



Universidad de Carabobo  
Facultad de Ingeniería  
Estudios Básicos  
Departamento de Matemática



**ESTUDIO DE FUNCIONES REALES DE VARIAS VARIABLES:  
DOMINIO, LÍMITE Y CONTINUIDAD**

Ing. Mariela Valbuena H.

Bárbula, Mayo de 2012

---



Universidad de Carabobo  
Facultad de Ingeniería  
Estudios Básicos  
Departamento de Matemática



**ESTUDIO DE FUNCIONES REALES DE VARIAS VARIABLES:  
DOMINIO, LÍMITE Y CONTINUIDAD**

Trabajo presentado ante el ilustre Consejo de la Facultad de Ingeniería,  
para ascender en el escalafón del Personal Docente y de Investigación  
de la Universidad de Carabobo, a la categoría de Profesor Agregado

Autora: Mariela Valbuena H.

Bárbula, Mayo de 2012



# AGRADECIMIENTO

Agradezco sinceramente:

A **Dios Todopoderoso** la gracia divina que hace posible mi vida.

A mis padres, **Rosalba e Isaac**, la base de lo que soy y la solidez para enfrentar los retos que se presenten.

A mi hermano **Daniel**, siempre dispuesto sin condición y a mi hermana **Jeniffer**, por mostrarme siempre otra perspectiva de la vida.

A **todos mis amigos**, seres invaluableles en mi vida.

A **los profesores del Departamento de Matemática**, en especial a **los profesores de la Cátedra de Funciones Vectoriales**, que contribuyeron a la realización de este trabajo con su apoyo, asesoramiento, valiosa colaboración y grandes aportes.

A todos los que con su apoyo, paciencia y experiencia contribuyeron a la culminación de este trabajo, son parte fundamental de este logro.

A todos... mil gracias.



# DEDICATORIA

A los estudiantes de Ingeniería,  
en especial a los cursantes de la asignatura Funciones Vectoriales,  
quienes han llegado a ésta, nuestra Universidad,  
con una meta por cumplir  
y se esfuerzan por conseguirla...  
A ti, te digo...

¡Sigue adelante, si es posible!



# Índice general

<b>INTRODUCCIÓN</b>	<b>XI</b>
<b>1. EL PROBLEMA</b>	<b>1</b>
1.1. Situación problemática . . . . .	1
1.2. Objetivos de la Investigación . . . . .	7
1.2.1. Objetivo General . . . . .	7
1.2.2. Objetivos Específicos . . . . .	7
1.3. Justificación . . . . .	8
<b>2. MARCO REFERENCIAL</b>	<b>9</b>
2.1. Antecedentes . . . . .	9
2.2. Bases Teóricas . . . . .	11
2.2.1. El proceso enseñanza-aprendizaje de la Matemática . . . . .	11
2.2.2. Teorías del Aprendizaje . . . . .	16
<b>3. MARCO METODOLÓGICO</b>	<b>21</b>
3.1. Tipo de Investigación . . . . .	21
3.2. Metodología . . . . .	22
3.2.1. Fase I: Análisis de necesidades educativas . . . . .	22
3.2.2. Fase II: Revisión Bibliográfica . . . . .	24
3.2.3. Fase III: Diseño del material bibliográfico a desarrollar . . . . .	26
3.2.4. Fase IV: Desarrollo del material bibliográfico . . . . .	27
<b>4. DISEÑO DEL MATERIAL EDUCATIVO</b>	<b>29</b>
4.1. Conclusiones del análisis de necesidades . . . . .	29

4.2. Descripción del entorno de diseño . . . . .	33
4.3. Diseño educativo . . . . .	34
4.4. Diseño de comunicación . . . . .	36
4.4.1. El guión . . . . .	36
4.4.2. Las representaciones gráficas . . . . .	37
<b>5. DESARROLLO DEL MATERIAL BIBLIOGRÁFICO</b>	<b>39</b>
5.1. Herramientas de diseño utilizadas . . . . .	39
5.2. Descripción del prototipo . . . . .	40
<b>CONCLUSIONES</b>	<b>43</b>
<b>RECOMENDACIONES</b>	<b>45</b>
<b>REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS</b>	<b>47</b>

# RESUMEN

Funciones vectoriales, como disciplina matemática del tercer semestre de Ingeniería, en la Universidad de Carabobo, es tradicionalmente percibida por los estudiantes como una asignatura "difícil". En este sentido, las estadísticas de los períodos lectivos de los años 2007 al 2010 sobre el rendimiento estudiantil en esta asignatura, que yacen en la dependencia Dirección de Asuntos Estudiantiles de Ingeniería, evidencian la necesidad de generar propuestas metodológicas que ayuden a mejorar el proceso de enseñanza-aprendizaje empleado en dicha materia.

Por tal razón, esta investigación, llevada a cabo desde el I semestre lectivo de 2010, tuvo como objetivo principal diseñar y desarrollar un material bibliográfico, que pueda ser utilizado para complementar las clases presenciales, las cuales constituyen la estrategia didáctica por excelencia en esta asignatura. La finalidad es proporcionar una herramienta didáctica de apoyo para el estudio de las funciones reales de varias variables.

La metodología empleada está enmarcada en la modalidad de investigación documental, investigación de campo e investigación no experimental. En principio, se realizó el estudio diagnóstico de las necesidades educativas que justifican la propuesta; posteriormente se llevo a cabo una exhaustiva revisión bibliográfica sobre distintos textos relacionados con el estudio del dominio, límite y continuidad de funciones reales de varias variables. Luego, se hizo el diseño educativo y comunicacional del material bibliográfico a desarrollar y finalmente se desarrolló el prototipo correspondiente.

En cuanto al trabajo de campo, la población objeto de estudio estuvo constituida por los docentes activos de la cátedra funciones vectoriales y un grupo de estudiantes de la asignatura. El estudio diagnóstico evidenció, en línea general, la necesidad de mejorar el proceso

de enseñanza-aprendizaje que tradicionalmente se ha empleado, mediante la utilización de materiales bibliográficos acordes con el contenido programático de la asignatura.

La propuesta consiste en un material bibliográfico presentado como una herramienta estudiantil didáctica teórica-práctica, fundamentada en los principios de enseñanza programada de Skinner, el enfoque ecléctico de Gagné y la teoría del procesamiento de la información. El prototipo de la propuesta presentado en este trabajo, se elaboró utilizando como tema modelo; el primero del contenido programático de la asignatura funciones vectoriales: dominio, límite y continuidad de funciones reales de varias variables. Para su desarrollo se consideró la utilización de un lenguaje conveniente y adecuado al proceso enseñanza-aprendizaje del tema, con invitación al análisis y profundización de los contenidos, así mismo hubo una gran utilización de gráficas a color, y en el caso del formato digital, las mismas son presentadas en tridimensional, con la cualidad de poder ser rotadas. Cabe mencionar que durante el proceso de construcción del prototipo, se contó con la asesoría de algunos profesores de la cátedra funciones vectoriales, expertos en contenido.

# INTRODUCCIÓN

La asignatura funciones vectoriales, adscrita al Departamento de Matemática de la Facultad de Ingeniería en la Universidad de Carabobo, presenta un amplio contenido programático que incluye siete (7) temas: Límites y continuidad, el Diferencial, Derivada direccional, Función compuesta, función inversa y función implícita, Extremos y extremos condicionados, Integrales múltiples e Integrales de línea y de superficie. Para el desarrollo de tan extenso programa se dispone de 18 semanas con 4 horas semanales de clase.

Por otra parte, entre los materiales bibliográficos recomendados por la cátedra funciones vectoriales, se encuentran, textos realizados por los docentes del Departamento de Matemática y textos de diversas editoriales. Algunos de los textos realizados en la Universidad de Carabobo no son publicados en la actualidad por lo que no están totalmente disponibles para los estudiantes cursantes de la materia. En cuanto a los textos de diversas editoriales, éstos en ciertos contenidos, no se adaptan al enfoque dado a la asignatura por la cátedra a la cual está adscrita, dado a que no abarcan todos los tópicos requeridos en cada tema y no presentan el orden del programa de la asignatura funciones vectoriales. Así mismo, sus costos son elevados.

Se evidencia entonces la necesidad de disponer de textos que faciliten el proceso enseñanza-aprendizaje en los estudiantes cursantes de la asignatura funciones vectoriales, adaptados a la realidad de los mismos en la Facultad de Ingeniería de la Universidad de Carabobo, cubriendo tanto la calidad de los contenidos como considerando a su vez el aspecto económico. En este sentido los profesores adscritos al Departamento de Matemática, han de participar en la generación de tales textos para así cubrir aquellos aspectos donde se detecta fallas y poder entonces mitigar las necesidades planteadas.

En este sentido, la autora de la investigación quiso ser partícipe de tal designio y por

tanto en este trabajo propone el diseño y desarrollo de un material bibliográfico como apoyo didáctico para el estudio de funciones reales de varias variables específicamente en los tópicos dominio, límite y continuidad, con el propósito de ayudar a mejorar los resultados del proceso enseñanza-aprendizaje en la asignatura funciones vectoriales. Cabe mencionar que esta asignatura, dictada en el tercer semestre de las carreras de Ingeniería, durante los últimos períodos lectivos ha presentado un rendimiento por debajo del 40 % y con tendencia a disminuir, por lo que se pretende, cambiar la percepción que tiene el estudiante acerca de la materia, brindándole la forma de reforzar los conocimientos adquiridos en las clases presenciales de manera lúdica y dinámica. Adicionalmente, la idea es aprovechar la oportunidad de adaptar las estrategias pedagógicas a las nuevas herramientas tecnológicas.

El trabajo se estructuró en cinco capítulos. En el Capítulo 1, se expone el planteamiento del problema, los objetivos y la justificación de la investigación. En el Capítulo 2, se presentan los antecedentes y bases teóricas que sustentan la investigación. En el Capítulo 3, se hace referencia al tipo de investigación y se explica la metodología seguida durante ésta; además del método utilizado para desarrollar el material bibliográfico. Así mismo, se presenta en el Capítulo 4, el diseño educativo y comunicacional de la propuesta y en el Capítulo 5, el prototipo del material bibliográfico siguiendo la metodología empleada para su desarrollo. Finalmente, se presentan las conclusiones que se obtuvieron en la investigación y las recomendaciones generadas de ésta.

# Capítulo 1

## EL PROBLEMA

### 1.1. Situación problemática

La asignatura funciones vectoriales, pertenece al componente de formación básica del perfil del ingeniero que la Universidad de Carabobo quiere formar, se dicta en el tercer semestre de la carrera de Ingeniería, perteneciendo al grupo de asignaturas del Ciclo Básico y debe ser cursada por todos los estudiantes de la facultad, independientemente de la escuela por la que se especialicen. Como materia del tercer semestre de la carrera de Ingeniería, funciones vectoriales, está orientada a que los estudiantes desarrollen destrezas en el cálculo vectorial, desarrollen así mismo su capacidad de abstracción por medio del empleo de conceptos matemáticos relacionados con los espacios de dos y tres dimensiones y adquieran la habilidad para poder utilizar los métodos del cálculo de varias variables y sus aplicaciones en diversas áreas, de esta manera se pretende; crearle razonamiento lógico y estructuras cognoscitivas al alumno para el entendimiento de nuevos conocimientos; además de captar su interés por la aplicabilidad de la matemática en el área de la Ingeniería.

