de 4,23. En comparación post – pre con el desempeño inicial el grupo experimental presenta una ganancia de 6,83 mientras que en el grupo control la ganancia post – pre fue de apenas 0,08.

En las dimensiones ocurre una tendencia similar; así hay un incremento y superioridad en el promedio correspondiente al grado de dominio conceptual – procedimental de  $2,17 \pm 1,00$  del grupo experimental contra un  $0,93 \pm 1,02$  del grupo control, en una escala de estimación comprendida entre 0 y 4 para todas las dimensiones; por su parte el nivel de transferencia presenta valores de  $2,00 \pm 1,13$  para el grupo experimental y  $0,82 \pm 0,82$  en el control; en lo referente al nivel de análisis las cifras tienden a mantenerse mostrando la superioridad del grupo al cual se le aplicó la estrategia ECOPRA con un promedio de  $2,00 \pm 1,13$  en comparación al  $0,82 \pm 0,82$  del control; de igual forma se presentan mejoras en el grado de dominio comunicacional evidenciado con un  $1,97 \pm 0,82$  en el grupo experimental mientras que el grupo control se observa un promedio de  $1,18 \pm 0,98$ ; finalmente en la dimensión correspondiente al error, el grupo experimental mostró una media de  $2,14 \pm 1,07$  y el control  $0,91 \pm 0,87$ .

Descriptivamente se evidencia (Ver gráfico N° 2) que en condiciones finales el grupo al que se le aplicó la estrategia didáctica ECOPRA y que conforma el grupo experimental desarrolló una notable mejoría en su desempeño matemático y en las distintas dimensiones estimadas a diferencia del grupo control el cual fue expuesto a una estrategia didáctica tradicional y que, según los datos registrados en el instrumento, mostró poca mejoría en los aspectos estudiados en comparación a su situación inicial y a lo evidenciado finalmente por el grupo experimental. Sin

embargo para determinar si estas diferencias son significativas a nivel poblacional, se realizó el respectivo análisis inferencial en la hipótesis operacional 2.

### **Descripción del Error.**

Uno de los aspectos que se valoró en la estimación del desempeño matemático fue el error cometido por los estudiantes al momento de aplicar operaciones algebraicas. A efectos de esta investigación se consideraron cuatro tipos de error con cinco niveles de intensidad cada uno. Así fueron detectados los errores de omisión que se evidencian mediante faltas en la lectura o escritura matemática por olvido o ignorancia; de etiquetación si se realizan procedimientos análogos incorrectos entre problemas diferentes; de cálculo entendiéndose como aquellos cometidos por deficiencias en el manejo de algoritmos y hechos básicos; y finalmente los errores conceptuales atribuibles a las deficiencias en el manejo de definiciones matemáticas; estos errores se graduaron según la rúbrica de error (ver anexo E) para posteriormente calcular los índices de estimación de error respectivos, cuyo procedimiento consistió en establecer un cociente entre la diferencia de la máxima puntuación posible basada en el número total de estudiantes ( $I_t$ ) con la suma de cada una de las puntuaciones reales obtenidas ( $\sum I_s$ ) y el número de total de sujetos que conforman el grupo ( $n$ ). De esta manera, a un mayor índice de estimación de error obtenido por el grupo le corresponde un nivel más alto de error cometido en la prueba escrita.

Al respecto en el cuadro N° 10 y en el gráfico N° 3 se despliega la clasificación de los errores y sus respectivos índices de estimación de error para ambos grupos en condiciones iniciales.

## CUADRO N° 10.

### Resumen de los índices de estimación de error en los grupos Control y Experimental en condiciones iniciales.

Grupos	Tipo de error			
	Omisión	Etiquetación	Cálculo	Conceptual
Control	3,00	3,00	2,93	2,89
Experimental	3,62	3,62	3,48	3,07

Fuente: Cuadros N° 6.

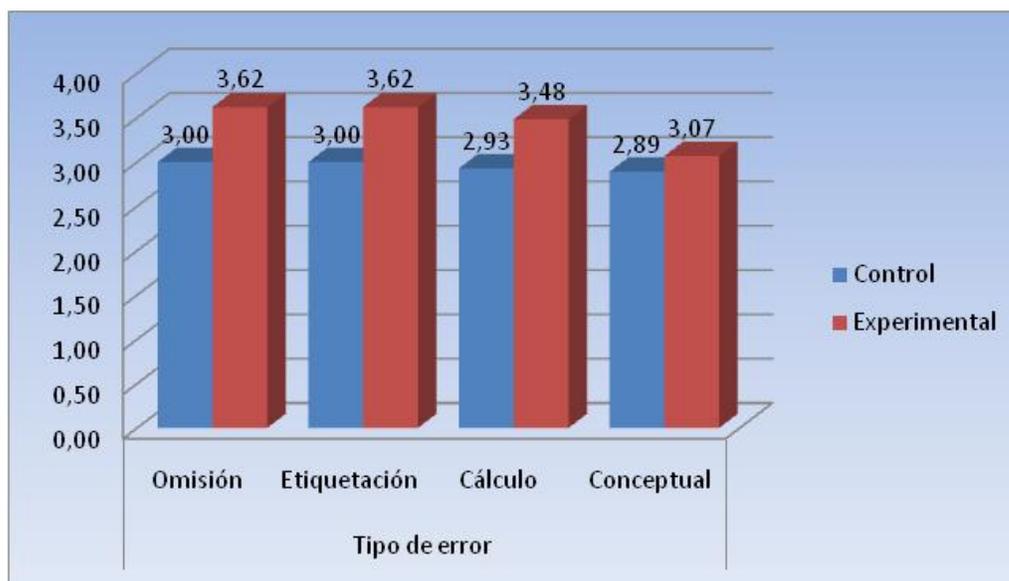


Gráfico N° 3. Diagrama de barras correspondiente al resumen de los índices de estimación de error presentado por los grupos Control y Experimental en condiciones iniciales.

Fuente: Cuadro N° 10.

### Análisis de los Resultados.

Los estudiantes objeto de estudio que fueron sometidos a una pre-prueba para estimar las clases de errores cometidos al resolver problemas con operaciones algebraicas evidenciaron una alta paridad en los resultados del mismo, al inicio del experimento; presentando ambos grupos niveles similares de errores incurridos en todos sus tipos, a tal efecto se observa que el índice de estimación de error por omisión del grupo control es de 3 y en el grupo experimental es de 3,62; exactamente los mismos valores presentan ambos grupos respectivamente en el caso del índice de error por etiquetación; mientras que en lo que respecta al índice de error por cálculo

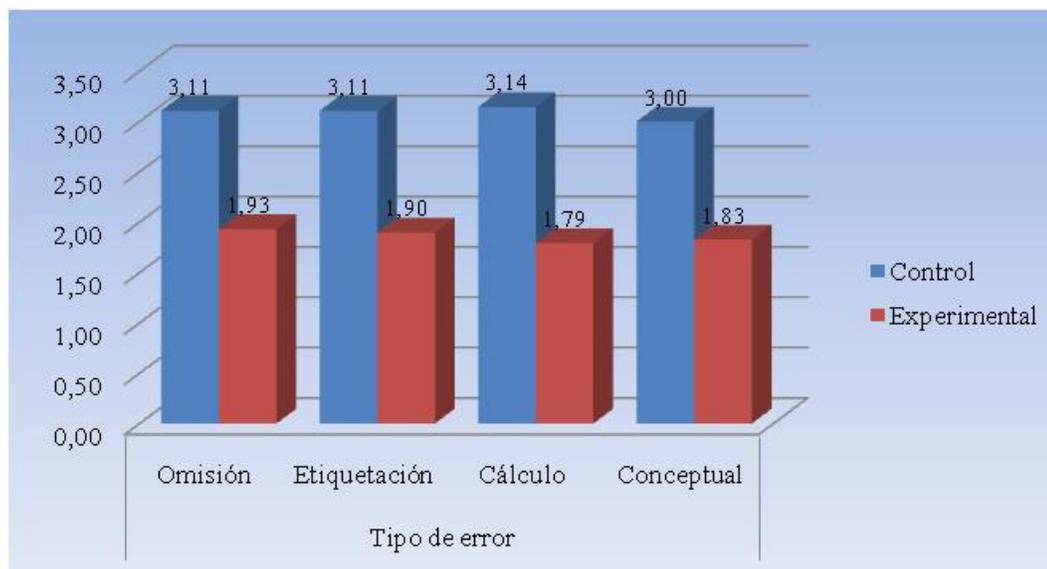
se mantiene la semejanza en los índices ya que el grupo control presenta un 2,93 de índice de error y el grupo experimental de 3,48; y finalmente para el índice de error conceptual los datos siguen siendo homogéneos debido a que el grupo control muestra un 2,89 y 3,07 el grupo experimental. Para verificar la significatividad de las diferencias obtenidas se realizó el análisis inferencial respectivo.

**CUADRO N° 11.**

**Resumen de los índices de estimación de error en los grupos Control y Experimental en condiciones finales.**

Grupos	Tipo de error			
	Omisión	Etiquetación	Cálculo	Conceptual
Control	3,11	3,11	3,14	3,00
Experimental	1,93	1,90	1,79	1,83

Fuente: Cuadros N° 7.



**Gráfico N° 4.** Diagrama de barras correspondiente al resumen de los índices de estimación de error presentado por los grupos Control y Experimental en condiciones finales.

Fuente: Cuadro N° 11.

