



REPÚBLICA BOLIVARIANA DE VENEZUELA
UNIVERSIDAD DE CARABOBO
FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN
DIRECCIÓN DE POSTGRADO
MAESTRÍA EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA



**NIVEL DE ABSTRACCIÓN EN EL CONTENIDO DE VOLUMEN
DE CUERPOS GEOMÉTRICOS DESDE LA PERSPECTIVA
DE RAZONAMIENTO DE VAN HIELE**
**Caso: Primer Año de Educación Media General de la
U. E. A. “Nicolás Curiel Coutinho”**

Autora: Lic. Yarelis Rodriguez
C.I.: 15.219.668

Tutora: M.Sc. Liliana Patricia Mayorga
C.I.: 16.290.784

Bárbula, septiembre de 2016



REPÚBLICA BOLIVARIANA DE VENEZUELA
UNIVERSIDAD DE CARABOBO
FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN
DIRECCIÓN DE POSTGRADO
MAESTRÍA EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA



**NIVEL DE ABSTRACCIÓN EN EL CONTENIDO DE VOLUMEN
DE CUERPOS GEOMÉTRICOS DESDE LA PERSPECTIVA
DE RAZONAMIENTO DE VAN HIELE**

**Caso: Primer Año de Educación Media General de la
U. E. A. “Nicolás Curiel Coutinho”**

Autora: Lcda. Yarelis Rodríguez

**Trabajo de Grado presentado ante la
Dirección de Post-Grado de la
Facultad de Ciencias de la
Educación de la Universidad de
Carabobo como requisito para optar
al título de Magíster en Educación
Matemática**

Bárbula, septiembre de 2016



REPÚBLICA BOLIVARIANA DE VENEZUELA
UNIVERSIDAD DE CARABOBO
FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN
DIRECCIÓN DE POSTGRADO
MAESTRÍA EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA



VEREDICTO

Nosotros, miembros del jurado designado para la Evaluación del Trabajo de Grado titulado: **NIVEL DE ABSTRACCIÓN EN EL CONTENIDO DE VOLUMEN DE CUERPOS GEOMÉTRICOS DESDE LA PERSPECTIVA DE RAZONAMIENTO DE VAN HIELE** Caso: **Primer Año de Educación Media General de la U.E.A. “Nicolás Curiel Coutinho”**, presentado por la ciudadana YARELIS RODRÍGUEZ, titular de la cédula de identidad N° 15.219.668, para optar al título de **MAGISTER EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA**, estimamos que el mismo reúne los requisitos y méritos suficientes para ser considerado como: Aprobado.

Nombres y Apellidos	C.I	Firma del Jurado
_____	_____	_____
_____	_____	_____
_____	_____	_____

Bárbula, septiembre de 2016

DEDICATORIA

Con todo mi amor les dedico este trabajo a mi esposo ***Jorge Luís Álvarez Navas***, por ser mi principal apoyo en los momentos más difíciles de la investigación, por brindarme las mejores palabras de aliento para continuar con la ardua labor de la investigación y a mi querido hijo ***Jorge Luís Álvarez Rodríguez*** por mantener esa flama viva de no dejar de luchar por esta meta tan valiosa para mi como profesional.

Yarelis Rodríguez de Álvarez

AGRADECIMIENTOS

A Dios por permitirme ver culminado este anhelo como profesional y por darme esa cuota de paciencia y humildad necesaria para alcanzar esta meta planteada hace unos años.

La amistad cuando es verdadera no es otra cosa que Amor, he sido bendecida con grandes personas que hicieron posible este sueño, esta meta tan anhelada.

Especialmente la profesora **Ivel Páez** por brindarme ese voto de confianza que tanto necesitaba.

A mi querida “bella” la profesora, **María del Carmen Padrón** por su dedicación, esmero y por ser mi ejemplo a seguir desde mis estudios de Pre-grado, por no dejarme abandonar cuando sentí ya no poder más.

A la profesora **Liliana Mayorga**, por ser más que una amiga, una hermana, un ejemplo de constancia y dedicación. Gracias por no dejarme sola, por creer en mí y ser mi guía. Eres mi orgullo amiga.

A mis Padres Oscar Rodríguez y Olga Molina por siempre darme ese apoyo incondicional.