El programa analítico de esta asignatura se encuentra estructurado en siete (7) temas que son: Límites y continuidad; el Diferencial, Derivada direccional, Función compuesta, función inversa y función implícita; Extremos y extremos condicionados; Integrales múltiples e Integrales de línea y de superficie. Entre las referencias bibliográficas más recomendadas se encuentran, textos elaborados por los docentes del Departamento de Matemática y editados por la Universidad de Carabobo y algunos trabajos de ascenso; debido a que los

textos de las diversas editoriales, en ciertos contenidos, poco se adaptan al enfoque dado a la asignatura por la cátedra a la cual está adscrita.

Para el período en el cual se inicia la investigación (I-2010), la población estudiantil de esta asignatura era aproximadamente 1.444, distribuida en 14 secciones de aproximadamente 103 estudiantes por sección, a cargo de siete (7) profesores cuya distribución según tipo de personal, tiempo de dedicación y escalafón es la que se observa en el Cuadro 1.1.

Cuadro 1.1: Distribución de Docentes en la Cátedra de Funciones Vectoriales

Personal	Dedicación	Escalafón
Ordinario 71 %	Dedicación exclusiva 29 %	Titular 13 %
	Tiempo completo 29 %	Asociado 29 %
	Jubilado 13 %	Asistente 29 %
Contratado 29 %	Tiempo Convencional 29 %	Instructor 29 %

**Fuente: Departamento de Matemática. Facultad de Ingeniería**

En la Facultad de Ingeniería de la Universidad de Carabobo, específicamente en la cátedra funciones vectoriales, se presenta una situación preocupante porque el rendimiento de los estudiantes, durante los últimos cinco (5) años no ha alcanzado ni el 40 % de aprobados, según información facilitada por la Dirección de Asuntos Estudiantiles de la facultad. En la **Figura 1.1** se muestra la distribución de estudiantes en la asignatura funciones vectoriales, durante los últimos períodos lectivos desde el año 2007 al 2010. Se observa en ésta que el número de estudiantes reprobados es muy superior al número de estudiantes aprobados, el cual representa, en promedio durante los ocho(8) períodos lectivos, tan sólo el 25.67 % del total de estudiantes inscritos.

Adicionalmente, en la **Figura 1.2** se muestra el rendimiento estudiantil en la asignatura funciones vectoriales, durante los períodos lectivos del año 2007 al 2010. Se observa que el mismo ha venido disminuyendo desde un 37 % para el período I-2007 hasta un 22 % para el II-2010.

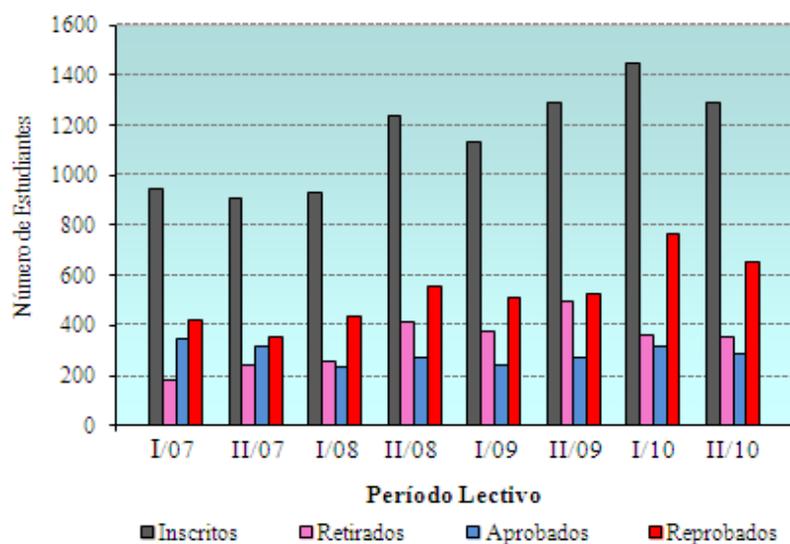


Figura 1.1: Distribución estudiantil en la asignatura funciones vectoriales para los períodos lectivos 2007-2010

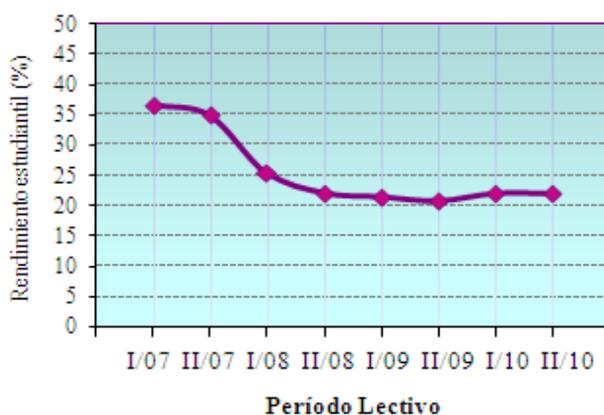
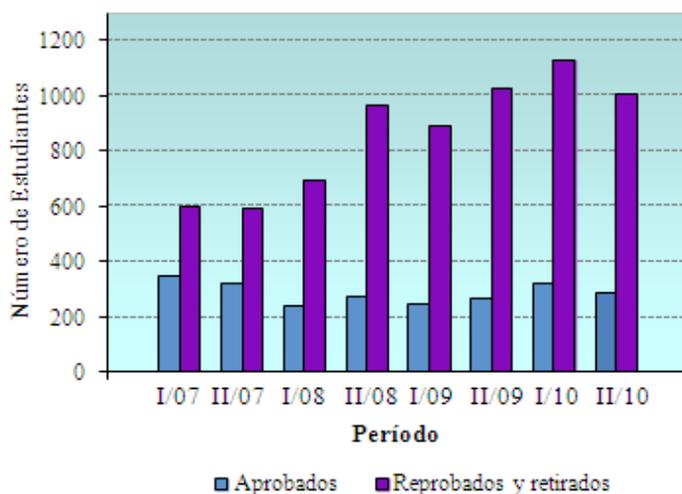


Figura 1.2: Rendimiento estudiantil en la asignatura funciones vectoriales para los períodos lectivos 2007-2010

Sin embargo, cuando se considera el número total de estudiantes inscritos en cada período, la situación se agrava. En la **Figura 1.3**, se distribuyen los estudiantes en dos grupos: (a) los estudiantes que aprobaron la materia y (b) los estudiantes que reprobaron y retiraron la asignatura.

Para efectos prácticos, éste último puede ser concebido como el grupo de estudiantes que fracasan en su intento de aprobar la asignatura, aunque un estudiante puede retirar una materia por causas que no necesariamente corresponden a un bajo desempeño en la

misma. Desde este punto de vista, nótese que la deserción se eleva en cada período mientras que el rendimiento se hace cada vez menor.



**Figura 1.3: Distribución de los estudiantes inscritos en la asignatura funciones vectoriales para los períodos lectivos 2007-2010, según su actuación en la materia**

Los datos mostrados en estas figuras reflejan las deficiencias actuales en el rendimiento de los estudiantes de funciones vectoriales, las cuales resultan aún más preocupantes en términos cuantitativos si se analiza el hecho desde la perspectiva de que la educación es una actividad intencionada, en la que se persigue que el estudiante aprenda lo que se le enseña y por lo tanto sólo puede considerarse que el proceso de enseñanza-aprendizaje ha sido efectivo cuando el rendimiento porcentual es igual o próximo a un 100 % de estudiantes aprobados.

El rendimiento estudiantil, obvio, depende de muchos factores, entre los cuales se puede mencionar, por ejemplo, el tiempo dedicado al estudio de cada tema y la cantidad y variedad de ejercicios. Éstas son variables que afectan significativamente la efectividad del aprendizaje, cuando resultan insuficientes por carecer de una planificación adecuada.

Por otra parte, las aptitudes y actitudes del estudiante y del docente son elementos de notable influencia en el proceso de enseñanza-aprendizaje de una asignatura. Los alumnos pueden carecer de los conocimientos previos y el interés necesarios para el aprendizaje de

una materia. Las limitaciones físicas o mentales y los problemas económicos o familiares de los estudiantes, también pueden constituirse en obstáculos para el aprendizaje.

Acorde con estos factores, es importante señalar que el programa de la asignatura bajo estudio, funciones vectoriales, comprende un contenido extenso con siete (7) temas como ya se mencionó y generalmente ocurre que el tiempo dedicado al estudio de un tema, o la cantidad y variedad de ejercicios no es suficiente para que el estudiante internalice el conocimiento. Aunado a esto, recientemente, en la Facultad de Ingeniería se redujo los bloques de horario de clase de dos horas a una hora y media, con tan solo diez minutos de holgura entre clases y los contenidos programáticos no han sido reestructurados, lo que ocasiona que la parte práctica se limite aún más en clase porque el tiempo disponible en la misma; se utiliza para la explicación teórica y el desarrollo de ejemplos básicos.

De igual manera, no se descarta el docente como posible causa del fracaso de sus alumnos, cuando su preparación es inadecuada o insuficiente para dictar la asignatura que tiene a su cargo, o es poco el interés para hacerlo. Sin embargo, la cátedra funciones vectoriales, tal como se observa en el Cuadro 1.1; cuenta con profesores de amplia experiencia, en su mayoría ordinario y con escalafón superior al de instructor, lo que implica un personal altamente calificado. No obstante cada grupo de estudiantes es diferente y en todo momento se requiere formación pedagógica, conocimientos sobre los diferentes estilos de aprendizaje y sobre las distintas estrategias metodológicas que permiten crear ambientes de aprendizajes significativos, en este sentido es necesario mencionar que la metodología define las técnicas de enseñanza-aprendizaje y los medios y recursos que se deben utilizar para apoyar el proceso, los cuales deben ser lógicamente coordinados para dirigir el aprendizaje del educando hacia los objetivos planteados, en sintonía con la naturaleza de los contenidos de la asignatura. En la materia funciones vectoriales, la disertación constituye el principal formato de trabajo en el aula y muchos docentes emplean casi exclusivamente la pizarra y el discurso como medios para transmitir el conocimiento.

Adicionalmente, es necesario mencionar como factor relevante, la masificación de estudiantes dentro del aula y es que en la actualidad, la Facultad de Ingeniería cuenta con una matrícula muy alta, llegando a haber un promedio de 103 estudiantes por sección para la asignatura funciones vectoriales, siendo el total de estudiantes inscritos de 1.444 en el pe-

río I-2010, momento en que se inicia la presente investigación. Obviamente, tal cantidad de estudiantes impide la atención individualizada que debería tener el docente con cada uno de sus alumnos, quienes algunas veces se pudiesen sentir desmotivados por no entender un ejercicio demostrativo.

En cuanto a las referencias bibliográficas recomendadas se encuentran, textos realizados por los docentes del Departamento de Matemática y editados por la Universidad de Carabobo y textos de diversas editoriales; aunque estos últimos, en ciertos contenidos, no se adaptan al enfoque dado a la asignatura por la cátedra a la cual está adscrita, debido a que no abarcan los tópicos requeridos en cada tema, ni la profundidad de los mismos y no presentan el orden del programa de la materia funciones vectoriales. Así mismo, sus costos los hacen no asequibles para la mayoría de los estudiantes de la asignatura.