**Análisis de los Resultados.**

Posterior al proceso de experimentación los estudiantes que conformaron la muestra sujeta a investigación a los cuales se les aplicó una post-prueba para estimar

las clases de errores cometidos al resolver problemas con operaciones algebraicas, evidenciaron una marcada diferencia entre los resultados del mismo entre el grupo experimental y el grupo control, siendo el grupo al que se le aplicó la estrategia didáctica ECOPRA el más favorecido al obtener en los diferentes tipos de error índices inferiores a los obtenidos por el grupo control. Es así como en el caso del error por omisión el índice del grupo experimental fue de 1,93 mientras que el grupo control arrojó un 3,11; situación similar se muestra en el error por etiquetación ya que el grupo experimental presentó un 1,90 contra un 3,11 perteneciente al grupo control; en lo que respecta al error por cálculo la diferencia se agudiza más por cuanto el grupo experimental señala un índice de 1,79 y el grupo control 3,14; finalizando con el tipo de error conceptual en donde la situación se mantiene al observar en el grupo experimental un índice de 1,83 en contraste al 3,00 presentado por el grupo control. Para confirmar la significatividad de las diferencias observadas se realizó el análisis inferencial pertinente.

### **Análisis inferencial de los resultados**

A objeto de generalizar las tendencias observadas en el análisis descriptivo previo, se procedió a realizar los siguientes tratamientos estadísticos inferenciales, en relación al contraste de las hipótesis de trabajo.

#### **Tratamiento estadístico 1.**

Derivado de la hipótesis específica 1 se formuló la siguiente hipótesis de trabajo:

##### *Hipótesis Operacional 1.*

El promedio del desempeño matemático obtenido en la pre-prueba por los estudiantes del grupo experimental es equivalente al obtenido por los alumnos del grupo control.

De esta hipótesis se enunciaron las hipótesis estadísticas respectivas:

**Hipótesis de Nulidad 1 ( $H_{01}$ ):** Los promedios de desempeño matemático en la pre-prueba obtenidos por los grupos experimental y control son iguales.

**Hipótesis Alternativa 1 (H<sub>11</sub>):** Los promedios de desempeño matemático en la pre-prueba obtenidos por los grupos experimental y control son diferentes.

Simbólicamente:

$$H_{01}: \mu_{E1} = \mu_{C1}$$

$$H_{11}: \mu_{E1} \neq \mu_{C1}$$

Donde:

$\mu_{E1}$  = Promedio del grupo experimental en la pre-prueba.

$\mu_{C1}$  = Promedio del grupo control en la pre-prueba.

Estas hipótesis se contrastaron mediante la prueba t-student para diferencias de medias con un índice de significación  $\alpha = 0,05$  y con  $(n_1 + n_2 - 2) = 55$  grados de libertad.

Los datos procesados con el programa SPSS 11 dieron los siguientes resultados

**CUADRO N° 12.**

**Estadísticos descriptivos del procedimiento Prueba t-student para el Desempeño Matemático en condiciones iniciales de los grupos Control y Experimental.**

	Estrategia	N	Media	Desviación típica	Error típico de la media
Desempeño Matemático en la Pre-prueba	Tradicional	28	4,58	3,710	,699
	ECOPRA	29	3,45	3,800	,715

**CUADRO N° 13.**

**Prueba de Levene para la igualdad de varianzas del Desempeño Matemático en condiciones iniciales de los grupos Control y Experimental.**

		Prueba de Levene para la igualdad de varianzas	
		F	Sig.
Desempeño Matemático en la Pre-prueba	Asumiendo varianzas iguales	,091	,764
	No asumiendo varianzas iguales		

#### CUADRO N° 14.

#### Resumen del procedimiento Prueba t-student para la igualdad de medias del Desempeño Matemático en condiciones iniciales de los grupos Control y Experimental.

		Prueba t para la igualdad de medias				
		t	gl	Sig. (bilaterales)	Diferencia de medias	Error típico de la diferencia
Desempeño Matemático en la Pre-prueba	Asumiendo varianzas iguales	1,305	55	,197	1,31	1,001
	No asumiendo varianzas iguales	1,305	54,999	,197	1,31	1,000

#### Interpretación.

El cuadro N° 12 muestra los datos descriptivos de los grupos experimental y control respecto a la variable desempeño matemático en la pre-prueba. El cuadro N° 13 despliega la prueba de igualdad de varianzas de Levene, en la cual un  $F = 0,091$  con una significación de  $0,764$  genera la aceptación de varianzas iguales en condiciones iniciales. En consecuencia, según los resultados del cuadro N° 14, un  $t = 1,305$  con una significación de  $0,197 > \alpha$  permite aceptar la hipótesis de nulidad 1 ( $H_{01}$ ). Es decir con 95% de confianza se afirmaría que en condiciones iniciales los grupos son estadísticamente homogéneos. Es decir que cualquier variación obtenida en el desempeño matemático sería atribuible a la estrategia experimental.

#### Tratamiento estadístico 2.

Derivado de la hipótesis específica 2 se formuló la siguiente hipótesis de trabajo:

#### *Hipótesis Operacional 2.*

El promedio del desempeño matemático obtenido por los alumnos del grupo experimental en la post-prueba es superior al promedio obtenido por los alumnos del por el grupo control.

Seguidamente se enunciaron las hipótesis estadísticas respectivas:

**Hipótesis de Nulidad 2 ( $H_{02}$ ):** Los promedios de desempeño matemático en la post-prueba obtenidos por los grupos experimental y control son iguales.

**Hipótesis Alternativa 2 ( $H_{12}$ ):** El promedio del desempeño matemático obtenido por el grupo experimental en la post-prueba es mayor al promedio obtenido por el grupo control.

Simbólicamente:

$$H_{02}: \mu_{E2} = \mu_{C2}$$

$$H_{12}: \mu_{E2} > \mu_{C2}$$

Donde:

$\mu_{E2}$  = Promedio del grupo experimental en la post-prueba.

$\mu_{C2}$  = Promedio del grupo control en la post-prueba.

El contraste de hipótesis se realizó a través de la prueba t-student para diferencias de medias con un índice de significación  $\alpha = 0,05$  y con  $(n_1 + n_2 - 2) = 55$  grados de libertad.

Los resultados obtenidos con el programa SPSS 11 desplegaron lo siguiente

#### **CUADRO N° 15.**

**Estadísticos descriptivos del procedimiento Prueba t-student para el Desempeño Matemático en condiciones finales de los grupos Control y Experimental.**

	Estrategia	N	Media	Desviación Típica	Error típico de la media
Desempeño Matemática en la Post-prueba	Tradicional	28	4,66	4,230	,815
	ECOPRA	29	10,28	4,990	,912

## CUADRO N° 16.

### Resumen del procedimiento Prueba t-student para la igualdad de medias del Desempeño Matemático en condiciones finales de los grupos Control y Experimental.

		Prueba t para la igualdad de medias				
		t	gl	Sig. (bilaterales)	Diferencia de medias	Error típico de la diferencia
Desempeño Matemático en la Post-prueba	Asumiendo varianzas iguales	-4,623	55	,000	-5,67	1,225
	No asumiendo varianzas iguales	-4,634	54,520	,000	-5,67	1,223

### Interpretación.

El cuadro N° 15 muestra los estadísticos descriptivos de la post-prueba para ambos grupos y el cuadro N° 16 presenta un valor  $t = -4,623$  con una significación de  $0,000 < \alpha$ , lo cual indica que se rechaza la hipótesis de nulidad 2 ( $H_{02}$ ) a favor de la hipótesis alternativa 2 ( $H_{12}$ ). Es decir con 95% de confianza se afirmaría que el promedio de desempeño matemático obtenido por el grupo experimental es estadísticamente superior al obtenido por el grupo control.

### Tratamiento estadístico 3.

El análisis de los resultados relativos al error requirió un contraste no paramétrico en razón de la clasificación del error en subdimensiones como variables de tipo nominal. Así, se seleccionó un contraste de hipótesis por prueba de dependencia de cuatro categorías y dos grupos, para lo cual se aplicó una prueba de Kolmogorov-Smirnov de muestras independientes. Las hipótesis enunciadas fueron:

**Hipótesis de Nulidad 3 ( $H_{03}$ ):** El índice de estimación de error es independiente de la estrategia pedagógica administrada.

**Hipótesis Alternativa 3 ( $H_{13}$ ):** El índice de estimación de error depende de la estrategia pedagógica administrada.

Los resultados del procedimiento obtenido con el programa SPSS 11 son:

**CUADRO N° 17.**

**Frecuencias distribuidas por Tipos de Error y Estrategia administrada para el procedimiento Prueba Kolmogorov-Smirnov en la post-prueba.**

	Estrategia	N
Nivel de error de omisión en la Post-prueba	Tradicional	28
	ECOPRA	29
	Total	57
Nivel de error de etiquetación en la Post-prueba	Tradicional	28
	ECOPRA	29
	Total	57
Nivel de error de cálculo en la Post-prueba	Tradicional	28
	ECOPRA	29
	Total	57
Nivel de error conceptual en la Post-prueba	Tradicional	28
	ECOPRA	29
	Total	57

**CUADRO N° 18.**

**Resumen del procedimiento Prueba Kolmogorov-Smirnov de dependencia del índice de estimación de error por tipo y la estrategia pedagógica administrada.**

		Nivel de error de omisión en la Post-prueba	Nivel de error de etiquetación en la Post-prueba	Nivel de error de cálculo en la Post-prueba	Nivel de error conceptual en la Post-prueba
Diferencias más extremas	Absoluta	,367	,400	,466	,511
	Positiva	,000	,000	,000	,000
	Negativa	-,367	-,400	-,466	-,511
Z de Kolmogorov-Smirnov		1,385	1,511	1,757	1,929
Sig. asintót. (bilateral)		,043	,021	,004	,001

**Interpretación.**

El cuadro N° 17 presenta la distribución de los grupos por tipo de error y el cuadro N° 18 despliega la prueba Z de Kolmogorov-Smirnov para muestras

independientes. Una  $Z$  de 1,385 con una significación de  $0,043 < \alpha$  indica que se rechaza la hipótesis nula, es decir el error de omisión en la post-prueba depende del grupo; en lo que respecta al error por etiquetación en la post-prueba también depende de la estrategia administrada ya que la prueba arroja una  $Z$  de 1,511 con una significación de  $0,021 < \alpha$  por lo tanto se rechaza la hipótesis de nulidad; situación similar muestra el error de cálculo en la post-prueba que con una  $Z$  de 1,757 y significación de  $0,004 < \alpha$  señala que se rechaza la hipótesis nula y en consecuencia se afirma que el error de cálculo en la post-prueba depende del grupo; finalmente la prueba de kolmogorov-Smirnov señala una  $Z$  de 1,929 con una significación de  $0,001 < \alpha$ , lo que implica el rechazo de la hipótesis de nulidad que permite aseverar que el error de cálculo conceptual en la post-prueba esta sujeto a la didáctica empleada. Se hace evidente que el error en todos los tipos estudiados en la presente investigación depende de la estrategia aplicada.