ÍNDICE

Síntesis Descriptiva	pp ix
Abstract	x
Introducción	1
CAPÍTULO I	
1.- EL PROBLEMA	3
1.1 Planteamiento y formulación del problema	3
1.2 Objetivos de la investigación	7
1.3 Justificación de la investigación	8
CAPÍTULO II	
2.- MARCO TEÓRICO	11
2.1 Antecedentes de la Investigación	11
2.2 Fundamentos Teóricos	
2.2.1 Base Psicopedagógica	12
2.2.2 Base Legal	16
2.3 Definición de Términos Básicos	17
CAPÍTULO III	
3.- MARCO METODOLÓGICO	18
3.1 Tipo y Diseño de la Investigación	18
3.2 Población y Muestra	19
3.3 Técnicas e Instrumentos	19
3.4 Validación y Confiabilidad del Instrumento	20
3.5 Técnica de Análisis de Datos	20
CAPÍTULO IV	
4. ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN DE LOS RESULTADOS	21
4.1 Análisis e Interpretación de los Resultados por Ítem	23
4.2 Análisis e Interpretación de los Resultados por Indicador	43

4.3 Análisis e Interpretación de los Resultados por Dimensión	56
CAPÍTULO V	
5.1 Conclusiones	62
5.2 Recomendaciones	65
REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS	66
ANEXOS	68



REPÚBLICA BOLIVARIANA DE VENEZUELA
UNIVERSIDAD DE CARABOBO
FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN
DIRECCIÓN DE POSTGRADO
MAESTRÍA EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA



Autora: Lcda. Yarelis Rodríguez

Tutora: M.Sc. Liliana Mayorga

Fecha: septiembre, 2016

**NIVEL DE ABSTRACCIÓN EN EL CONTENIDO DE VOLUMEN
DE CUERPOS GEOMÉTRICOS DESDE LA PERSPECTIVA
DE RAZONAMIENTO DE VAN HIELE**

**Caso: Primer Año de Educación Media General de la
U.E.A. “Nicolás Curiel Coutinho”**

SÍNTESIS DESCRIPTIVA

La geometría como rama de la matemática que estudia las propiedades de las formas geométricas observadas en el entorno, se ha convertido en un área vital en la formación de los estudiantes, permitiendo la orientación en el espacio, hacer apreciaciones y cálculos relativos a la distribución de los objetos. De allí, esta investigación tiene como objetivo general describir el nivel de abstracción en que se encuentran los estudiantes en el contenido de volumen de cuerpos geométricos según la perspectiva de Van Hiele, de manera que se evalúe lo aprendido. La metodología de la misma, estará centrada en un diseño no experimental, tipo de campo y de carácter descriptivo, tomando como muestra no probabilística a los estudiantes de primer año de la perteneciente institución, del municipio Carirubana del Estado Falcón. En cuanto a la confiabilidad del instrumento se llevará a cabo a través del coeficiente de Kuder-Richarson.

Palabras Clave: Abstracción, Educación, Geometría.

Área prioritaria de la Universidad de Carabobo: Educación

Área prioritaria de la FaCE: Enseñanza, Aprendizaje y Evaluación

Área disciplinar: Matemática

Línea de investigación: Enseñanza, Aprendizaje y Evaluación de la Educación Matemática.



REPÚBLICA BOLIVARIANA DE VENEZUELA
UNIVERSIDAD DE CARABOBO
FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN
DIRECCIÓN DE POSTGRADO
MAESTRÍA EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA



Autora: Lcda. Yarelis Rodríguez

Tutora: M.Sc. Liliana Mayorga

Fecha: septiembre, 2016

**LEVEL OF ABSTRACTION IN THE CONTENT OF VOLUME
OF GEOMETRIC SOLIDS FROM THE PERSPECTIVE
REASONING OF VAN HIELE
Case: First year of General Secondary
U.E.A. “Nicolás Curiel Coutinho”**

ABSTRACT

Geometry as a branch of mathematics that studies the properties of geometric shapes observed in the environment has become a vital area in the education of students, allowing orientation in space, make judgments and estimates regarding the distribution of the objects. From there, this research has as general objective to describe the level of abstraction at which students are in the content volume of geometric solids from the perspective of Van Hiele, from the levels of Van Hiele reasoning, so that assesses what has been learned by the student. The same methodology, focused on a non-experimental design, field type and descriptive character, taking as a non-probabilistic sample to first year students of a member institution, municipality Carirubana, Falcon State. Concerning the results obtained can be seen in the display level, it dominates the fact that students can recognize, name and distinguish one figure from another and the resemblance to an object of reality. Concerning the analysis level, most students are able to name geometric figures, formal deduction, a high percentage do not consider significant definitions, nor the structure of a demonstration also was detected that the informal deduction is not significant and finally the rigor dimension, reveals that a high percentage of the respondents do not understand the formal aspects of the deduction.

Keyword: Abstraction; Geometry; Learning.