En este sentido, se tiene que los textos que recomienda la cátedra funciones vectoriales, realizados en la Facultad de Ingeniería de la Universidad de Carabobo hace ya algunos años, no se publican en la actualidad por lo que no están totalmente disponibles para los estudiantes cursantes de la materia.

Es necesario mencionar que en los últimos años varios profesores del Departamento de Matemática, han trabajado en función de generar textos o materiales educativos que contemplen los contenidos de la asignatura funciones vectoriales, para solventar la necesidad de contar con materiales didácticos para los estudiantes cursantes de la misma. Estos materiales son: *Diferenciación de Funciones Vectoriales* (2005) de los profesores Jesús Jiménez y Enrique Flores, *Extremos en Funciones Reales de Varias Variables* (2009) del profesor Jesús Páez. *La Integral de línea y de Superficie y sus Aplicaciones en Ingeniería* (2008) del profesor Alberto Mejías e *Integrales Múltiples y sus Aplicaciones* (2008) de la profesora Geraldine Cisneros.

Hasta la fecha se ha cubierto el 85 % de los temas contemplados en el contenido programático de la asignatura faltando por desarrollar el tema 1 como es Límites y Continuidad. En cuanto a este tema, los profesores de la cátedra funciones vectoriales han expresado no tener un único libro por el cual enseñar los diferentes tópicos relacionados con el tema y que tampoco existe una librería de ejercicios con la cual se pueda cubrir las diversas interrogantes que puedan surgir durante el estudio del mismo, aunque por otra parte, también

han manifestado la existencia de deficiencias en los conocimientos previos por parte de los estudiantes cursantes de esta asignatura.

En este sentido, según información proporcionada por la Dirección de Asuntos Estudiantiles de la Facultad de Ingeniería, se ha observado una deserción estudiantil en la asignatura funciones vectoriales, de aproximadamente 28.83% de los estudiantes inscritos, como promedio de los últimos períodos lectivos (2007-2010). Esta situación aunada con el índice de reprobados de la materia, disponible en las estadísticas de la misma dirección, exige al docente de esta área de conocimiento; utilizar herramientas, metodologías y estrategias de enseñanza más eficientes para lograr la comprensión de los conceptos fundamentales en la formación integral de los estudiantes.

De esta manera se evidencia la necesidad de actualizar las herramientas del proceso enseñanza-aprendizaje en la asignatura funciones vectoriales, específicamente en el tema inicial de la misma, en virtud de solventar las particularidades anteriormente expuestas. Es por ello, que se plantea desarrollar un material educativo que sirva como apoyo didáctico para el estudio del dominio, límites y continuidad de las funciones reales de varias variables en la Facultad de Ingeniería de la Universidad de Carabobo, acorde con las necesidades educativas existentes.

## **1.2. Objetivos de la Investigación**

### **1.2.1. Objetivo General**

Desarrollar un material bibliográfico que sirva como apoyo didáctico para el estudio del dominio, límites y continuidad de las funciones reales de varias variables en la Facultad de Ingeniería de la Universidad de Carabobo.

### **1.2.2. Objetivos Específicos**

1. Realizar la revisión bibliográfica sobre distintos textos relacionados con el estudio del dominio, límites y continuidad de funciones reales de varias variables, para conocer los diferentes tópicos del tema a contemplar en el material educativo.

2. Diseñar el contenido del material bibliográfico a desarrollar considerando que será una herramienta didáctica para el aprendizaje matemático.
3. Desarrollar el contenido del material bibliográfico con aportes teóricos y ejemplos prácticos del tema.

### 1.3. Justificación

Los profesores de la cátedra funciones vectoriales, con su experiencia han detectado importantes deficiencias en los estudiantes cursantes de esta asignatura y consideran necesario tener a disposición de los mismos un material didáctico que les facilite el aprendizaje de la materia. Si bien algunos profesores del Departamento de Matemático se han dedicado a cubrir en este aspecto el 85 % de los contenidos de la asignatura, no existe el desarrollo de la parte inicial de la misma y por lo tanto la presente investigación propone el desarrollo de un material bibliográfico específicamente en dicha área.

El material educativo a desarrollar, pretende ser de utilidad tanto para estudiantes como para profesores, ya que les permitirá contar con una herramienta didáctica y actualizada elaborada sobre la base del contenido programático de la asignatura funciones vectoriales y los requerimientos actuales de los estudiantes.

Una vez terminado el material bibliográfico antes mencionado, junto con los otros materiales ya elaborados, la cátedra funciones vectoriales dispondrá de herramientas actualizadas para el proceso enseñanza-aprendizaje del contenido completo de la asignatura, lo que se espera colabore en solventar el problema de la deserción estudiantil en la materia y por ende en el rendimiento en la misma, considerando además que el material tiene como alcance el tema inicial de la asignatura y es precisamente una vez evaluada esta primera parte; cuando inicia dicha deserción.

Otra relevancia institucional del presente trabajo, es que el resultado de esta investigación podría ser empleado en investigaciones futuras que se centren en el desarrollo de materiales educativos para el estudio de otros aspectos de la misma asignatura o incluso en otras asignaturas del área de Matemática.

# Capítulo 2

## MARCO REFERENCIAL

### 2.1. Antecedentes

#### 1. Título: Funciones de varias variables.

Autor: Jaime Hernández.

Universidad de Carabobo.

Facultad de Ingeniería. Venezuela.

En su trabajo de ascenso publicado, desarrolla todo el contenido de la asignatura funciones vectoriales enfocándose en conceptos, ejemplos y ejercicios propuestos. Sin embargo, los contenidos carecen de profundidad, el texto no presenta representaciones gráficas, los ejemplos son escasos y es un material que no se encuentra disponible por estar fuera de circulación, siendo su fecha de elaboración el año 1973.

#### 2. Título: Cálculo de funciones vectoriales.

Autor: José Da Silva.

Universidad de Carabobo.

Facultad de Ingeniería. Venezuela.

Este trabajo de ascenso no publicado, presenta todo el contenido de la asignatura funciones vectoriales contemplando tanto la parte teórica como ejemplos y ejercicios propuestos. Sin embargo, es un texto con fecha de elaboración de 1983; poco actual en cuanto a la diagramación y los elementos gráficos y al igual que el texto anterior, es un material que no

se encuentra disponible para la población estudiantil, puesto que tan sólo hay un ejemplar a disposición en la hemeroteca de la Facultad de Ingeniería, el cual no es suficiente para la cantidad de estudiantes cursantes de la asignatura.

### **3. Título: Tópicos sobre Funciones Vectoriales.**

Autor: Aníbal Silva - Lubin Aguirre.

Universidad de Carabobo.

Facultad de Ingeniería. Venezuela.

Esta investigación es un trabajo de ascenso no publicado, en el cual se desarrolla la parte inicial del contenido de la asignatura funciones vectoriales, es decir, Espacio métrico, Límites y continuidad, La Diferencial y Superficies, enfocándose en la teoría pero sin mayor profundidad. Los ejemplos son también muy escasos al igual que las ilustraciones gráficas, las cuales están limitadas a las cualidades de los años 90, fecha de su elaboración.

Es necesario mencionar que este material se encuentra disponible en la hemeroteca de la Facultad de Ingeniería, la cual cuenta con un solo ejemplar.

### **4. Título: Complemento de Funciones Vectoriales.**

Autor: Luis Villamizar - Fermin Falcón.

Universidad de Carabobo.

Facultad de Ingeniería. Venezuela.

En este trabajo de ascenso no publicado, se presentan y desarrollan diferentes tópicos de la asignatura a través de la resolución de ejercicios que ilustran diferentes partes del programa de funciones vectoriales, de manera que el estudiante pueda fijar los conceptos teóricos. Los ejercicios están organizados por capítulos, los cuales llevan una continuidad en su presentación similar al programa de la asignatura, de manera que el estudiante al avanzar en su lectura pueda observar las relaciones de los ejercicios con los temas anteriores. Al final de cada capítulo se plantea un grupo de problemas propuestos para que el estudiante se ejercite. Es necesario señalar que es un material disponible siendo su fecha de elaboración el año 1993 pero contempla únicamente la parte práctica de la asignatura.

## 2.2. Bases Teóricas

El diseño y elaboración de un material educativo, debe hacerse entendiendo en alguna medida en qué consiste aprender, cómo se explica este fenómeno, qué lo afecta y qué se puede obtener de él, ya que de esta manera se está en posición de diseñar, administrar, evaluar y enriquecer continuamente el ambiente de aprendizaje a cargo. Adicionalmente, se está en la posibilidad de superar la práctica artesanal imitativa la cual sólo dispone del contenido que interesa enseñar y replica el tipo de estrategias vividas durante la vida de estudiante, pudiéndose entrar en una práctica de tipo tecnológico y científico para favorecer que alguien aprenda.

### 2.2.1. El proceso enseñanza-aprendizaje de la Matemática

La matemática es una actividad vieja y polivalente, a lo largo de los siglos ha sido empleada con objetivos diversos. Fue un instrumento para la elaboración de vaticinios, entre los sacerdotes de los pueblos mesopotámicos. Se consideró como un medio de aproximación a una vida más profundamente humana y como camino de acercamiento a la divinidad, entre los pitagóricos. Fue utilizada como un importante elemento disciplinador del pensamiento, en el Medioevo. Ha sido la más versátil e idónea herramienta para la exploración del universo, a partir del Renacimiento. Ha constituido una magnífica guía del pensamiento filosófico, entre los pensadores del racionalismo y filósofos contemporáneos. Ha sido un instrumento de creación de belleza artística, un campo de ejercicio lúdico, entre los matemáticos de todos los tiempos.

Por otra parte la matemática misma es una ciencia intensamente dinámica y cambiante, de manera rápida y hasta turbulenta en sus propios contenidos y aún en su propia concepción profunda, aunque de modo más lento. Todo ello sugiere que, efectivamente, la actividad matemática no puede ser una realidad de abordaje sencillo.

El otro miembro del binomio educación-matemática, no es tampoco nada simple. La educación ha de hacer necesariamente referencia a lo más profundo de la persona, una persona aún por conformar, a la sociedad en evolución en la que esta persona se ha de integrar, a la cultura que en esta sociedad se desarrolla, a los medios concretos personales y

materiales de que en el momento se puede o se quiere disponer, a las finalidades prioritarias que a esta educación se le quiera asignar, que pueden ser extraordinariamente variadas.

La complejidad de la matemática y de la educación sugiere que los teóricos de la educación matemática, deban permanecer constantemente atentos y abiertos a los cambios profundos que en muchos aspectos la dinámica rápidamente mutante de la situación global venga exigiendo.

El movimiento de renovación de los años 60 y 70 hacia la "matemática moderna" trajo consigo una honda transformación de la enseñanza, tanto en su talante profundo como en los contenidos nuevos con él introducidos.

La finalidad fundamental de estudiar es el logro de aprendizajes, que se traducen en conocimientos, actitudes, destrezas y hábitos beneficiosos tanto para el sujeto como para la sociedad.