#### **Tratamiento estadístico 4.**

En relación a la hipótesis específica 4 y con el objeto de determinar la significatividad de las diferencias obtenidas en las dimensiones del desempeño matemático en operaciones algebraicas demostrada en la post-prueba por los alumnos al final del experimento, como efecto atribuible a la variable independiente experimental, se formuló la siguiente hipótesis operacional, la cual fue contrastada mediante el Modelo Lineal General de mediciones repetidas para los grupos experimental y control.

##### *Hipótesis Operacional 3.*

La estrategia de enseñanza aplicada al grupo experimental mejora los niveles promedio demostrado por los alumnos en los indicadores del desempeño matemático, dominio comunicacional, dominio conceptual – procedimental, transferencia, análisis y error, en comparación con los promedios logrados en los mismos indicadores por el grupo control.

Seguidamente se enunciaron las hipótesis estadísticas respectivas:

**Hipótesis de Nulidad 4 (H<sub>04</sub>):** Al final del experimento, los niveles promedio en los indicadores del desempeño matemático, dominio comunicacional, dominio conceptual – procedimental, transferencia, análisis y error, lograda por los alumnos de los grupos experimental y control son iguales.

**Hipótesis Alternativa 4 (H<sub>14</sub>):** Al final del experimento, en al menos un par de niveles promedio en los indicadores del desempeño matemático, dominio comunicacional, dominio conceptual – procedimental, transferencia, análisis y error, lograda por los alumnos de los grupos experimental y control son diferentes.

Simbólicamente:

$$H_{04}: \mu_{E1} = \mu_{C1} \text{ y } \mu_{E2} = \mu_{C2} \text{ y } \mu_{E3} = \mu_{C3} \text{ y } \mu_{E4} = \mu_{C4} \text{ y } \mu_{E5} = \mu_{C5}$$

$$H_{14}: \mu_{E1} \neq \mu_{C1} \text{ ó } \mu_{E2} \neq \mu_{C2} \text{ ó } \mu_{E3} \neq \mu_{C3} \text{ ó } \mu_{E4} \neq \mu_{C4} \text{ ó } \mu_{E5} \neq \mu_{C5}$$

Donde:

$\mu_{E1}$  = Promedio en el dominio comunicacional del grupo experimental en la post-prueba.

$\mu_{C1}$  = Promedio en el dominio comunicacional del grupo control en la post-prueba.

$\mu_{E2}$  = Promedio en el dominio conceptual – procedimental del grupo experimental en la post-prueba.

$\mu_{C2}$  = Promedio en el dominio conceptual – procedimental del grupo control en la post-prueba.

$\mu_{E3}$  = Promedio en el nivel de transferencia del grupo experimental en la post-prueba.

$\mu_{C3}$  = Promedio en el nivel de transferencia del grupo control en la post-prueba.

$\mu_{E4}$  = Promedio en el nivel de análisis del grupo experimental en la post-prueba.

$\mu_{C4}$  = Promedio en el nivel de análisis del grupo control en la post-prueba.

$\mu_{E5}$  = Promedio en el índice de estimación de error del grupo experimental en la post-prueba.

$\mu_{C5}$  = Promedio en el índice de estimación de error del grupo control en la post-prueba.

Los resultados obtenidos con el programa SPSS 11 desplegaron lo siguiente

**CUADRO N° 19.**

**Factores intra-sujetos e inter-sujetos involucrados en el análisis de varianza modelo lineal general de mediciones repetidas.**

<b>Factores intra-sujetos</b>			
Medida: MEASURE_1			
Desempeño matemático		Variable dependiente	
1		Comunicacional	
2		Conceptual- Procedimental	
3		Transferencia	
4		Análisis	
5		Error	

<b>Factores inter-sujetos</b>			
		Etiqueta del valor	N
Estrategia	0	Tradicional	28
	1	ECOPRA	29

**CUADRO N° 20.**

**Prueba de contrastes multivariados del efecto del desempeño matemático y del efecto de la interacción desempeño\*estrategia.**

<b>Contrastes multivariados<sup>b</sup></b>						
Efecto		Valor	F	Gl de la hipótesis	Gl del error	Significación
desempeño matemático	Traza de Pillai	,143	2,952 <sup>a</sup>	3,000	53,000	,041
desempeño*estrategia	Traza de Pillai	,193	4,220 <sup>a</sup>	3,000	53,000	,009

a. Estadístico exacto

b.

Diseño: Intercept+grupo

Diseño intra sujetos: desemp

**CUADRO N° 21.****Prueba de esfericidad de Mauchly de las estimaciones de la variable dependiente  
Desempeño Matemático.****Prueba de esfericidad de Mauchly**

Medida: MEASURE\_1

Efecto intra-sujetos	W de Mauchly	Chi-cuadrado aprox.	gl	Sig.	Epsilon <sup>a</sup>		
					Greenhouse- Geisser	Huynh-Feldt	Límite-inferior
desempeño matemático	,000	.	9	.	,638	,684	,250

Contrasta la hipótesis nula de que la matriz de covarianza error de las variables dependientes transformadas es proporcional a una matriz identidad.

a. Puede usarse para corregir los grados de libertad en las pruebas de significación promediadas. Las pruebas corregidas se muestran en la tabla Pruebas de los efectos inter-sujetos.

b.

Diseño: Intercept+grupo

Diseño intra sujetos: desemp

**CUADRO N° 22.****Prueba de los efectos dentro de las estimaciones de los procesos de Desempeño  
Matemático.****Pruebas de efectos intra-sujetos.**

Medida: MEASURE\_1

Fuente		Suma de cuadrados tipo III	gl	Media cuadrática	F	Sig.
desemp	Esfericidad asumida	1,927	4	,482	3,752	,006
desemp * grupo	Esfericidad asumida	2,236	4	,559	4,353	,002
Error(desemp)	Esfericidad asumida	28,248	220	,128		

**CUADRO N° 23.**

**Análisis de varianza de mediciones repetidas prueba del efecto de los grupos en las diferencias de las estimaciones.**

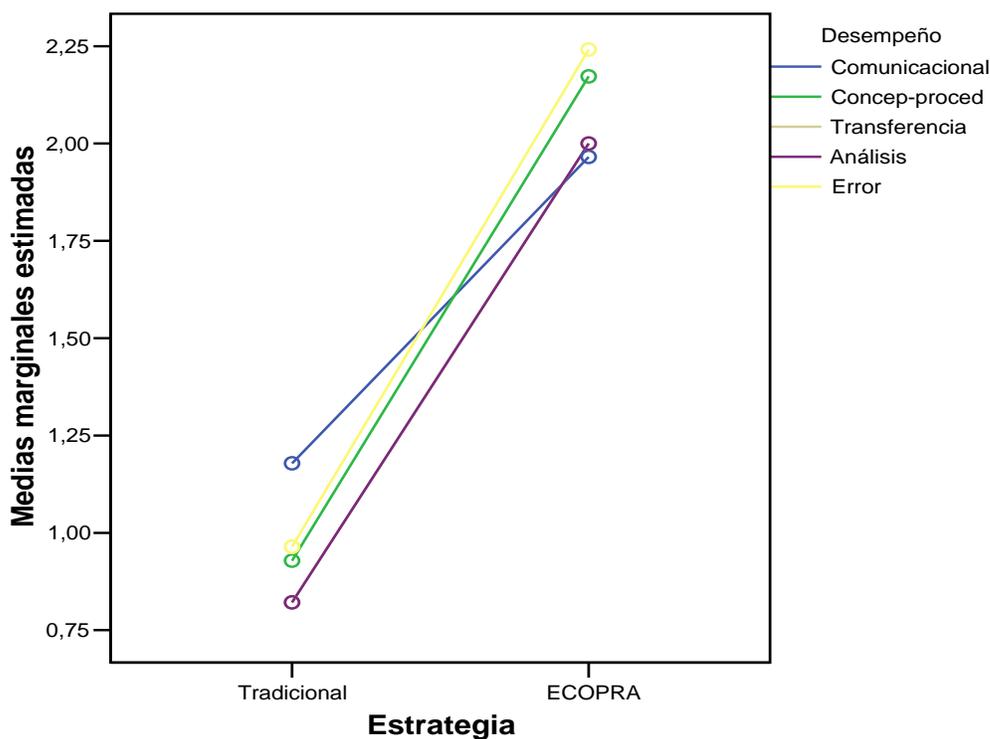
**Pruebas de los efectos inter-sujetos**

Medida: MEASURE\_1

Variable transformada: Promedio

Fuente	Suma de cuadrados tipo III	gl	Media cuadrática	F	Sig.
Intersección grupo	649,078	1	649,078	151,713	,000
grupo	91,435	1	91,435	21,372	,000
Error	235,308	55	4,278		

**Medias marginales estimadas de MEASURE\_1**



**Gráfico N° 5.** Gráfico de perfil de las medias marginales estimadas representando el efecto de la interacción Desempeño Matemático – Estrategia.