INTRODUCCIÓN

La enseñanza de la matemática resulta una actividad compleja, puesto que intervienen muchos factores en el proceso de enseñanza, entre los cuales se considerarán las estrategias, así como el dominio adecuado de los referentes a desarrollar, por lo que es fundamental un docente con espíritu creativo e innovador; capaz de fijar conocimientos que hagan del estudiante un ser con habilidades suficientes para reconocer con facilidad, las diferentes ecuaciones para determinar el volumen de cuerpos geométricos y sus aplicaciones a situaciones de su entorno.

En la búsqueda de facilitar el aprendizaje matemático, se diseñan diferentes estrategias de enseñanza basadas en situaciones del día a día de los estudiantes, de manera que le sean atractivas y significativas. Por lo cual surgió la idea de describir el nivel de abstracción en que se encuentran los estudiantes en el contenido de volumen de cuerpos geométricos según la perspectiva de Van Hiele, considerando una investigación no experimental, tipo de campo, con carácter descriptivo.

Considerando la geometría como una de las disciplinas que facilita el entendimiento, el pensamiento lógico, abstracto y sus múltiples usos en cuanto a los métodos y modelos que nos proporciona para dar respuesta a diversas situaciones, por lo que Von Helholtz (1956), cuando se refiere a la geometría indica que: “El hecho de que pueda existir una ciencia y pueda ser desarrollada como lo han sido la geometría, ha atraído siempre la máxima atención de todos aquellos interesados en cuestiones relacionadas con las bases de la teoría del conocimiento”. (p.243)

Por lo cual, el presente trabajo de investigación está estructurado de la siguiente manera:

Capítulo I, este ofrece una descripción detallada de la problemática, los objetivos que se desarrollarán en la investigación y una amplia justificación considerando la importancia y relevancia de la situación de estudio.

En el Capítulo II, se sustenta la investigación teóricamente considerando el modelo de razonamiento geométrico establecido por Van Hiele, el cual explica los procesos, iniciando por la visualización, análisis, deducción formal, deducción informal y finalizando con el nivel de rigor, los cuales se llevan a cabo por el estudiante en la construcción de su conocimiento geométrico.

En el Capítulo III, se muestra la estructura metodológica de la investigación enmarcada en un proyecto descriptivo, con el fin de describir el nivel de abstracción en que se encuentran los estudiantes en el contenido de volumen de cuerpos geométricos según la perspectiva de Van Hiele, en el Primer Año de Educación Media General de la U. E. A. “Nicolás Curiel Coutinho” del Municipio Carirubana Estado Falcón.

Para culminar el Capítulo IV, plantea detalladamente los resultados obtenidos una vez aplicado el instrumento, en el cual se hace una descripción detallada del nivel de abstracción que poseen los estudiantes en el contenido de volumen de cuerpos geométricos desde la perspectiva de Van Hiele.

CAPÍTULO I

1. EL PROBLEMA

1.1 Planteamiento y formulación del problema

La Educación tiene como objetivo fundamental el de preparar al individuo para que este actúe de manera consciente ante situaciones de su entorno, así como la transmisión de conocimientos teóricos-prácticos. Por lo que no solo es concebida como una interacción cultural, mediante el cual una sociedad asimila a sus nuevos miembros incorporándolos a sus valores, pautas de comportamiento, saberes, prácticas y costumbres que lo caracterizan, sino que además según Flórez (1999), tiene el objetivo de actuar en los individuos que constituyen la sociedad "... sembrando inquietudes, preguntas, espíritu crítico, de conjetura y de creatividad que les permita rescatar de sí mismos lo más valioso, sus talentos y capacidades innovadoras, su potencialidad como persona, su compasión y solidaridad..." (p. 20)

Asimismo, está encaminada en buscar la manera de transmitir aprendizajes y técnicas que ayuden al sujeto a satisfacer sus necesidades, trabajar y vivir en una sociedad de una forma más o menos ordenada y pacífica. De allí que, la Constitución de la República Bolivariana de Venezuela (2009) en su artículo 102, establece que la educación tiene:

La finalidad de desarrollar el potencial creativo de cada ser humano y el pleno ejercicio de su personalidad en una sociedad democrática basada en la valoración ética del trabajo y en la participación activa, consciente y solidaria, en los procesos de transformación social (p. 60).