Los estudios revelan que en la mayoría de las ocasiones el proceso de enseñanza aprendizaje de la matemática no satisface las expectativas de padres, maestros, estudiantes y directivos; la generalidad de los estudiantes aprende fórmulas, algoritmos o definiciones para aprobar un examen que luego olvidan con facilidad, no es capaz de resolver problemas a un nivel productivo, presenta dificultades en la comprensión de los conceptos y adolece de estrategias adecuadas para solucionar situaciones que no tienen un carácter algorítmico. (Lerner, 1992).

Las insuficiencias expresadas con anterioridad se deben a múltiples causas, entre ellas la responsabilidad que tienen los maestros al enseñar su materia. Muchas veces en su actuación persisten elementos negativos heredados de la enseñanza tradicional, lo cual se caracteriza por:

- Transmisión y reproducción de conocimientos, manifestado a través del siguiente modelo: presentación del ejercicio, explicación por parte del profesor, trabajo individual y corrección de la tarea en el pizarrón.
- Actividades docentes centradas en el maestro, quien en la mayoría de las ocasiones se anticipa al razonamiento de los estudiantes y no propicia la reflexión.

- Evaluación centrada en preguntas reproductivas, pocas de carácter productivo o creativo, no se tienen en cuenta los aciertos y errores cometidos en el proceso de aprendizaje y esencialmente centrada en el sistema de conocimientos.
- En el tratamiento del contenido, se presta poca atención al desarrollo de ideas conceptuales y a relacionar conceptos con procedimientos.

Una de las tendencias generales más difundidas hoy consiste en la transmisión de los procesos de pensamiento propios de la matemática más que en la mera transferencia de contenidos. La matemática es, sobre todo, saber hacer, es una ciencia en la que el método claramente predomina sobre el contenido. Por ello se concede una gran importancia al estudio de las cuestiones, en buena parte colindantes con la psicología cognitiva, que se refieren a los procesos mentales de resolución de problemas. (Guzmán, 1989).

En la situación de transformación vertiginosa de la civilización en la que nos encontramos, es claro que los procesos verdaderamente eficaces de pensamiento, que no se vuelven obsoletos con tanta rapidez, es lo más valioso que se puede proporcionar a los jóvenes. En el mundo científico e intelectual tan rápidamente mutante vale mucho más hacer acopio de procesos de pensamiento útiles que de contenidos que rápidamente se convierten en lo que Whitehead llamó "ideas inertes", ideas que forman un pesado lastre, que no son capaces de combinarse con otras para formar constelaciones dinámicas, capaces de abordar los problemas del presente.

En esta dirección se encauzan los intensos esfuerzos por transmitir estrategias heurísticas adecuadas para la resolución de problemas en general, por estimular la resolución autónoma de verdaderos problemas, más que la mera transmisión de recetas adecuadas en cada materia.

Por otra parte los docentes deben permanecer atentos a los cambios que ineludiblemente deberán sucederse en su enseñanza como una necesidad de la sociedad actual, signada por la vertiginosidad del conocimiento, el uso de las tecnologías de la información y las comunicaciones, la búsqueda de valores humanos. De ahí la necesidad que tendrán de actualizar, re-evaluar y profundizar en el sistema de conocimientos, los métodos y estrategias de enseñanza que supuestamente les resultaron efectivas y eficaces durante su formación,

para dar paso a nuevas estrategias que posibiliten lograr las metas actuales: una educación matemática para el siglo XXI (González, F. E., 1999).

El acercamiento inicial se puede hacer a través del intento directo de una modelización de la realidad en la que el profesor sabe que han de aparecer las estructuras matemáticas en cuestión. Se pueden acudir para ello a las otras ciencias que hacen uso de las matemáticas, a circunstancias de la realidad cotidiana o bien a la presentación de juegos tratables matemáticamente, de los que en más de una ocasión a lo largo de la historia han surgido ideas matemáticas de gran profundidad. La intención es tratar de estimular la búsqueda autónoma del estudiante, su propio descubrimiento paulatino de estructuras matemáticas sencillas, de problemas interesantes relacionados con tales situaciones que surgen de modo natural.

Es claro que no se puede esperar que los alumnos descubran en un par de semanas lo que la humanidad elaboró tal vez a lo largo de varios siglos de trabajo intenso de mentes muy brillantes, pero es cierto que la búsqueda con guía, sin aniquilar el placer de descubrir, es un objetivo alcanzable en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, así como la detección de técnicas concretas, de estrategias útiles de pensamiento en el campo en cuestión y de su transmisión a los estudiantes. La teoría, así concebida, resulta llena de sentido, plenamente motivada y mucho más fácilmente asimilable. Su aplicación a la resolución de los problemas, que en un principio aparecían como objetivos inalcanzables, puede llegar a ser una verdadera fuente de satisfacción y placer intelectual, de asombro ante el poder del pensamiento matemático eficaz y de una fuerte atracción hacia la matemática. (Guzmán, 1989).

El matemático experto comienza su aproximación a cualquier cuestión de su campo con el mismo espíritu explorador con el que un niño comienza a investigar un juguete recién estrenado, abierto a la sorpresa, con profunda curiosidad ante el misterio que poco a poco espera iluminar, con el placentero esfuerzo del descubrimiento. ¿Por qué no usar este mismo espíritu en la aproximación pedagógica a las matemáticas?

La enseñanza a través de la resolución de problemas es actualmente el método más invocado para poner en práctica el principio general de aprendizaje activo y de inculturación. Lo que en el fondo se persigue con ella es transmitir, en lo posible, de una manera

sistemática los procesos de pensamiento eficaces en la resolución de verdaderos problemas. La enseñanza por resolución de problemas pone el énfasis en los procesos de pensamiento, en los procesos de aprendizaje y toma los contenidos matemáticos, cuyo valor no se debe en absoluto dejar a un lado, como campo de operaciones privilegiado para la tarea de hacerse con formas de pensamiento eficaces.

Se trata de considerar como lo más importante: que el estudiante manipule los objetos matemáticos, que active su propia capacidad mental, que ejercite su creatividad, que reflexione sobre su propio proceso de pensamiento a fin de mejorarlo conscientemente, que, a ser posible, haga transferencias de estas actividades a otros aspectos de su trabajo mental, que adquiera confianza en sí mismo, que se divierta con su propia actividad mental, que se prepare así para otros problemas de la ciencia y, posiblemente, de su vida cotidiana, que se prepare para los nuevos retos de la tecnología y de la ciencia.

En este sentido existen dos objetivos fundamentales para la enseñanza de la matemática: El informativo, para cultivar el espíritu crítico y practicar el razonamiento lógico, y el formativo, para brindar los elementos necesarios que permitan utilizar la matemática en múltiples aplicaciones de la vida (entender fenómenos físicos, biológicos y sociales) para que los estudiantes puedan adaptarse a la realidad y transformarla. (Barboza, 1999).

Así mismo, se trata de armonizar adecuadamente las dos componentes que integran el método de enseñanza por resolución de problemas, la componente heurística, es decir la atención a los procesos de pensamiento y los contenidos específicos del pensamiento matemático. (Guzmán, 1985). Adicionalmente, los problemas deben extraerse de la vida misma. (Barboza, 1999).

La apreciación de las posibles aplicaciones del pensamiento matemático en las ciencias y en las tecnologías actuales puede llenar de asombro y placer a muchas personas más orientadas hacia la práctica. Otros se sentirán más movidos ante la contemplación de los impactos que la matemática ha ejercido sobre la historia y filosofía del hombre, o ante la biografía de tal o cual matemático famoso. (Guzmán, 1985).

Es necesario romper, con todos los medios, la idea preconcebida, y fuertemente arraigada en la sociedad, proveniente con probabilidad de bloqueos iniciales en la niñez de muchos,

de que la matemática es necesariamente aburrida, abstrusa, inútil, inhumana y muy difícil. (Lerner, 1992).

Debe encontrarse la manera de revestir a la matemática de un aprendizaje especial, interesante, divertido y significativo que promueva docentes y estudiantes críticos, con capacidad de razonamiento, y sobre todo felices porque cada día descubren nuevos elementos y nuevas formas de dar respuesta a situaciones de su vida diaria. (Barboza, 1999).

### 2.2.2. Teorías del Aprendizaje

#### Teoría de la instrucción

Los resultados de investigaciones sobre la enseñanza han producido nuevos enfoques, aplicados al desarrollo de materiales y programas instruccionales, así como sistemas masivos de enseñanza. Estos enfoques tienen algunos aspectos en común, como la fundamentación en la teoría de sistemas. "Así, las metas de la instrucción se derivan del análisis del contexto del sistema; los objetivos de la enseñanza se formulan en términos de las conductas que se esperan alcancen los alumnos; el alumno desempeña el principal rol en el proceso, por lo cual deben considerarse sus conductas de entrada y su evaluación debe realizarse en función de los logros obtenidos por cada uno de ellos y no comparándolos entre sí." (Dorrego y García, 1993).

Agregan Dorrego y García (1993): "Para el diseño de las lecciones se toma en cuenta las jerarquías del aprendizaje, así como las diferentes fases del aprendizaje, que determinan las características más adecuadas de los eventos que promoverán el aprendizaje en cada uno de sus fases."

En este sentido un material instruccional toma en consideración los tres elementos básicos del proceso enseñanza-aprendizaje como son estudiante, medio y docente.

Al respecto, Sequera (1996) señala que: "De nada vale un docente brillante con muchos conocimientos, si no toma en cuenta las necesidades de los alumnos, o un alumno muy inteligente sin la adecuada orientación del profesor con alta disposición para el proceso, pero sin medios para lograrlo. Es importante y en la medida de lo posible, mantener un

equilibrio y armonía entre estas componentes e integrarlos para desarrollar una educación eficiente".

### Aprendizaje jerarquizado

Uno de los aspectos que se debe tener presente cuando se pretende enseñar a los estudiantes un tópico nuevo es que éste no viene aislado, sino que por el contrario forma parte de una red de otros tópicos básicos sin los cuales el aprendizaje no es posible. Esto es, existe un conjunto de reglas previas necesarias para alcanzar las nuevas. En este sentido Gagné (1979) señala que:

*Aunque es útil exponer la adquisición de una regla aislada, en su mayor parte no se aprenden por separado salvo quizá en el niño de corta edad. En efecto, el escolar y el adulto normalmente aprenden grupos afines de reglas que pertenecen a un campo más amplio. También se relacionan unas con otras en el sentido psicológico de que el aprendizaje de unas sirve como base para el aprendizaje de otras, del mismo modo que los conceptos son requisitos para aprender reglas.*

Dos o más reglas pueden ser el requisito de la adquisición de una regla de orden superior. Una vez adquirida ésta, se le puede combinar con otra y así sucesivamente. El conjunto entero de reglas organizadas de esta manera forma una jerarquía del aprendizaje, que describe, por regla general, la vía eficaz para conseguir un conjunto organizado de habilidades intelectuales que permiten comprender un tópico. La adquisición de las habilidades intelectuales que son el objetivo de la instrucción consiste en la combinación de otras habilidades aprendidas de antemano.