**Interpretación.**

El cuadro N° 19 muestra cinco dimensiones para el factor desempeño matemático y dos dimensiones del factor estrategia para un total de 10 subgrupos de decisión relativos a las diferencias de estimaciones. En la prueba de contrastes multivariados correspondiente al cuadro N° 20, la Traza de Pillai con un  $F = 2,952$  y una significación  $p = 0,041 < 0,05$  para el desempeño matemático, y un  $F = 4,220$  con una significación  $p = 0,009 < 0,05$  para el desempeño por estrategias; manifiestan un efecto estadísticamente significativo, tanto dentro de las dimensiones del desempeño matemático como de la combinación desempeño matemático por estrategias.

Por otra parte la prueba de Mauchly para esfericidad de las estimaciones desplegado en el cuadro N° 21 dio un valor de 0,000 con una significación  $p = 0,000 < 0,05$  lo que viene a señalar que no puede asumirse esfericidad y, en consecuencia, las decisiones sobre los efectos de las dimensiones del desempeño matemático no pueden basarse en la aproximación univariada. Esto restringe la fortaleza y confiabilidad de los resultados del análisis mediante el modelo lineal general de mediciones repetidas, constituyéndose en una limitante de los hallazgos en esta investigación. Conviene indicar que algunos autores han comprobado experimentalmente que esta prueba es relativamente insensible a la falta de esfericidad.

En el cuadro N° 22 se observan los efectos dentro de las estimaciones de las dimensiones del desempeño matemático, allí el valor  $F = 3,752$  con una probabilidad  $p = 0,006$  señala que el efecto del desempeño matemático es estadísticamente significativo. Es decir que hay efecto diferencial en las estimaciones de la habilidad conceptual – procedimental, destreza comunicacional, error, capacidad de razonamiento y competencia en la solución de problemas que constituyen las dimensiones del desempeño matemático. Así mismo, un  $F = 4,353$  con una probabilidad  $p = 0,002$  evidencian un efecto importante de la interacción desempeño por estrategia sobre las estimaciones de las variables dependientes.

El cuadro N° 23 contiene información referente al factor inter-sujetos estrategia, los resultados de esta prueba, con un  $F = 151,713$  y una significación de

0,000 para la intersección, además de un  $F = 21,372$  con una significación = 0,000 para la estrategia concluyen que igualmente existe efecto significativo de la variable independiente; rechazando la hipótesis de nulidad 4 ( $H_{04}$ ). Con lo que se puede afirmar que al final del experimento, los niveles promedios en los indicadores del desempeño matemático, dominio comunicacional, dominio conceptual – procedimental, transferencia, análisis y error, logrado por los alumnos de los grupos experimental y control son diferentes. Esto significa, que la estrategia experimental tiene efecto en la diferencia entre los grupos, en las diferencias dentro de las estimaciones y en la combinación estrategia-desempeño matemático. Es decir que se puede afirmar con un 95% de confianza que la estrategia didáctica experimental de enseñanza constructivista - pragmática es efectiva para potenciar el desempeño matemático en la solución de operaciones algebraicas, en comparación con la enseñanza tradicional; lo cual se observa en el gráfico N° 5.

Evidentemente, hay una superioridad en todas las dimensiones del desempeño matemático de los alumnos a los cuales se les aplicó la estrategia experimental ECOPRA en relación al desempeño demostrado por los alumnos que fueron instruidos con la estrategia tradicional. Así mismo, en el gráfico N° 5 se observan patrones recurrentes en ambos grupos. Por ejemplo el nivel de análisis y el nivel de transferencia se manifiestan como una de las dimensiones más débiles en forma similar tanto en el grupo control como en el experimental respecto a las otras dimensiones. Análogamente hay regularidad en ambos grupos en el dominio conceptual – procedimental y en la estimación de error, este último es una fortaleza en ambos grupos. Es de hacer notar que el dominio comunicacional que se visualiza en el gráfico como la dimensión de mayor fortaleza en el grupo al que se le aplicó la estrategia de enseñanza tradicional, se presenta como el de mayor debilidad en el grupo al que se le aplicó la estrategia experimental de enseñanza constructivista – pragmática.

## CONCLUSIONES

Después de procesados los datos e interpretados los resultados se llegó a las siguientes conclusiones:

Descriptivamente en condiciones iniciales, los grupos control y experimental eran equivalentes en el desempeño matemático y sus dimensiones respecto al manejo de operaciones algebraicas, con una ligera superioridad en los promedios del grupo control en comparación al grupo experimental, pero ambos grupos mostraron indicadores de bajo desempeño ( $4,01 \pm 3,75$ ) en una escala de 0 – 20.

Estos resultados obtenidos referentes al bajo desempeño, coinciden con lo expuesto por El Hamra (2014) en cuanto a como se evidencia el desmejoramiento en el uso de estrategias metodológicas, al no tomar en cuenta el entorno social, ni los intereses y necesidades de los estudiantes, así como la falta de motivación a la participación y también a causa del uso exagerado y rutinario de estrategias, que hacen que el aprendizaje sea poco significativo.

En condiciones finales, los resultados obtenidos del análisis descriptivo dan cuenta de la efectividad de la estrategia didáctica ECOPRA, al mostrar superioridad en su desempeño matemático en operaciones algebraicas así como en las distintas dimensiones en las que fue estimada, con respecto a los resultados desplegados por el grupo control el cual fue expuesto a una estrategia didáctica tradicional. Lo que parece indicar que a nivel muestral el desempeño matemático en operaciones matemáticas desglosado en los aspectos habilidad conceptual – procedimental, destreza comunicacional, tipos de error, capacidad de razonamiento y competencia en la solución de problemas, resultan potenciados por la estrategia didáctica constructivista – pragmática.

Esto concuerda con lo afirmado por Craveri y Anido (2014), al analizar el rendimiento del aprendizaje en Álgebra Lineal, con la utilización de herramientas relacionadas con los estilos de aprendizaje activo, reflexivo, teórico y pragmático, según la concepción de Honey-Alonso; indicando que estos aspectos introducidos en la enseñanza mejoran el rendimiento académico en temas de Álgebra Lineal además

de potenciar los procesos propiamente matemáticos de reflexión y abstracción.

En condiciones iniciales, la descripción de las clases de errores cometidos al resolver problemas con operaciones algebraicas se observaron niveles de intensidad análogos en los errores cometidos en todos sus tipos: omisión, etiquetación, cálculo y conceptual en ambos grupos.

Luego de aplicar las estrategias didácticas experimental y tradicional a los grupos respectivos objeto de estudio, se evidenció una marcada diferencia en los niveles de intensidad de las clases de errores incurridos al resolver problemas con operaciones algebraicas entre el grupo experimental y el grupo control. El grupo al que se le aplicó la estrategia didáctica ECOPRA fue más eficiente reduciendo los diferentes tipos de error desplegando índices inferiores a los obtenidos por el grupo control.

A fin de generalizar las tendencias observadas a nivel muestral el análisis inferencial permitió afirmar mediante el contraste de hipótesis y con un 95% de confianza que en condiciones iniciales los grupos investigados eran estadísticamente homogéneos, por lo tanto cualquier variación obtenida en el desempeño matemático sería atribuible a la estrategia experimental.

Las diferencias observadas en el desempeño matemático en operaciones algebraicas y en las dimensiones en que se compone, habilidad conceptual – procedimental, destreza comunicacional, tipos de error, capacidad de razonamiento y competencia en la solución de problemas, tienen un alto grado de significatividad según se desprende de los resultados del análisis inferencial pertinente que confirman los supuestos de la investigación y lo evidenciado en el análisis descriptivo previo, razón por la cual se concluyó con un 95% de confianza que la estrategia didáctica constructivista – pragmática ECOPRA es efectiva para potenciar la resolución de problemas con operaciones algebraicas en el contexto poblacional donde se hizo la experimentación.

Lo anterior ratifica lo expuesto por Pachano y Terán (2008) y por Sierra (2014) los cuales señalan que el desarrollar estrategias constructivistas genera resultados altamente positivos para los principales protagonistas del acto educativo, docentes y estudiantes; a los profesores les permitió mejorar su enseñanza, al actuar como

facilitadores de aprendizajes significativos a través del uso de estrategias constructivistas; a los educandos se les brindó la oportunidad a partir de actividades enmarcadas en un contexto real, de construir sus propios aprendizajes a fin de interiorizar los conocimientos, en esta oportunidad de álgebra

El análisis inferencial no paramétrico proporcionó información concluyente en cuanto a que los niveles de intensidad, reflejados en los índices de error cometido en sus diferentes tipos, en la solución de problemas relacionados con operaciones algebraicas, dependen de la estrategia didáctica aplicada.

En resumen se concluyó que la estrategia didáctica ECOPRA mejora el desempeño matemático, la habilidad conceptual – procedimental, la destreza comunicacional, la capacidad de razonamiento, la competencia en la solución de problemas y en general reduce la presencia de errores de omisión, etiquetación, de cálculo y conceptual en la resolución de problemas con operaciones algebraicas por parte de los estudiantes cursantes de la asignatura Matemática I del Colegio Universitario de Administración y Mercadeo.