Según Gagné, el aprendizaje es acumulativo porque las habilidades intelectuales particulares son transferibles a otras de orden superior y a diversos problemas. Ello es lo que hace que el aprendizaje no sea aislado, inclusive existen relaciones entre las materias que a simple vista parecieran que son excluyentes unas con otras. Sin embargo, la biología, por ejemplo necesita de conocimientos matemáticos para elaborar modelos poblacionales; la química al igual que la física utilizan ecuaciones matemáticas en la resolución de problemas. En fin, cualquier tipo de habilidad intelectual, aunque se adquiriera como una entidad relativamente específica, se generalizará a través de mecanismos de transferencia para la

obtención de muchas destrezas y para la solución de problemas nuevos. En consecuencia, las jerarquías del aprendizaje suelen representar un conjunto ordenado de reglas y conceptos que el estudiante ha de aprender para alcanzar un conocimiento del tema en cuestión. Para Gagné (1979):

*Las jerarquías implican que el aprendizaje posee un carácter acumulativo, gracias al cual la adquisición de reglas específicas crea la posibilidad de transferir el aprendizaje a varias reglas más complejas de "orden superior", cuya aplicabilidad es cada vez más general. Se puede pensar que el desarrollo intelectual del hombre se debe a la adquisición de muchas habilidades intelectuales específicas que intervienen en el aprendizaje de otras más complejas y generales.*

Muchos autores consideran que las jerarquías limitan al estudiante bien dotado, esto es, aquellos que son capaces de saltar una habilidad previa para aprender otra de mayor nivel. Sin embargo, Resnick y Ford (1991) establecen que: "...si se utilizan con prudencia y flexibilidad, las jerarquías bien diseñadas pueden resultar útiles para asegurarse de que todos los estudiantes, hasta los menos dotados, lleguen a dominar los principios básicos de las matemáticas, sobre todo las habilidades de cálculo".

### **Aprendizaje significativo**

Es importante que el nuevo contenido que se pretenda enseñar se relacione con aquel que el estudiante ya adquirió para que de esta forma el aprendizaje tenga sentido, es decir, sea significativo. Ello es señalado por Chadwick (1993) en estos términos: "en la planificación de la instrucción se deben destacar las dependencias del nuevo material con respecto a los materiales ya aprendidos, y la nueva unidad a ser aprendida debe programarse en una secuencia adecuada para facilitar esa integración".

Según Ausubel y otros (1987), la posibilidad de que un contenido pase a tener sentido depende de que sea incorporado al conjunto de conocimientos previamente existentes en *la estructura mental del sujeto*. Esto hace que el aprendizaje sea no arbitrario debido a que se lleva a cabo con algún objetivo o según algún criterio.

Las razones por las cuales Ausubel escoge el aprendizaje de contenido verbal con sentido, las justifica diciendo que: "la relación no arbitraria entre un contenido con sentido potencial y los conocimientos previos del individuo, para establecer nuevas ideas en la estructura cognitiva, permite que el aprendiz explore su conocimiento preexistente a fin de interpretar la nueva información". Chadwick (1993). A esto se le puede agregar que el hecho de ser significativo el aprendizaje, minimiza la cantidad de información que debe procesar y recordar el individuo.

Para Ausubel y otros (1987), "la tremenda eficacia del aprendizaje significativo se debe a sus dos características principales: su sustancialidad y su falta de arbitrariedad". La sustancialidad y no arbitrariedad se refiere a que las ideas se relacionan con algún aspecto existente específicamente relevante de la estructura cognoscitiva del estudiante, como una imagen un símbolo ya significativo, un concepto o una proposición.

Finalmente, Ausubel y otros (1987), concluyen diciendo que: "adquirir grandes volúmenes de conocimientos es sencillamente imposible si no hay aprendizaje significativo. La coherencia del discurso lograda por *comprensión*, facilita indudablemente el aprendizaje y la retención; pero a menos que el aprendizaje sea significativo será muy poco el conocimiento, organizado de cualquier otra manera, que pueda asimilarse".

Para lograr que se produzca cualquiera de estos aprendizajes es necesario conocer las condiciones internas y externas que intervienen en el proceso. Para explicar los mecanismos internos que intervienen en el proceso, Gagné elaboró un esquema de las distintas etapas por las que pasan los individuos cuando aprenden. Según Galvis (1992):

*El proceso se inicia con la fase de motivación (externa o interna), en la que se crea una expectativa que mueve el aprendizaje. En la fase de comprensión se llama la atención del aprendiz sobre lo que es importante, se favorece que perciba selectivamente aquello que interesa que aprenda. Viene luego el incidente esencial del aprendizaje, cuando el aprendiz pasa de no-aprendido a aprendido, de no-ser-capaz a serlo (fases de adquisición y retención). El afinamiento se produce en las fases siguientes al incidente esencial, mediante la fase de recordación, que exige recuperar lo aprendido, la de generalización que demanda*

*transferir lo aprendido a una variedad de contextos, y la de retroalimentación, la cual permite afirmar lo aprendido mediante el refuerzo o la reorientación que resulta de confrontar la expectativa con lo logrado.*

En conclusión, la teoría de Gagné ofrece un esquema general que puede ser utilizado como guía para el diseño instruccional, estableciendo pautas para la selección y organización de estrategias de enseñanza y contenidos, según los intereses y necesidades de los estudiantes.

# Capítulo 3

## MARCO METODOLÓGICO

### 3.1. Tipo de Investigación

La investigación está concebida en la modalidad de investigación documental según clasificación expuesta por Ciliberto y González(2006), dado que permite el estudio del problema a fin de profundizar el conocimiento de su naturaleza, apoyándose principalmente en fuentes bibliográficas y documentales. Dicha investigación será enriquecida con el uso de la tecnología para obtener elementos gráficos que permitan la mejor comprensión del tema y con el aporte personal, en base a la experiencia adquirida por la autora a través del tiempo dictando asignaturas similares.

Adicionalmente, el trabajo presenta características de investigación de campo según Orozco, Labrador y Palencia (2002), ya que se recolectan datos directamente de la realidad. En esta investigación se utiliza la entrevista tanto a estudiantes del tercer semestre de Ingeniería como a los profesores de la cátedra funciones vectoriales, con la finalidad de diagnosticar la necesidad de elaboración del material instruccional.

Por otra parte, la investigación se considera una investigación no experimental, ya que se observaron los fenómenos tal como se dan en su contexto natural para después analizarlos. La investigación no experimental es cualquier investigación en la que resulta imposible manipular las variables, se observan las situaciones ya existentes, no provocadas intencionalmente por el investigador. (Hernández y otros, 1998)

Así mismo, este trabajo es una investigación transversal, ya que se recolectan datos en un solo momento, en un tiempo único. Su propósito es describir variables, y analizar su incidencia e interrelación en un momento dado. (Hernández y otros, 1998)

## 3.2. Metodología

El presente apartado contempla los aspectos metodológicos para elaborar un texto gráfico-analítico sobre funciones reales de varias variables para la cátedra funciones vectoriales. Para lograr el desarrollo satisfactorio del material educativo, se utilizó como metodología cuatro fases:

1. Análisis de necesidades educativas
2. Revisión bibliográfica
3. Diseño del material bibliográfico a desarrollar
4. Desarrollo del material bibliográfico

### 3.2.1. Fase I: Análisis de necesidades educativas

Esta fase consistió en determinar la existencia de las necesidades educativas que justifican la propuesta. El diagnóstico, se realizó mediante un estudio de campo en el que se utilizaron instrumentos de corte cualitativo para obtener información detallada de la situación que se desea mejorar, utilizando como población objeto de estudio los actores directamente involucrados en el problema, es decir, estudiantes y docentes de la asignatura funciones vectoriales.

Además de la aplicación de los instrumentos; esta fase implicó el análisis de sus resultados para establecer los lineamientos que orientarán el diseño de la propuesta.

### Población y Muestra

La cátedra funciones vectoriales, para el momento de inicio de la investigación, período 1-2010, estaba constituida por 7 docentes y se matricularon aproximadamente 1.444 estu-

diantes, distribuidos en las 14 secciones ofertadas durante el semestre.

La población docente se estudió en su totalidad por tratarse de un número pequeño de unidades de análisis.

En el caso de la muestra para la población estudiantil, se consideró una muestra no probabilística. En las muestras no probabilísticas, la elección de los elementos no depende de la probabilidad, sino de causas relacionadas con las características del investigador o del que hace la muestra. El caso más frecuente de este procedimiento es utilizar como muestra a los individuos a los que se tiene fácil acceso. (Hernández y otros, 1998).

El segundo criterio muestral fue la intencionalidad, ya que: “es el investigador el que escoge intencionalmente sus unidades de estudio”. Ciliberto y González (2006).

En este sentido, la muestra estuvo delimitada, básicamente, por el número de estudiantes del período 1-2010 inscritos en la sección 01. El número de estudiantes inscritos fue de 113 alumnos. Adicionalmente, también se consideró la entrevista de un grupo de estudiantes en semestres superiores al tercero, para conocer de su experiencia al cursar esta materia en su momento.

### **Técnicas de recolección de la información**

Los dos procedimientos o técnicas utilizadas para la recopilación de los datos fueron la observación y la entrevista.

La observación en esta investigación fue No Estructurada, ya que, mediante conversaciones con docentes se evidencian las dificultades de los alumnos para asimilar el contenido y alcanzar los objetivos planteados por carencia de material bibliográfico suficientemente detallado y adaptados a las exigencias y al nivel de dificultad de la asignatura funciones vectoriales, sobre el tópico Límites y Continuidad durante los últimos años. Por otra parte, también es participante, debido a que la autora se dispuso a asistir a las clases sobre este contenido, lo que le permitió reconocer las dificultades presentadas por los estudiantes al cursar la asignatura. Es necesario mencionar que la autora de la investigación es profesora

de escalafón asistente a tiempo completo en las asignaturas álgebra lineal y geometría analítica, siendo éstas materias previas a la asignatura funciones vectoriales, área en la cual se desarrolla el presente estudio. Así mismo, la observación es grupal y de la vida real, ya que mantuvo bajo observación a un grupo de estudiantes.

La segunda técnica de recolección de datos fue la entrevista, considerándola como un proceso de comunicación verbal recíproca, con una finalidad previamente establecida. Esta técnica, dentro de la presente investigación, asumió diversas características, al principio pensando en la fase exploratoria de la misma, la entrevista fue planeada a través de preguntas abiertas, con un orden lógico; introduciendo un plan flexible previamente preparado en relación a los puntos de interés en el estudio, y al cumplimiento de los objetivos del diagnóstico. A partir de la entrevista de preguntas abiertas, y a través del diálogo directo, espontáneo y confidencial, se produjo una interacción personal, entre los sujetos investigados y la investigadora en relación al problema estudiado que permitió obtener información relevante, lo que condujo a tener una visión más clara de la problemática. La elaboración de las preguntas se estableció en un orden lógico, focalizando la atención en la experiencia que poseen los docentes y estudiantes involucrados en la asignatura.

El procedimiento empleado consistió en visitas a profesores del Departamento de Matemática de la Universidad de Carabobo adscritos a la cátedra funciones vectoriales, a fin de recaudar información acerca de las dificultades que presentan los estudiantes en el primer tema de la asignatura, Límites y Continuidad, como también recaudar información acerca de la metodología empleada en el aula para que el alumno comprenda mejor el tema.

Por otra parte, también se entrevistaron estudiantes de cursantes de la asignatura funciones vectoriales de la Facultad de Ingeniería de la Universidad de Carabobo, con la finalidad de que manifestaran su opinión acerca del tema bajo estudio y expresaran sus dificultades en la comprensión del tema.

### **3.2.2. Fase II: Revisión Bibliográfica**

En primera instancia, se realizó un estudio exploratorio de tipo documental, donde el propósito fue hacer una revisión de las fuentes de información, tales como libros, revistas,

artículos de congresos, guías, entre otros documentos relacionados con el primer tema de funciones vectoriales, el objetivo, conocer los diferentes tópicos del tema a contemplar en el material educativo.

Adicional a las fuentes mencionadas, también se hizo una revisión a través de internet de los diferentes aspectos relacionados con el límite y continuidad de las funciones reales de varias variables.

Para el análisis de la consulta bibliográfica, se utilizó las técnicas de: observación documental, presentación resumida, resumen analítico y análisis crítico, siendo éstas el punto de partida en el análisis de las fuentes de información. Mediante una lectura general de los textos, se inició la búsqueda y observación de los hechos presentes en los materiales escritos consultados que son de interés para esta investigación. A esta lectura inicial, siguieron otras más detenidas y rigurosas de los textos, a fin de captar planteamientos esenciales y aspectos lógicos de contenido y propuestas, a propósito de extraer los datos bibliográficos útiles para el estudio realizado.

La aplicación de la técnica de presentación resumida de un texto, permitió dar cuenta, de manera fiel y en síntesis, de las ideas básicas que contienen las obras consultadas. Es necesario destacar, que la técnica de presentación resumida asume un importante papel en la construcción de los contenidos teóricos de la investigación; así como en lo relativo a los resultados de otras investigaciones que se han realizado en relación al tema y los antecedentes del mismo. La técnica de resumen analítico, se incorporó para descubrir la estructura de los textos consultados, y delimitar sus contenidos en función de los datos que se precisaron conocer. La técnica de análisis crítico de un texto, contiene las dos técnicas anteriores, introduce su evaluación interna, centrada en el desarrollo lógico y la solidez de las ideas seguidas por el autor del mismo. De tal manera, que dada la importancia de las técnicas anteriormente descritas, se emplearon muy especialmente, en todo lo relativo al desarrollo del marco teórico de la investigación y en el diseño y desarrollo del material bibliográfico.

En esta fase también se consideró la viabilidad de la propuesta. En este sentido es necesario mencionar que en relación a la factibilidad técnica, en la actualidad existen paquetes de aplicaciones y herramientas de diseño y programación; con los que es posible crear

materiales instruccionales, de hecho muchos están prediseñados especialmente para la elaboración de materiales educativos. También, para muchos de estos paquetes o aplicaciones se requieren poca o ninguna formación en programación de computadoras. De esta manera el esfuerzo puede ser orientado principalmente al diseño de estrategias de enseñanza y a la elaboración de contenido.

Así mismo, se cuenta con el apoyo de los profesores del Departamento de Matemática, que en un 70 % poseen amplia experiencia en herramientas tecnológicas. Además, se dispone del apoyo y colaboración de los docentes adscritos a la cátedra de funciones vectoriales como expertos en contenido.

### 3.2.3. Fase III: Diseño del material bibliográfico a desarrollar

A partir de los resultados del análisis de necesidades, en esta fase se estudia el entorno en el cual se desarrollará el material educativo, es decir se responden las preguntas ¿A quién va dirigido el producto?, ¿Bajo qué condiciones se usará el producto?, ¿Qué problemas se resuelven con el uso del producto?. Este diseño involucra la descripción del entorno de diseño, el diseño educativo y el diseño de comunicación.

**Descripción del entorno de diseño:** se indica los destinatarios, área de contenido, necesidad educativa, recursos, limitaciones, características físicas y lógicas del material bibliográfico que se desarrollará.

Es necesario señalar que el objetivo de la investigación ha sido desarrollar un material educativo como sistema de apoyo didáctico; por lo que la estrategia metodológica que se plantea consiste en utilizar el material bibliográfico como sistema de reforzamiento de lo visto en clase en forma tradicional con el docente, pero con la ventaja de poder interactuar de manera de autoevaluarse y autocorregirse los conceptos que no hayan quedado claros en la sesión presencial.

**Diseño educativo:** consiste en cómo presentar la información que el estudiante debe aprender. En este punto deben establecerse los objetivos del material educativo, con-

tenidos, conocimientos previos necesarios, tipo de texto. Para ello, se consideraron las diferentes teorías de enseñanza - aprendizaje existentes en la actualidad, para seleccionar entre ellas, la que más se ajuste a las características particulares del aprendizaje y de lo que se va a enseñar.

**Diseño de comunicación:** se establece la estructura comunicacional del material bibliográfico, se refiere a determinar cómo presentar los contenidos en el libro para el lector, cómo se dará la interacción, se establece entonces el diseño del guión y las zonas de comunicación, considerando las funciones que necesariamente debe cumplir el material educativo.

#### 3.2.4. Fase IV: Desarrollo del material bibliográfico

En este punto se hizo la selección de la herramienta computacional para realizar los gráficos del texto, analizando los diferentes programas disponibles en el mercado, que permitan implementar todo lo concebido en el diseño educativo. Es necesario aclarar que este trabajo de investigación es desarrollado solamente por la autora, por lo que el programa computacional a utilizar debe ser accesible a personas no expertas en el área de informática.

Adicionalmente, se desarrolló toda la estructura lógica del material educativo y se documentó el trabajo. Esta documentación conlleva a establecer las pautas generales a seguir en cuanto a la forma de presentación del mismo, entre otros.



## Capítulo 4

# DISEÑO DEL MATERIAL EDUCATIVO

Los resultados obtenidos mediante los instrumentos empleados en la entrevista, se utilizaron para seleccionar los aspectos que se aspiran resolver con base a la naturaleza y magnitud de las necesidades detectadas, generándose así el modelo operativo de la propuesta. Por lo tanto, el contenido, su tratamiento, las actividades de aprendizaje y las estrategias didácticas del material bibliográfico, son el resultado de las necesidades educativa que justifica la propuesta.

### 4.1. Conclusiones del análisis de necesidades

En concordancia con el análisis y discusión de las situaciones encontradas en el ambiente de estudio, se exponen los siguientes aspectos:

Una revisión del cuerpo académico docente designado al dictado de la asignatura funciones vectoriales muestra que el 71 % se corresponde con personal ordinario con una categoría superior al escalafón de instructor. Sin embargo, asumiendo que estos docentes estén en un 100 % preparado con un amplio y sólido conocimiento matemático, su conocimiento relacionado con la profesión docente, es decir, el que está asociado con la formación del estudiante, se basa en la mayoría de los casos en lo empírico, la propia experiencia y los textos. No obstante, aproximadamente, el 50 % de los docentes de esta cátedra además de las clases magistrales impartidas en el aula; recurren a herramientas computacionales para

ejemplificar contenidos abordados en dichas clases, de manera que el estudiante refuerce los conocimientos.

De acuerdo con los resultados obtenidos en las entrevistas y a la observación directa de los estudiantes en clase, se determinó que la población estudiantil revela desconocimiento del vocabulario matemático, o bien, lo emplea incorrectamente. Además, que no tiene claro conceptos matemáticos elementales y en consecuencia sus definiciones y le resulta difícil manejar conceptos matemáticos abstractos. Los estudiantes bajo observación, carecen de los conocimientos previos necesarios para la comprensión de los contenidos de la asignatura funciones vectoriales, tales como la definición de espacio vectorial, espacio euclídeo, espacio métrico, función norma y/o función distancia abordados previamente en la asignatura álgebra lineal. Tampoco tienen manejo sobre la definición de límite y continuidad de una función, siendo éstos contenidos de la materia análisis matemático I.

En este sentido, la opinión de la población estudiantil es que estos contenidos son difíciles de comprender por el nivel de abstracción que poseen. Adicionalmente, consideran que no es posible internalizar los conocimientos por diversas razones como la carga académica que deben asumir, la inestabilidad de los períodos académicos, lo cual lleva al desarrollo de los temas en forma general, orientándose hacia sus aplicaciones y la resolución de ejercicios y no a la resolución propia de problemas, y más aún, dejando de lado la revisión teórica necesaria como soporte para el estudio de conceptos matemáticos en asignaturas de semestres superiores. Así mismo, el 100% de los estudiantes y docentes entrevistados, afirman que las horas de docencia son insuficientes para abordar dichos contenidos con la profundidad necesaria según los objetivos propuestos por las cátedras.

Se hace necesario mencionar que, al revisar el cuerpo académico de las cátedras álgebra lineal y análisis matemático I, para el período I-2010, se encontró que aproximadamente el 60% de los docentes eran contratado por la vía de servicio docente, donde no hay institucionalmente una evaluación que indique el grado de conocimiento matemático, y aunque la cátedra propone un plan instruccional para el desarrollo de las asignaturas, la manera de abordar los temas queda sujeta a como fueron tratados durante su propia etapa de estudiante, sometiendo la experiencia de enseñanza-aprendizaje a la metodología de trabajo que vivieron durante sus estudios.

En cuanto a las estrategias metodológicas empleadas en el proceso enseñanza-aprendizaje del contenido de las tres asignaturas mencionadas, en la entrevista los estudiantes manifestaron que la estrategia metodológica comúnmente usada es la clase magistral, constituyendo la principal o única estrategia en el aula. Sin embargo, independientemente del profesor, cualquier estrategia docente para ser eficiente, requiere en primer término, que el estudiante domine los prerrequisitos del conocimiento que se imparte en un momento determinado. Adicionalmente, desde el punto de vista de los docentes, los alumnos no realizan suficientes tareas que le permitan la ejercitación del conocimiento adquirido además que, por la cantidad de estudiantes en aula, no se realizan actividades que promuevan la participación activa del alumno en el proceso de enseñanza-aprendizaje.

Respecto a la efectividad del aprendizaje, la totalidad de los docentes considera que los estudiantes muestran deficiencias en el análisis e interpretación de problemas, en la comprensión y aplicación de métodos y procedimientos, y el 90 % de los mismos opina que tienen dificultades para aplicar los conocimientos en situaciones prácticas. Además, casi la totalidad de los docentes entrevistados afirma que la mayoría de los alumnos no logra realizar las vinculaciones cognitivas que permitan almacenar el conocimiento en la memoria de larga duración.

En este sentido se determinó, junto con un 100 % de los profesores de la cátedra funciones vectoriales, que las dificultades más frecuentes que presentan los estudiantes de esta asignatura en el estudio del primer tema, Límites y Continuidad, son las siguientes:

- Manejo de  $\mathbb{R}^n$  como espacio vectorial, espacio euclídiano y como espacio métrico.
- Identificar esferas abiertas, punto exterior, interior, frontera, de acumulación, conjunto abierto, cerrado, acotado, entre otros.
- Identificación y manejo de funciones reales y vectoriales.
- Representación geométrica de funciones.
- Manejo de la definición de límite de una función.
- Manejo de continuidad y discontinuidad de una función.