## RECOMENDACIONES

- Se recomienda repetir el experimento en otro contexto con mayor control de las variables y aspectos involucrados, a fin de reafirmar los hallazgos del estudio para con ello confirmar definitivamente la efectividad de la estrategia didáctica constructivista – pragmática en el desempeño matemático de estudiantes iniciando la educación superior.
- Se recomienda además, completar esta línea de investigación de pedagogía y didáctica en educación matemática, inquiriendo sobre modelos educativos de corte constructivista y pragmático con la finalidad de encontrar una alternativa eficaz que ayude a aminorar la crisis educativa en formación cuantitativa que se vive en los tiempos actuales.
- Se recomienda la aplicación de la estrategia constructivista ECOPRA como estrategia didáctica para el mejoramiento del desempeño matemático en las instituciones educativas universitarias, en virtud de las ventajas observadas en cuanto a habilidad conceptual – procedimental, destreza comunicacional, tipos de errores, capacidad de razonamiento y competencia en la solución de problemas; y de esta manera contribuir a mejorar notablemente la formación del futuro profesional.
- Se recomienda replicar el experimento con otros contenidos matemáticos esenciales o en otros niveles educativos a fin de verificar la efectividad de la estrategia didáctica constructivista – pragmática en la educación matemática.

## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Aguirre, J. N. (s.f.) Historia del álgebra.
- Aparicio, A. y Bazán J. (2006). Las actitudes hacia la Matemática-Estadística dentro de un modelo de aprendizaje [artículo en línea]. Revista de Educación Pontificia Universidad Católica del Perú. Disponible: <http://pergami.pucp.edu.pe/?q=node/22> [Consulta: 2007, Diciembre 15].
- Araujo, J. y Chadwick, C. (1993). *Tecnología educacional: teorías de instrucción*. Barcelona: Paidós.
- Baldor, A. (2001). *Álgebra Elemental*. (1° ed.). Caracas: Cultural Venezolana S. A.
- Barrientos, J. G. M. (2014). Teorías diversas que favorecen el desarrollo de competencias en la clase de matemáticas desde la intervención educativa. *Cuadernos de Educación y Desarrollo*, (53).
- Blank, G. (1993). Vygotsky: El hombre y su causa. En L. Moll (Comp.), *Vygotsky y la Educación* (pp. 45-74). Buenos Aires: Aique Grupo Editor.
- Campbell, D. y Stanley, J. (1973). *Diseños experimentales y cuasiexperimentales en la investigación social*. Buenos Aires: Amorrortu.
- Carreño, J. (1996). *Efecto de la estrategia metodológica: juegos didácticos en el aprendizaje de las operaciones básicas de la matemática en el séptimo grado educación básica*. Tesis de maestría no publicada, Universidad de Carabobo, Valencia.
- Carretero, M. (1997). *¿Qué es el constructivismo?* en Constructivismo y Educación Disponible: [http://www.uls.edu.mx/~estrategias/constructivismo\\_educacion.doc](http://www.uls.edu.mx/~estrategias/constructivismo_educacion.doc) [Consulta: 2005, Abril 13]. [Documento en línea].
- Craveri, A. M., y Anido, M. (2014). El aprendizaje de matemática con herramienta computacional en el marco de la teoría de los estilos de aprendizaje. *Journal of Learning Styles*, 2(3).
- Constitución Bolivariana de la República de Venezuela. (1999). *Gaceta Oficial de la República Bolivariana de Venezuela*, 5453, (extraordinario), marzo 24, 2000.
- De Corte, E. (1990). Aprender en las escuelas con las nuevas tecnologías de la información: perspectivas desde la psicología del aprendizaje y de la instrucción. *Comunicación, lenguaje y educación.*, 6. 92 – 112.

- De Rincón, A. H. (2005). El rendimiento académico de las matemáticas en alumnos universitarios. *Encuentro Educativo*, 12(1).
- Delval, J. (s.f.). *Tesis sobre constructivismo* en Rodrigo, M. y Arnay, J. Compiladores de construcción del conocimiento escolar. Barcelona: Paidós.
- Dewey, J. (1953). *Democracia y educación*. (3<sup>ra</sup> ed.). (L. Luzuriaga, trad.). Buenos Aires: Losada, S.A.
- Ehmig, P. (2005). *Matemáticas – Enseñando por Transferencia*. [Documento en línea]. Disponible: <http://www.educacionparatodos.com/recursos/metodos/6.pdf> [Consulta: 2008, junio 2].
- El Hamra, S. (2014). *Plan de estrategias tecnológicas para mejorar el rendimiento de los estudiantes a través de un software educativo para la enseñanza de la nomenclatura de compuestos orgánicos en la UEN “Valentín Espinal” Maracay estado Aragua*. Tesis de maestría no publicada, Universidad de Carabobo, Valencia.
- Fernández, P. y Carretero M. (1995). Perspectivas actuales en el estudio del razonamiento. En J. Almaraz, M. Carretero y P. Fernández (Editores), *Razonamiento y comprensión* (pp. 13-46). Madrid: Editorial Trotta, S.A.
- Gracia, M. (2015). Formando docentes de matemática para la enseñanza del álgebra lineal. *Revista Integra Educativa*, 3(2).
- Garza, M. de la. (1995). *Educación y Democracia*. Madrid: Visor Distribuciones, S.A.
- Godino, J. (s.f.). *Perspectiva de la didáctica de las matemáticas como disciplina científica*. [Documento en línea]. Disponible: <http://www.ugr.es/local/jgodino> [Consulta: 2004, junio 23].
- González, F. E. (1995). *La matemática: Una excursión hacia su objeto y su método*. Maracay: Copiher.
- González, S. (2005). *Lenguaje Algebraico*. Consultado en junio, diez, 2007 en [http://www.epler.umich.mx/salvadorgs/matematicas1/contenido/CapII/2\\_1\\_def.htm](http://www.epler.umich.mx/salvadorgs/matematicas1/contenido/CapII/2_1_def.htm).
- Guirles, J. (2002). *El constructivismo y las matemáticas* [Documento en línea]. Disponible: [Consulta: 2005, Marzo 15].

- Gutiérrez, L. (1994). *La matemática escolarizada: ¿la ciencia transformada en dogma?: un estudio etnográfico realizado en aulas universitarias* [Conclusiones en línea]. Tesis de doctorado no publicada, Universidad Nacional Experimental Simón Rodríguez, Caracas. [Consulta: 2004, Octubre 5]. Disponible: <http://www.geocities.com/capecanaveral/hall/4609/conclusiones.html>
- Guzmán, M. de. (s.f.). Enseñanza de las ciencias y la matemática [artículo en línea]. Organización de Estados Iberoamericanos para la Educación, la Ciencia y la Cultura. Disponible: <http://groups.msn.com/cgjulm362gqkjlh4g4qtuud87/tupaginaweb.msnw> [Consulta: 2005, Febrero 15].
- Ley Orgánica de Educación.* (2009). Gaceta Oficial de la República Bolivariana de Venezuela, 5.929, (Extraordinario). Agosto 15, 2009.
- Luzardo, D., y Peña, A. J. (2006). Historia del Álgebra Lineal hasta los Albores del Siglo XX. *Divulgaciones Matemáticas*, 14(2), 153-170.
- Mancera, E. (1998). *Errar es un placer*. México: Grupo Editorial Iberoamérica, S.A. de C.V.
- Marqués, P. (2004). *Didáctica: los procesos de enseñanza y aprendizaje: la motivación* [Documento en línea]. Disponible: <http://dewey.uab.es/pmarques/actodid.htm> [Consulta: 2005, marzo 29].
- Martí, E. (1996). Los mecanismos de internalización y externalización del conocimiento en las teorías de Piaget y Vygotsky. En A. Tryphon y J. Vonèche (Comps.), *Piaget-Vygotsky: La génesis social del pensamiento* (pp. 81-113). Buenos Aires: Editorial Paidós SAICF.
- Organization 4 teachers (Productor). (2006, Octubre 16). *Rubric: Assessment of learning: Mathematical Reasoning, Problem Solving and Communication*. [Documento en línea]. The University of Kansas. Disponible: [http://rubistar.4teachers.org/index.php?screen=ShowRubric&rubric\\_id=1324395&](http://rubistar.4teachers.org/index.php?screen=ShowRubric&rubric_id=1324395&) [Consulta: 2006, Noviembre 9].
- Orozco, C. (1992). *Consideraciones en relación a un programa de autonivelación para mejorar el aprendizaje matemático en la educación superior*. Tesis de maestría no publicada, Universidad de Carabobo, Valencia.
- Orozco, C., Labrador, M. y Palencia de Montañez, A. (2002). *Metodología: manual teórico práctico de metodología para tesis, asesores, tutores y jurados de trabajos de investigación y ascenso*. Venezuela: Ofimax de Venezuela, C.A.