Finalmente, la existencia de múltiples opciones bibliográficas con diferentes procedencias ocasiona que los profesores, aunque la cátedra diseña una planificación de actividades, sigan distintos caminos a la hora de abordar el tema, incrementando esto la discrepancia de criterios para el logro de los objetivos de la asignatura. En vista de lo anterior, se propone el desarrollo de un texto bibliográfico que aborde los enfoques de los diversos profesores de la cátedra, con un tratamiento completo del tema Límites y Continuidad, contribuyendo a una labor educativa más eficiente.

Igualmente, los entrevistados manifestaron estar de acuerdo con la inclusión de más y nuevos materiales como herramientas del aprendizaje de la asignatura, especialmente si son novedosos y están disponibles en formato digital, dado que actualmente la tecnología permite hacer lúdico el proceso de enseñanza.

Puesto que los problemas existentes se centran en los recursos empleados en el proceso de enseñanza-aprendizaje (materiales instruccionales y de apoyo), en el tiempo dedicado al aprendizaje del contenido y en el interés hacia el aprendizaje, se elige emplear el apoyo digital como alternativa de solución, en virtud que a través de éste, se utilizan herramientas de vanguardia. Adicionalmente, se puede lograr que el estudiante visualice las situaciones problemáticas que no pueden ser imaginadas por él con facilidad; contribuyendo a mantener activo al alumno en el aprendizaje.

En virtud de lo anteriormente expuesto, resulta prioritario para la enseñanza y aprendizaje de funciones vectoriales, el diseño, desarrollo y utilización de materiales educativos, ricos en elementos multimedia como imágenes, animaciones y representaciones gráficas, con los que se puede realizar la visualización espacial requerida en esta asignatura y la explicación de las situaciones que exigen la alta capacidad de abstracción, que indican tanto estudiantes como profesores. Este tipo de materiales pueden ser utilizados para complementar el trabajo que se realiza en el aula, ofreciéndose al estudiante la posibilidad de realizar actividades fuera de las horas de clase, lo que constituye una estrategia adicional a la clase magistral, en la cual el alumno puede trabajar a su propio ritmo internalizando los conocimientos y solventando cualquier duda originada acerca de los conocimientos previamente adquiridos. De esta forma, las horas de clase pueden ser utilizadas con mayor eficiencia ya sea para aclarar conceptos, discutir e intercambiar ideas y establecer conexio-

nes cognoscitivas; realizando actividades en las que el estudiante pueda ser un protagonista más activo del proceso, lo que redundará en un aprendizaje realmente significativo.

Se requiere entonces que el estudiante tenga a su disposición un material educativo que pueda revisar fácilmente, de lenguaje acorde a su nivel de preparación, con ejemplos e ilustraciones, en el cual pueda concentrar su atención.

El diseño de la propuesta se dividió en tres etapas:

- 1.- Descripción del entorno de diseño.
- 2.- Diseño educativo.
- 3.- Diseño de comunicación.

## 4.2. Descripción del entorno de diseño

El material bibliográfico podrá ser empleado para el estudio de funciones reales de varias variables, específicamente para dominio, límites y continuidad de las mismas; que es parte del programa de la asignatura funciones vectoriales, la cual es dictada en la Facultad de Ingeniería de la Universidad de Carabobo. Esto significa que el material educativo será utilizado por estudiantes de educación superior, cursantes del tercer semestre de los Estudios Básicos. El promedio de edad de estos usuarios oscila entre los 18 y 20 años siendo un alto porcentaje de estos jóvenes repitiente.

En relación a las necesidades educativas determinadas en la fase anterior, el diseño de la propuesta estará principalmente orientado a solventar estas dificultades y a satisfacerlas. En virtud de esto, el material educativo permitirá:

- Utilizar objetos gráficos para representar situaciones difíciles de comprender o de reproducir en una clase presencial.
- Proporcionar un material para el estudio del contenido funciones reales de varias variables: dominio, límite y continuidad, que podrá ser utilizado por cualquier estudiante en cualquier momento y desde cualquier parte.

- Utilizar estrategias metodológicas distintas a la clase presencial y magistral, para que estudiante realice un análisis exhaustivo del contenido que le permita la profundización del conocimiento, haciendo un uso más eficiente del tiempo dentro y fuera del aula.
- Permitir individualizar el proceso de aprendizaje, considerando que el estudiante seleccione el contenido que desea aprender y el ritmo con que estudiará dicho contenido.
- Promover la participación activa del estudiante en el proceso enseñanza-aprendizaje.
- Incentivar el interés en el estudiante a profundizar, ampliar o aclarar los conocimientos de la materia.

La modalidad educativa que se pretende es mixta, es decir, que comparte las clases presenciales con el estudio autodirigido utilizando el material bibliográfico diseñado. Así, el material educativo podrá ser utilizado por los estudiantes de forma individual o colectiva fuera de las horas de clase.

### 4.3. Diseño educativo

El diseño educativo del material bibliográfico se inicia con el establecimiento de:

- El Objetivo Terminal que se desea alcanzar.
- El análisis de tareas de aprendizaje, con el cual se establecen los objetivos específicos y los contenidos del material.
- Los aprendizajes previos esperados o punto de partida.

La propuesta en el presente trabajo consiste en un material bibliográfico, que servirá de apoyo al proceso de enseñanza-aprendizaje del contenido del primer tema de funciones vectoriales, específicamente para el estudio del dominio, límite y continuidad de funciones reales de varias variables, asignatura dictada en la Facultad de Ingeniería de la Universidad de Carabobo. En el programa de dicha asignatura, el cual ha sido elaborado por la cátedra correspondiente, se encuentran especificados cada uno de los aspectos mencionados. Es decir, el objetivo terminal, los objetivos específicos y los contenidos del material bibliográfico, corresponden con los establecidos por la cátedra en el programa de funciones vectoriales.

En este sentido, al finalizar el estudio del dominio, límites y continuidad de funciones reales de varias variables con el apoyo del material bibliográfico, el estudiante deberá ser capaz de:

- Generalizar las nociones de espacio vectorial y subespacio vectorial.
- Generalizar la noción de producto escalar, norma, distancia en  $\mathbb{R}^n$ , espacio métrico, así como la aplicación de sus propiedades.
- Identificar los conceptos de topología como esfera abierta, punto interior, exterior, frontera, de acumulación, conjunto abierto, cerrado, acotado, entre otros.
- Generalizar las nociones de dominio, límite y continuidad de una función cualquiera.

El material educativo busca que el estudiante adquiera la habilidad para comprender y resolver los problemas de dicho contenido y la habilidad de interpretar la solución obtenida. Adicionalmente, se pretende que el aprendizaje se logre mediante el apoyo de un recurso alternativo a los usados en la actualidad.

El material bibliográfico se diseña buscando contribuir a la solución de la limitante para el logro del éxito del proceso de enseñanza-aprendizaje que trae el uso de los materiales de apoyo que se emplean en la actualidad para dicho proceso.

En cuanto a los conocimientos previos relevantes para el estudio del contenido del material bibliográfico, se tiene las asignaturas análisis matemático I, II, geometría analítica y álgebra lineal y como experiencia previa haber resuelto problemas relacionados con las mismas por ser la base para el entendimiento del contenido y la realización de los cálculos asociados.

Una vez determinados los aspectos anteriores, es necesario indicar que el material educativo está fundamentado en diversos principios y teorías de la enseñanza-aprendizaje. En este sentido, el aprendizaje se llevará a cabo por transmisión de conocimiento mediante secuencias de aprendizaje, las cuales se desarrollarán de forma descriptiva y gráfica.

La transferencia de conocimiento se realizará en forma gradual, en fragmentos cortos de información, propiciándose la interacción del usuario con el material bibliográfico. Las

explicaciones conceptuales que son proporcionadas mediante textos y objetos gráficos, se alternarán con actividades propuestas ubicadas casi siempre entre un concepto y el siguiente, con las que se favorecerá la atención o la percepción selectiva sobre lo que se interesa aprender.

La información desarrollada en el material bibliográfico fluye desde el tópic espacio vectorial, topología, funciones vectoriales, límites y continuidad siendo requisito fundamental el manejo del álgebra vectorial.

El material bibliográfico, está enmarcado en el enfoque ecléctico de Gagné que incluye elementos conductuales y cognoscitivos, y en el enfoque del procesamiento de la información. El material educativo, contiene fases que según Gagné deben formar parte de todo proceso de enseñanza-aprendizaje: Motivación, Comprensión, Adquisición, Retención, Generalización y Desempeño, además que hace énfasis en el control del estudiante en su proceso de aprendizaje; involucrando aspectos interesantes del conductismo y del constructivismo.

## 4.4. Diseño de comunicación

En esta etapa se describe la zona de comunicación entre el lector y el material bibliográfico. De acuerdo a los contenidos y estrategias educativas que se emplearán, el usuario recibirá información a través de textos y gráficos.

### 4.4.1. El guión

El discurso didáctico se elaboró exclusivamente mediante textos. Para garantizar la legibilidad del mismo, se utilizó Times New Roman como tipo de fuente, con un tamaño mínimo de 5mm y colores oscuros como negro o azul sobre un fondo blanco. La percepción selectiva de determinados bloques de información se favorece mediante el uso de marcos o determinados colores y tipos de fuente.

En cuanto a la estructura del discurso didáctico, la misma se basa en los elementos sobre los cuales se centra la comunicación; asumiendo principalmente tres funciones:

- Referencial o cognitiva: centrada en el referente u objeto de la comunicación, es decir, lo que se estudia, la realidad sobre la que se proporciona información.
- Conativa: centrada en el receptor, o sea, promueve la participación activa del usuario, bien sea de manera consciente o inconsciente, apelando principalmente a su inteligencia.
- Metalingüística: focalizada en el código, es decir, la simbología y el vocabulario o terminología con que se realiza la comunicación. Esta función permite la aclaratoria de los términos y convenciones empleadas.

Como la intención del material educativo es ofrecer al estudiante una herramienta de apoyo o de reforzamiento a las clases presenciales de la asignatura funciones vectoriales, específicamente del primer tema, se hace énfasis tanto en la parte teórica como en la parte práctica de los contenidos estudiados.

#### 4.4.2. Las representaciones gráficas

Las representaciones gráficas, tanto de la parte teórica como las de los ejemplos, son utilizados para simplificar la comprensión de conceptos y procedimientos que resultan difíciles de evocar únicamente con la información verbal. Adicionalmente, estos elementos son empleados con fines ilustrativos, estéticos y motivacionales de tal manera de mantener activo al lector del material bibliográfico.

Es importante indicar, la necesidad de no sobrecargar las ilustraciones del material bibliográfico, de tal manera que el estudiante no desvíe su atención hacia algún elemento fuera de contexto o hacia un aspecto poco significativo dentro del desarrollo de un tópico en específico. De tener en una misma ilustración, una amplia diversidad de elementos puede desviarse el interés del lector y comprometer el logro del objetivo planteado en una determinada sección del material educativo.

Por otra parte, las representaciones gráficas se hacen con colores vivos y llamativos sobre un fondo blanco de tal manera que se asegure un buen destaque de los colores y no se confundan entre sí. Adicionalmente, los vectores en las ilustraciones se indican en letra "Negrita" por no ser posible incorporarles la flecha en la parte superior.