- Pedraza, A. (2004). *El enfoque sociocultural del aprendizaje de Vigotsky* [Documento en línea] Disponible: <http://www.monografias.com> [Consulta: 2004, Abril 4].
- Piaget, J. (1961). *Lenguaje y pensamiento. Estudio sobre la lógica del niño (I)*. Fondo de cultura económica, España.
- Porlán Rafael, García J. Eduardo, Cañal Pedro. (compiladores). (1995). *“Constructivismo y Enseñanza de las Ciencias”*. Sevilla: Diada Editora.
- Resnick, L. y Ford, W. (1990). *La enseñanza de las matemáticas y sus fundamentos psicológicos*. Barcelona: Paidós.
- Rico, L. (1995). *Errores y dificultades en el aprendizaje de las Matemáticas* [Documento en línea] Disponible: <http://cumbia.ath.cx:591/pna/archivos/ricol95-100.pdf> [Consulta: 2008, Mayo 24].
- Rivera, L. P., y de Serrentino, M. T. (2014). Estrategias para la enseñanza y aprendizaje de la geometría en la educación básica: una experiencia constructivista. *Paradigma*, 29(1), 133-146.
- Rodríguez, M. (1999). *Aprender a enseñar matemáticas: un modelo constructivista para los docentes en matemática de la tercera etapa de educación básica*. Tesis de maestría no publicada, Universidad de Carabobo, Valencia.
- Rojas, E. (2005). *Las Matemáticas como lenguaje de comunicación y expresión de conocimiento: Un principio socio-constructivista* [Documento en línea] Disponible: [http://www.sochiem.cl/sochiem/documentos/XII/Ponencias/pon\\_24.pdf](http://www.sochiem.cl/sochiem/documentos/XII/Ponencias/pon_24.pdf) [Consulta: 2008, Junio 05].
- Ruiz, C. (1998). *Instrumentos de Investigación Educativa: Procedimientos para su Diseño y Validación*. Venezuela: Ediciones CIDEF, C.A.
- Santamaría, C. (1995). Un análisis del Razonamiento. En J. Almaraz, M. Carretero y P. Fernández (Editores), *Razonamiento y comprensión* (pp. 47-57). Madrid: Editorial Trotta, S.A.
- Sequera, R. (2011). *Desarrollo de un software educativo para la enseñanza del Álgebra. caso de estudio: Álgebra I, Facultad de Ciencias de la Educación, Universidad de Carabobo*. Tesis de maestría no publicada, Universidad de Carabobo, Valencia.

- Sierra, B. (1995). Solución de problemas por analogías. En J. Almaraz, M. Carretero y P. Fernández (Editores), *Razonamiento y comprensión* (pp. 179-218). Madrid: Editorial Trotta, S.A.
- Sierra, J. (2014). *Efecto del uso de un material potencialmente significativo de Geometría en el rendimiento académico*. Tesis de maestría no publicada, Universidad de Carabobo, Valencia.
- Torre, S. de la. (2000). El error como estrategia didáctica. En O. Barrios y S. de la Torre (Coords.), *Estrategias didácticas innovadoras: Recursos para la formación y el cambio* (pp. 211-228). Barcelona: Ediciones Octaedro, S.L.
- Tryphon, A. y Vonèche, J. (1996). Introducción. En A. Tryphon y J. Vonèche (Comps.), *Piaget-Vygotsky: La génesis social del pensamiento* (pp. 11-22). Buenos Aires: Editorial Paidós SAICF.
- UNESCO. (2004) [Página web en línea]. Disponible: <http://portal.unesco.org/education/en>. [Consulta: 2004, Noviembre 27]
- UNESCO. (2008) [Página web en línea]. Disponible: <http://portal.unesco.org/education/en>. [Consulta: 2016, Febrero 9]
- UNIVERSIDAD DE TUCUMÁN (2008). Consultado en noviembre, cinco, 2008 en <http://www.face.herrera.unt.edu.ar/algebra/presentacion.htm>.
- Vera, H., y Cemborain, M. (1999). *Una propuesta constructivista en informática educativa para la enseñanza de la matemática*. Agenda académica [Revista en línea], 6(1),14. Disponible: [Consulta: 2004, Diciembre 9].
- Vygotsky, L. (1979). *El desarrollo de los procesos psicológicos superiores*. (2<sup>da</sup> ed.). (S. Furió, trad.). Barcelona, España: Crítica, S.A.
- Wertsch, J. (1988). *Vygotsky y la formación social de la mente*. Barcelona: Paidós Ibérica S.A.
- Westbrook, R. (1993) John Dewey. En UNESCO [Página Web en línea]. Disponible: <http://www.ibe.unesco.org/international/publications/thinkers/thinkerpdf/dewey s.pdf> [Consulta: 2007, Abril 05].

# *Anexos*

[ANEXO A]

[OPERACIONALIZACIÓN DE VARIABLES]

Expectativas u objetivos de estudio	Variables	Dimensiones	Sub dimensiones	Indicadores	Criterios	Instrumentos	Items
Evaluar el efecto de la estrategia didáctica ECOPRA en el desempeño matemático relacionado con operaciones algebraicas en los alumnos cursantes de Matemática del I semestre en el CUAM.	<u>Variable dependiente</u>	Habilidad Conceptual – Procedimental		Grado de dominio conceptual – procedimental	Muy Alto	Prueba de rendimiento académico escrita	1 – 7
	Desempeño matemático relacionado con operaciones algebraicas definidas como: Habilidad Conceptual – Procedimental, Destreza Comunicacional, Tipo de Error, Capacidad de Razonamiento y Competencia en Solución de problemas.	Destreza Comunicacional		Grado de dominio comunicacional matemático			Alto
		Tipo de Error	Conceptual Etiquetación Omisión Cálculo	Nivel de error	Moderado	1 – 7	
		Capacidad de Razonamiento		Nivel de análisis	Bajo	3a, 5, 6, 7	
		Competencia en Solución de problemas		Nivel de transferencia	Muy Bajo	1 – 7	
<u>Variable independiente</u>	Estrategia didáctica “Enseñanza Constructivista Pragmática”						

Fuente: Pinto O., G. 2008.

**[ANEXO B]**  
**[INSTRUMENTO PRE-PRUEBA ESCRITA]**

**Apellidos y Nombres:** \_\_\_\_\_ **C.I. :** \_\_\_\_\_

**Especialidad:** \_\_\_\_\_ **Turno:** \_\_\_\_\_ **Sección :** \_\_\_\_\_

**Asignatura:** \_\_\_\_\_ **Fecha:** \_\_\_\_\_

**PRE – PRUEBA**

**Instrucciones:** Analice con detenimiento cada pregunta y en los espacio dados a continuación deje evidencia escrita, gráfica, esquemática, o matemática de la pregunta respectiva.

1. Observe la expresión algebraica:  $\frac{-20mx^2y^3}{4ab^3}$

1a) Nombre cada uno de los elementos de la expresión	1b) Explique por que cree que su respuesta es correcta:

2. De acuerdo con su comprensión de “Notación Algebraica”

2a Explique cuál es la finalidad del uso de la Notación Algebraica:	2b) De ejemplo del uso de Notación Algebraica

3. Dado el polinomio  $\frac{1}{2} a^3 - \frac{1}{3} b^3 - \frac{3}{2} a^2b + \frac{3}{4} ab^2 - b^3 + \frac{1}{8} a^2b - \frac{5}{6} ab^2 + \frac{2}{3} b^3$

3a) Indique cuáles son Términos semejantes	3b) Explique por que son semejantes:

4. De acuerdo con el uso del Lenguaje Matemático

4a) Encuentre una manera de representar: “la diferencia entre el cubo de a con el cuadrado de b.	4b) Escriba con todo detalle como se lee la expresión $(a - b)^2$
--	---

5. Dado el siguiente polinomio  $5x^2y - 6xy^2 + y^3 - 6x^2y + 9xy^2 - 16y^3 - x^3$

5a) Reducirlo y presentar su resultado en forma ordenada	5b) Explique el procedimiento seguido
--	---------------------------------------

6. Resuelva las siguientes operaciones algebraicas con monomios.

6a) $(-a^{m+1}b^{n-2})(-4a^{m-2}b^{2n+4})$	6b) Explique el procedimiento seguido
--	---------------------------------------

6c) $-1/15 a^{x-3}b^{m+5}c^2 / -3/5 a^{x-4}b^{m-1}$	6d) Explique el procedimiento seguido
---	---------------------------------------

7. Represente en notación algebraica el siguiente enunciado.

En el primer piso de un hotel hay x habitaciones. En el segundo piso hay el triple número de habitaciones que en el primero; en el tercero la cuarta parte de las que hay en el primero. ¿Cuántas habitaciones tiene el hotel?

[ANEXO C]  
[INSTRUMENTO POST-PRUEBA ESCRITA]

Apellidos y Nombres: \_\_\_\_\_ C.I. : \_\_\_\_\_

Especialidad: \_\_\_\_\_ Turno: \_\_\_\_\_ Sección : \_\_\_\_\_

Asignatura: \_\_\_\_\_ Fecha: \_\_\_\_\_

**POST – PRUEBA**

**Instrucciones:** Analice con detenimiento cada pregunta y en los espacio dados a continuación deje evidencia escrita, gráfica, esquemática, o matemática de la pregunta respectiva.

1. Observe la expresión algebraica:  $\left(\frac{3x^3y^4}{2ab}\right)$

1a) Nombre cada uno de los elementos de la Expresión	1b) Explique por que cree que su respuesta es correcta:

2. De acuerdo con su comprensión de “Notación Algebraica”

2a Explique cuál es la finalidad del uso de la Notación Algebraica:	2b) De ejemplo del uso de Notación Algebraica

3. Dado el polinomio  $-x^3 + 5x^2y - 6xy^2 + y^3 - 6x^2y + 9xy^2 - 16y^3$

3a) Indique cuáles son Términos semejantes	3b) Explique por qué son semejantes:

4. De acuerdo con el uso del Lenguaje Matemático

4a) Encuentre una manera de representar: “la suma del cuadrado de a con el cubo de b”	4b) Escriba con todo detalle cómo se lee la expresión $(y^3 - x^2)$
---	---

5. Dado el siguiente polinomio  $a^x - 7a^{x-1} + a^{x-2} + 8a^{x+2} - 7a^{x+1} - a^x + 12a^{x-1}$

5a) Reducirlo y presentar su resultado en forma ordenada	5b) Explique el procedimiento seguido
--	---------------------------------------

6. Resuelva las siguientes operaciones algebraicas con monomios.

6a) $(-5/6 x^2 y^3) (-3/10 x^m y^{n+1})$	6b) Explique el procedimiento seguido
--	---------------------------------------

6c) $54x^2 y^2 z^3 / -6xy^2 z^3$	6d) Explique el procedimiento seguido
----------------------------------	---------------------------------------

7. Represente en notación algebraica el siguiente enunciado.

Compré 3 discos compactos a Bs. a cada uno; luego 2 gorras a Bs. b cada una y por último gasté Bs. x en m hamburguesas. ¿Cuánto he gastado?

[ANEXO D]

[RUBRICA DE DESEMPEÑO MATEMÁTICO, CATEGORÍAS HABILIDAD CONCEPTUAL – PROCEDIMENTAL Y DESTREZA COMUNICACIONAL]

**Rubrica Desempeño Matemático**

<b>Categoría</b>	<b>0</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>
Habilidad Conceptual – Procedimental	No hay respuesta o la respuesta no es pertinente con la pregunta.	La respuesta es incompleta, confusa o errónea pero tiene sentido.	La respuesta tiene fallas evidentes, omisión de procedimientos, de conceptos o de operaciones pero es aceptable.	La respuesta es casi correcta o completa. Hay fallas leves pero no afectan el sentido.	La respuesta es totalmente correcta.
Destreza Comunicacional	No hay explicación o esta es ajena a la pregunta.	La comunicación contiene errores significativos o no están presentes los elementos esenciales. Hay muy poco vocabulario matemático o el usado carece de claridad y precisión.	La mayoría pero no todos los elementos esenciales fueron comunicados, o contienen una o más inconsistencias o errores. Hay muestra de vocabulario matemático con algún grado de claridad o precisión.	Los elementos esenciales están presentes en la comunicación pero se necesita experiencia previa con el material para su completo entendimiento. Hay vocabulario matemático con considerable claridad y precisión.	Los elementos esenciales están presentes en la comunicación y no se necesita experiencia previa con el material para su entendimiento. Hay un uso amplio, claro y preciso del vocabulario matemático en la comunicación.

**[ANEXO E]**  
**[RUBRICA DE DESEMPEÑO MATEMÁTICO, CATEGORÍAS**  
**COMPETENCIA EN LA SOLUCIÓN DE PROBLEMAS**  
**Y CAPACIDAD DE RAZONAMIENTO]**

**Rubrica Desempeño Matemático**

<b>Categoría</b>	<b>0</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>
Competencia en la Solución de problemas	No hay demostración alguna de los conceptos fundamentales o habilidades en los procedimientos que han sido enseñados.	Demuestra un conocimiento o inexacto o limitado de los conceptos fundamentales o habilidades en los procedimientos que han sido enseñados.	Demuestra algún conocimiento de los conceptos fundamentales o habilidades en los procedimientos.	Demuestra un conocimiento considerable de los conceptos fundamentales o habilidades en los procedimientos.	Demuestra un conocimiento exacto de los conceptos fundamentales o habilidades en los procedimientos.
Capacidad de Razonamiento	No hay solución o esta no evidencia pistas de razonamiento.	Evidencia una solución carente de claridad debido al análisis limitado en el uso de estrategias que conlleven a una conclusión lógica.	Evidencia una solución que muestra algo de claridad debido al análisis parcial en el uso de estrategias que conlleven a una conclusión lógica.	Evidencia una solución clara debido al completo análisis en el uso de estrategias que conlleven a una conclusión lógica.	Evidencia una solución clara y exacta debido al completo análisis en el uso de estrategias que conlleven a una conclusión lógica.

[ANEXO F]

[RUBRICA DE DESEMPEÑO MATEMÁTICO, CATEGORÍA ERROR POR OMISIÓN, ETIQUETACIÓN, CÁLCULO Y CONCEPTUAL]

**Rubrica Desempeño Matemático**

<b>Categoría</b>	<b>0</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>
Error de omisión	No hay respuesta o la respuesta dada es impertinente.	La respuesta incluye errores graves de omisión.	La respuesta es en su mayor parte correcta pero puede haber unos pocos errores leves de omisión.	La respuesta se muestra casi sin errores de omisión	La respuesta no presenta errores de omisión.
Error de etiquetación	No hay respuesta o la respuesta dada es impertinente.	La respuesta incluye errores graves de etiquetación.	La respuesta es en su mayor parte correcta pero puede haber unos pocos errores leves de etiquetación.	La respuesta se muestra casi sin errores de etiquetación	La respuesta no presenta errores de etiquetación.
Error de cálculo	No hay respuesta o la respuesta dada es impertinente.	La respuesta incluye errores graves de cálculo.	La respuesta es en su mayor parte correcta pero puede haber unos pocos errores leves de cálculo.	La respuesta se muestra casi sin errores de cálculo	La respuesta no presenta errores de cálculo.
Error conceptual	No hay respuesta o la respuesta dada es impertinente.	La respuesta incluye errores graves conceptuales.	La respuesta es en su mayor parte correcta pero puede haber unos pocos errores leves conceptuales.	La respuesta se muestra casi sin errores conceptuales	La respuesta no presenta errores conceptuales

[ANEXO G]  
[FORMATO DE VALIDACIÓN DE LOS INSTRUMENTOS A TRAVÉS DE  
JUICIO DE EXPERTOS]



**Universidad de Carabobo**  
**Facultad de Ciencias de la Educación**  
**Dirección de Estudios para Graduados**  
**Maestría en educación Matemática**



Ciudadano

Profesor

Presente.-

Ante todo reciba un cordial y respetuoso saludo, el siguiente escrito tiene como finalidad presentarle un instrumento de recolección de datos elaborado con el objetivo de llevar adelante el trabajo de grado titulado **“EFECTO DE LA ESTRATEGIA DIDÁCTICA “ECOPRA” EN EL DESEMPEÑO MATEMÁTICO DE LOS ALUMNOS EN EDUCACIÓN SUPERIOR”** para optar al Título de Magíster en Educación Matemática.

La intención es que Usted tenga a bien evaluar y validar el instrumento para su posterior aplicación.

Agradeciendo de antemano su receptividad, colaboración y pronta respuesta, me despido de Usted.

Atentamente,

Lic. Gustavo A. Pinto Orozco

## FORMATO PARA VALIDAR EL INSTRUMENTO A TRAVÉS DE JUICIOS DE EXPERTOS

A continuación se le presenta una serie de categorías para validar los Ítems que conforman este instrumento, en cuanto a criterio, pertinencia, coherencia y claridad. Para ello se presenta una escala de cuatro alternativas para que usted seleccione la que considere correcta.

Instrumento: \_\_\_\_\_

Experto: \_\_\_\_\_

Especialidad: \_\_\_\_\_

Escala: **A** (Muy Bueno) **B** (Bueno) **C** (Regular) **D** (Deficiente)

ÍTEMS	CRITERIO	PERTINENCIA	COHERENCIA	CLARIDAD
1a				
1b				
2a				
2b				
3a				
3b				
4a				
4b				
5a				
5b				
6a				
6b				
6c				
6d				
7				

**JUICIO DEL EXPERTO**

El instrumento es pertinente según los objetivos planteados: \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

Los ítems están claramente definidos según las variables descritas en el estudio: \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

Observaciones generales: \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

Según su criterio el instrumento se considera: \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

Firma: \_\_\_\_\_

[ANEXO H]

[DESARROLLO DE LA ESTRATEGIA METODOLÓGICA ECOPRA]

**“ECOPRA” una propuesta didáctica para  
la enseñanza de Matemática I  
en el C.U.A.M.**

*Lic. Gustavo A. Pinto Orozco*

## PRESENTACIÓN

La finalidad de la estrategia de enseñanza constructivista – pragmática (ECOPRA) es abordar el proceso de enseñanza y aprendizaje de los estudiantes que cursan la asignatura Matemática I en lo que respecta al Módulo I, álgebra, bajo una perspectiva distinta a la tradicional donde es el docente quien a juicio de experto realiza la instrucción sin considerar la opinión y/o las necesidades reales que puedan tener los alumnos. ECOPRA busca involucrar al estudiante en la construcción activa del conocimiento de acuerdo a sus necesidades y en función de cumplir con el diseño curricular requerido para el perfil de éste al egresar.

Persiguiendo el fin antes descrito la presente estrategia lleva consigo cuatro fases, que basados en las ideas de Piaget, Vygotsky y Dewey, son:

### Fases de Enseñanza

- 1. Argumentar a través del diálogo entre profesor y alumnos las posibilidades de uso del tema, que permitan a los alumnos interiorizar su importancia e inferir su aplicación a la vida real.*
- 2. Proponer situaciones problemáticas enmarcadas en entornos reales que ameriten el encuentro de soluciones por parte de los alumnos.*
- 3. Organizar actividades didácticas que incluyan la formación de pequeños grupos dentro de la clase tendentes a resolver la problemática planteada en el punto anterior.*
- 4. Evaluar si el alumno lleva a cabo la transferencia de aprendizajes. Es decir la utilización de los conceptos adquiridos en otros contextos del saber y de la vida misma.*

Los temas de conocimientos básicos involucrados en el módulo I de la asignatura Matemática I son los siguientes:

Desglose del módulo en conceptos fundamentales, conceptos subsidiarios y contenidos de los conceptos subsidiarios.