# Capítulo 5

## DESARROLLO DEL MATERIAL BIBLIOGRÁFICO

En línea general, el material educativo se desarrollará con un enfoque didáctico y con la intención no sólo de explicarle al estudiante los diferentes tópicos relacionados con el tema Límites y Continuidad sino también con la intención de invitar al lector al análisis y entendimiento de los contenidos, centrando de esta manera la atención en el objeto bajo estudio y en el receptor; promoviendo la participación de este último, bien sea de manera consciente o inconsciente, apelando principalmente a su inteligencia.

### 5.1. Herramientas de diseño utilizadas

Existen softwares comerciales que permiten al estudiante realizar cálculos y representaciones gráficas en tres dimensiones que pudieran asociarse al contenido del primer tema de funciones vectoriales. No obstante, dichos softwares no proveen al estudiante de la explicación de cómo hacer el modelado de dichas representaciones, aspecto fundamental en la interpretación y análisis de los contenidos. En virtud de esto, se decide elaborar un material educativo que satisfaga las necesidades planteadas previamente y seguir manteniendo los softwares como herramientas alternas en el proceso enseñanza-aprendizaje.

El prototipo del material bibliográfico desarrollado en este estudio, está conformado por un archivo en formato pdf, generado bajo Latex, el cual es un software libre de composición de textos, orientado especialmente a la creación de libros, documentos científicos y técnicos.

Este archivo pdf contiene principalmente textos y objetos gráficos, los cuales se elaboraron utilizando Asymptote.

Asymptote, es graficador vectorial optimizado para integrar funcionalidades propias de procesadores simbólicos (maple, mathcad, derive) y graficadores (graphmatica, funciones para windows, etc.). Es un programa libre, un sistema dinámico que permite crear gráficas de alta calidad tanto bidimensionales como tridimensionales, con disponibilidad de rotación. Entre las principales ventajas que ofrece este programa es que permite realizar construcciones tanto con puntos, vectores, segmentos, rectas, secciones cónicas como con funciones lo cual facilita la labor de la autora de este trabajo por ser elementos de uso cotidiano para la misma. Por otro lado, los archivos que genera el programa Asymptote (formato .pdf) son bastante pequeños que a su vez pueden ser insertados dentro del archivo de Latex, sin mayores complicaciones.

## 5.2. Descripción del prototipo

Para abordar el primer tema de la asignatura funciones vectoriales, el material educativo se estructuró en tres (3) capítulos:

Capítulo 1: El espacio métrico  $\mathbb{R}^n$ .

Capítulo 2: Funciones.

Capítulo 3: Límites y continuidad.

En el Capítulo 1, se prevee todos los tópicos relacionados con el espacio métrico requisitos para abordar la asignatura funciones vectoriales, de manera de reforzar los conocimientos impartidos en álgebra lineal. En la segunda parte de este capítulo, se abordan los conceptos básicos de topología relacionados con la asignatura funciones vectoriales.

Por su parte el Capítulo 2, hace la introducción para el cálculo de dominios naturales de funciones reales de varias variables, presentando información básica sobre las funciones y reforzando conocimientos de la asignatura previa análisis matemático I.

Finalmente, el Capítulo 3, aborda los tópicos límites y continuidad; haciendo también mención, de forma genérica, de estos conceptos para las funciones vectoriales.

Así mismo, se incluyeron tres (3) apéndices: el apéndice A, dedicado a la presentación de funciones básicas, funciones trigonométricas e hiperbólicas, esto con el fin de reforzar algunos conocimientos impartidos en asignaturas previas como análisis matemático.

El apéndice B, por su parte; muestra ciertas propiedades para la acotación utilizada en la demostración de límites por definición y finalmente el apéndice C, donde están disponible las gráficas de las superficies cuadráticas.

Cabe mencionar que el texto se ha diseñado de forma continua, según el orden proporcionado por el contenido programático de la asignatura funciones vectoriales.

Durante el desarrollo de los diferentes contenidos se presentan las definiciones y teoremas enmarcados en cuadros de colores, para darles realce. Por otra parte, se han incluido demostraciones de diversos teoremas considerando, que en línea general, son un tópico poco atractivo para los estudiantes de Ingeniería.

Es necesario indicar; la presencia de ejemplos relacionados a los diversos contenidos, a manera de ilustración. Adicionalmente, cuando se consideró conveniente, se realizó la inclusión de la respectiva representación gráfica a color; para el ejemplo en cuestión. Algunas de estas gráficas fueron elaboradas en 3D, con el propósito de mostrar la visión espacial de la situación.

Al final del desarrollo de cada tópico: dominio, límite y continuidad, se encuentran los ejercicios propuestos, sin respuestas, dado que en ocasiones el estudiante se vale de cualquier artificio para llegar a la misma sin corroborar que el procedimiento sea correcto. La intención es entonces mantener la duda; de manera que el estudiante busque verificar los métodos que ha aplicado para la resolución de los problemas propuestos.

El material bibliográfico desarrollado se presenta en formato digital en el disco compacto de la contraportada del trabajo.



# CONCLUSIONES

- El estudio de necesidades realizado en la Facultad de Ingeniería de la Universidad de Carabobo dentro del marco de esta investigación, junto a los datos sobre el rendimiento estudiantil en los últimos períodos lectivos, en los cuales se registra un significativo índice de estudiantes que abandona o reprueba funciones vectoriales, permitió evidenciar la necesidad que existe en esta asignatura, de emplear una herramienta nueva para el estudio del primer tema de esta materia y que la misma pudiera ser un material educativo que refuerce los conocimientos de las asignaturas previas.
- De acuerdo con la investigación realizada, la propuesta es viable en términos de la disposición de los usuarios para el uso del material educativo y en la disponibilidad de los recursos para el uso y desarrollo del mismo.
- El material educativo desarrollado en este trabajo, es una herramienta potencial para contribuir a resolver el problema de investigación; llegando a ser un recurso didáctico adecuado y conveniente para ser utilizado con las estrategias metodológicas aplicadas en la asignatura funciones vectoriales.
- El diseño didáctico del material educativo desarrollado incluye elementos conductuales y cognoscitivos en un micromundo de tipo explicativo y gráfico.
- La presentación del material educativo está concebida para permitirle al estudiante procesar la información que se le presenta, entender lo que se le explica, descubrir lo que se propone y de esta manera construir sus propias ideas y conceptos.
- La utilización del material educativo en funciones vectoriales representa una estrategia que le permitirá al estudiante trabajar a su propio ritmo fuera de las horas de clase.

- Con el material educativo desarrollado bajo la presente investigación, se actualiza completamente la bibliografía de todo el contenido de la asignatura funciones vectoriales, la cual contempla tanto textos en físicos así como en formato digital e incluso páginas web y herramientas dinámicas.
- Las clases presenciales, donde el profesor utilice pizarra y marcador, seguirán siendo necesarias, porque las ciencias básicas como la matemática, requieren de una gran interacción real entre estudiantes y profesor para introducir los nuevos contenidos del programa, deducir las fórmulas a aplicar en cada caso y orientar el aprendizaje según los objetivos planteados.

# RECOMENDACIONES

- Validar el material educativo desarrollado para su posterior implementación.
- Evaluar el material bibliográfico desarrollado y estudiar su influencia en el rendimiento estudiantil de la asignatura funciones vectoriales.
- La evaluación y retroalimentación de este trabajo puede servir de base para investigaciones futuras.



# REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

AUSUBEL, D. y OTROS. (1991). *Psicología educativa: Un punto de vista cognoscitivo*. 2da. Edición. México D.F.: Trillas.

BARBOZA, Y. (2007). *Revista Movimiento Pedagógico: La matemática, una fuente de diversidad*. Fe y Alegría. Año VII, 21. Venezuela.

CILIBERTO, Franklie y GONZÁLEZ, O.(2006). *Normativa para la elaboración, impresión y presentación de los componentes de un trabajo de grado*. Facultad de Ciencias de la Educación. Universidad de Carabobo. Venezuela.

CHADWICK, C. y ARAUJO, J. (1993). *Tecnología educacional*. 2da. Edición. Barcelona: Paidós.

DOMINGUEZ, M. (1994). *Perspectivas del desarrollo de la tecnología educativa hacia el año 2000*. Revista Iberoamericana de Educación (5) [Revista en línea]. Disponible: <http://www.oei.es/oeivirt/rie05a03.htm>. [Consultado: 2008, Diciembre 16].

DORREGO, E. y GARCÍA, A. (1993). *Dos modelos para la producción y evaluación de materiales instruccionales*. 2da. Edición. Facultad de Humanidades y Educación. Publicación de la Universidad Central de Venezuela. Caracas. Venezuela.

GAGNÉ, Robert M. (1979). *Las condiciones del aprendizaje*. Traducido al español con la colaboración de José Carmen Pecina. 3era. Edición. México: Interamericana de Venezuela, C.A.

GALVIS, A. (1992). *Ingeniería del software educativo* (2° reimpresión, año 2000). Bogotá: Universidad de los Andes.

GONZÁLEZ, F. E. (1999). *Los nuevos roles del profesor de matemática. Retos de la formación de docentes para el siglo XXI*. Conferencia invitada en la XIII Reunión Latinoamericana de Matemática Educativa (Relme 13). Santo Domingo, República Dominicana (12-16 Julio).

GUZMÁN, M. de. (1985). *Enfoque heurístico de la enseñanza de la matemática, Aspectos didácticos de matemáticas 1*. Publicaciones del Instituto de Ciencias de la Educación de la Universidad de Zaragoza, 31-46.

GUZMÁN, M. de. (1987). *Enseñanza de la matemática a través de la resolución de problemas. Esquema de un curso inicial de preparación, Aspectos didácticos de matemáticas 2*. Publicaciones del Instituto de Ciencias de la Educación de la Universidad de Zaragoza, 52-75.

GUZMÁN, M. de. (1989). *Tendencias actuales de la enseñanza de la matemática*. Studia Paedagogica. Revista de Ciencias de la Educación, 21,19-26.

HERNÁNDEZ, R. FERNÁNDEZ, C. BAPTISTA, L. (1998). *Metodología de la Investigación*. Interamericana Editores S.A. México.

LERNER, D. (1992). *La matemática aquí y ahora*. Editorial Cincel Kapelusz. Venezuela.

OROZCO, C., LABRADOR, M. y PALENCIA de M., A. (2002). *Metodología: Manual Teórico Práctico de Metodología para Tesistas, Asesores, Tutores y Jurados de Trabajos de investigación y Ascenso*. Valencia: Ofimax de Venezuela, C.A.

RESNICK, L. y FORD, W. (1991). *La enseñanza de la matemática y su fundamento psicológico*. Paidós. Barcelona.

SEQUERA, E. (1996). *Efecto de un diseño instruccional para un curso propedéutico en el desempeño de los alumnos en la asignatura introducción a la matemática*. Tesis de maestría no publicada, Universidad de Carabobo. Bárbula, Venezuela.

STEWART, I. (2008). *Historia de las matemáticas*. Editorial Crítica. Barcelona, España.

UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA EXPERIMENTAL LIBERTADOR. (2001). *Teorías de Aprendizaje*. Caracas.