### *Álgebra*

#### *Lenguaje algebraico*

##### *Expresión algebraica*

- Notación
- Representación algebraica de expresiones en lenguaje común
- Interpretación de expresiones algebraicas
- Evaluación numérica de expresiones algebraicas

##### *Operaciones fundamentales*

- Suma, resta, multiplicación y división
- Leyes de los exponentes y radicales
- Productos notables
- Factorización

#### *Ecuaciones*

##### *Ecuaciones lineales*

###### Con una incógnita

Resolución y evaluación de ecuaciones

###### Con dos y tres incógnitas

- Sistemas de ecuaciones
- Métodos de solución

##### *Ecuaciones cuadráticas*

Métodos de solución

#### *Graficación*

#### *Aplicaciones*

Solución de situaciones reales a través de métodos algebraicos:  
Identificar, interpretar y utilizar modelos algebraicos

El diseño del modelo instruccional de la estrategia constructivista - pragmática utilizado para abordar el desarrollo del módulo I de la asignatura Matemática I en el Colegio Universitario de Administración y Mercadeo, se estructuró en los siguientes propósitos:

**Propósito formativo.**

Que el estudiante desarrolle el razonamiento matemático y utilice el lenguaje algebraico en la resolución de problemas de la vida cotidiana, dentro y fuera del contexto matemático, representados por modelos donde se apliquen conocimientos y conceptos algebraicos.

**Competencias específicas.**

1. Construye e interpreta modelos matemáticos mediante la aplicación de procedimientos algebraicos para la comprensión y análisis de situaciones reales o hipotéticas.
2. Resuelve diferentes problemas que impliquen ecuaciones de primer y segundo grado en forma algebraica.
3. Argumenta la solución obtenida de un problema, con métodos numéricos y gráficos mediante el lenguaje verbal, matemático
4. Analiza las relaciones entre dos o más variables de un proceso social o natural para determinar o estimar su comportamiento.

**Producto.**

Solución algebraica de sistema de ecuaciones.

**Indicadores.**

Construye el modelo matemático del problema.

Identifica cantidades constantes y variables en el problema.

Resuelve el sistema de ecuaciones que implica el problema.

Comprueba algebraicamente los cuestionamientos del problema.

**Criterios.**

Construir correctamente el modelo algebraico de un problema.

Resolver correctamente sistemas de ecuaciones e interpretar.

## Planificación.

La estrategia aplicada se desarrolló en cuatro semanas, en dos sesiones de clases semanales para un total de tres horas en ese lapso, tal como se señala a continuación:

SEMANA	SESIÓN	CONTENIDOS DE LOS CONCEPTOS SUBSIDIARIOS
1	1	- Pre-prueba
	2	- Notación - Representación algebraica de expresiones en lenguaje común - Interpretación de expresiones algebraicas - Evaluación numérica de expresiones algebraicas
2	3 y 4	- Suma, resta, multiplicación y división de expresiones algebraicas - Leyes de los exponentes y radicales - Productos notables - Factorización
3	5 y 6	- Resolución y evaluación de ecuaciones con una incógnita
4	7	- Resolución y evaluación de ecuaciones con dos y tres incógnitas
	8	- Post-prueba

## **Ejecución.**

Acorde con lo planificado, en la primera sesión se aplicó la pre-prueba que sirvió de diagnóstico de los conocimientos que presentaban los alumnos y para establecer la homogeneidad entre ellos, y a partir de allí, las siguientes sesiones de clases se desarrollaron de la forma siguiente:

# **Desarrollo práctico de un contenido de la asignatura Matemática I en el C.U.A.M. en base a la estrategia Enseñanza Constructivista Pragmática “ECOPRA”**

## **Fase 1 de la estrategia**

👉 *Vivenciar el diálogo. El profesor puede crear diálogos sobre algún aspecto de la vida cotidiana que conlleven a la utilización del tema en la misma.*

👉 *Ejemplo:*

*“Imaginense que son T.S.U. en Mercadotecnia y su jefe inmediato les solicita la estimación de ventas de un artículo para el próximo año.” ¿Cómo lo harían? ¿Qué noción matemática se puede aplicar en esta situación? ¿Qué relación tiene con las ecuaciones? ¿Tiene utilidad para ustedes el saber sobre ecuaciones?*

Esta estrategia le permite al estudiante hacer la conexión entre el aprendizaje en el aula y la realidad, promueve el trabajo colaborativo, la autoestima, desarrolla habilidades sociales y de comunicación, le permite observar las conexiones entre las diferentes disciplinas; además favorece al perfil de egreso en los rasgos de razonamiento lógico-matemático, pensamiento creativo, crítico y científico, razonamiento verbal, gestión de la información, entre otros.

## Fase 2 de la estrategia

👉 *El profesor propone situaciones problemáticas de la vida real, esta situación puede adaptarse a los intereses y motivaciones del alumnado, por lo tanto es importante aprovechar las experiencias que ofrece el entorno educativo y extra-educativo del alumno:*

👉 *Ejemplo:*

*Un técnico de Compu-Val vende todos los computadores que ensambla a \$1.500.000. En cada computador invierte \$680.000 en materia prima, y en mano de obra tiene costos fijos de \$4.000.000 a la semana en la operación de la empresa. Encuentre el número de unidades que debe ensamblar y vender para obtener una utilidad de \$5.020.000 a la semana.*

En el estudio de la Matemática, relacionándola con el quehacer diario, se pretende que el estudiante organice y comunique sus ideas empleando lenguaje matemático al razonar, conceptualizar y emitir juicios críticos utilizando herramientas matemáticas, además, resolver problemas de situaciones de su contexto que implique la utilización de procedimientos para analizar críticamente la realidad.

Por otra parte el docente debe proponer situaciones problemáticas reales, es decir situaciones que impliquen dificultades para las cuales no se tengan soluciones hechas y que permitan la solución desde variadas ópticas lo cual conlleve en un primer momento a un planteamiento individual, luego la discusión del grupo y por último al consenso grupal.

### **Fase 3 de la estrategia**

👉 *La resolución de problemas y su procedimiento:*

👉 *Comprender el problema.*

👉 *Realizar relaciones entre elementos del problema.*

👉 *Crear un plan de actuación que nos lleve a la solución de problemas.*

👉 *Individual*  *Explorar soluciones.*

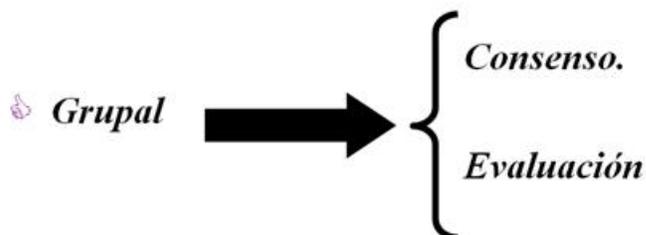
👉 *Grupal*  *Trabajar la técnica.*

Cuando el estudiante emprende la tarea de resolver un problema matemático, debe orientar su actividad a la realización de acciones intencionadas y conscientes de lo que desea alcanzar, de manera de enrumbar sus esfuerzos a conseguir tal fin, razonando cada paso que se realice. Es por ello que el docente debe entonces estimular al alumno por una parte a verbalizar al máximo cuando resuelve un problema de manera de desarrollar en él procesos de reflexión y toma de consciencia de lo que está haciendo. El profesor en este caso desempeña un rol "secundario", pues deja ya de ser el protagonista del hecho educativo, convirtiéndose entonces en un orientador del proceso.

Es importante que el docente fomente el diálogo entre los alumnos con el fin de propiciar situaciones de intercambios de conocimientos entre ellos. Estos intercambios pueden representarse como juicios críticos, asociaciones, relaciones o deducciones, en fin una amplia gama de ideas que cada sujeto puede proporcionarle al otro cooperando de esta manera en la construcción social del conocimiento. Esta técnica socializadora es una fuente importantísima de motivación para el alumno, pues le permite ser partícipe activo dentro del proceso.

## Fase 4 de la estrategia

👉 *Realizar una tarea de retrospección (feedback) para recomponer el procedimiento seguido a fin de aprovecharlo y utilizarlo en otros contextos.*



El análisis de los resultados es una actividad obligatoria cuando se resuelve un problema, pues es necesario conocer si éstos satisfacen el enunciado del problema y el cuerpo de conocimientos matemáticos. La aplicación de esta técnica consiste en que los alumnos expliquen a la clase cómo llevó a cabo la resolución del problema, con la finalidad de propiciar el análisis exhaustivo y discusión de los procedimientos utilizados, así como también discutir la pertinencia o no de tales procedimientos, para así a partir de la comparación de los modos de hacer de cada uno, el alumno sea consciente de cuál es el método más apropiado para la solución de tal problema.

El docente debe estimular confrontaciones entre los puntos de vista de los

alumnos, impregnando el ambiente con un sentido de valoración a los aportes de ellos y reconociendo las debilidades y fortalezas de éstos, proceso que consecuentemente le permita la reconducción de los errores y malentendidos de los alumnos y así configurar correctamente el conocimiento.

### **Evaluación.**

Para evaluar la unidad de aprendizaje, se tomó en cuenta la evaluación diagnóstica con la aplicación de una pre-prueba; formativa la cual se desarrolló en el transcurso de las sesiones a través de la interacción global alumno – grupo – profesor; y sumativa, en donde tanto el profesor como el alumno, darán cuenta del logro de las competencias a través de la valoración de los productos solicitados los cuales están determinados por criterios, así como la autoevaluación del alumno y coevaluación del desempeño de sus compañeros. Además se ejecutó una post-prueba a efectos de contrastar los resultados de la investigación.