Por lo que está centrada en la formación de sujetos que contribuyan al desarrollo del país y lograr alcanzar los máximos niveles de potencial creativo, cultural, expresión y representación que contribuirán en el cambio positivo y significativo de la sociedad. Dándole la atención a los procesos de enseñanza y aprendizaje como

unidad compleja de la naturaleza humana, total e integral de acuerdo a sus niveles y modalidades, así como los momentos del desarrollo propio de cada edad en su estado físico, biológico, psíquico, cultural, social e histórico en periodos sucesivos donde cada uno engloba al anterior, creando las condiciones de aptitud, vocación y aspiración a ser atendidas por el sistema educativo. Es importante destacar, que la educación no es solo un acto de transmisión de conocimientos, es una actividad integral que lleva a provocar el desarrollo de capacidades, habilidades y destrezas que conduzcan a la transformación del individuo.

En este sentido la Educación Matemática, debe considerarse como base fundamental de la formación de los jóvenes en la secundaria, sin obviar la formación académica previa, debido que a partir del estudio de la misma se logra un pensamiento lógico-abstracto por lo cual: García, Franco y Grazón (2006), señalan:

La Educación Matemática tiene como tarea encontrar los mecanismos regulares que presentan los individuos en la construcción de cada concepto matemático, en la forma como se estructura, puesto que el sujeto cuando actúa no presenta un rayo de ideas que ilumina el problema sino que en la solución de un problema lo que presenta es toda una estructura que se manifiesta desde la forma en que se entiende, la forma en que la usa y la explica y termina formalizándola (p.15).

Se busca entonces dejar de concebir la matemática, como un objeto ya constituido que es necesario dominar y comenzar a considerarla como una forma de pensamiento abierto, con margen para la creatividad, cuya ejercitación se debe desarrollar, respetando la autonomía y el ritmo de cada persona, puesto que la matemática es una ciencia que se fundamenta en el estudio de las magnitudes numéricas, espaciales y la íntima relación existente entre ellas. Aportando al individuo una serie de herramientas y procedimientos que le permitan el acceso a otras áreas del conocimiento y actividad humana, por lo cual se considera importante destacar que el aprendizaje de la matemática no puede centrarse únicamente a una simple memorización de hechos, definiciones o repetición de algoritmos, sino que es preciso

presentar situaciones o actividades con sentido, en las cuales se puedan aplicar los conocimientos anteriores para así poder abordar un problema, resolver en forma satisfactoria y convertirlo en aprendizaje es decir, en la adquisición de una técnica.

Considerando lo anteriormente expuesto, cabe destacar que el aprendizaje de la geometría, es especialmente importante en edades en las que es necesario experimentar sobre objetos reales, con la finalidad de desarrollar las capacidades de abstracción de los estudiantes y la construcción del pensamiento espacial, creando así la necesidad de conocer las diferentes figuras, formas y cuerpos geométricos, sin centrarse únicamente a una memorización de hechos y definiciones o repeticiones de algoritmos, sino que es preciso presentar situaciones o actividades con sentido, en las que se puedan aplicar los conocimientos previos y así poder abordar y resolver de forma satisfactoria un problema, para esto actualmente se cuenta con la didáctica de la geometría definida por Andonegui (2006) como:

El estudio de la geometría ayuda a potenciar habilidades de procesamiento de la información recibida a través de los sentidos y permite al estudiante desarrollar, a la vez, muchas otras destrezas de tipo espacial que le permiten comprender e influir el espacio donde vive (p.77).

El mismo autor señala, que la geometría también ayuda a conocer y comprender el mundo en el que se habita al hacer representaciones que imitan el entorno y permitir, con eso, el análisis de objetos geométricos. A la vez, ayuda a rescatar las habilidades espaciales y concretas que en muchas ocasiones se ven relegadas frente a aquellas de corte lógico-abstracto. Por lo que García, Franco y Grazón (2006) expresan que: “La geometría euclidiana nos posibilita la transformación de la realidad del estudiante, le permite al estudiante sentirse capaz de crear las relaciones necesarias para ver su realidad con los ojos de la ciencia” (p. 15).

Es necesario entonces considerar la geometría como una herramienta capaz de permitir al estudiante articular la realidad con ideas abstractas, lo que posibilitaría presentar conceptos de una forma asequible, donde los contenidos no sean absolutos e irrevocables, tal como es el caso volumen de cuerpos geométricos, que en muchas

ocasiones se enseña sin considerar situaciones de orden cotidiano para los estudiantes o se descarta en la planificación anual del docente por considerarse de poca importancia en el proceso educativo del estudiante, impidiendo así el crecimiento académico y la conexión teórica entre los elementos geométricos y la realidad, por lo que resulta necesario plantear estrategias con un alto valor significativo cuya finalidad sea construir esquemas mentales que logren explicar situaciones del mundo real.

Debido a esto, se hace indispensable desarrollar un trabajo centrado en la descripción del nivel de abstracción en que se encuentran los estudiantes en el contenido de volumen de cuerpos geométricos según la perspectiva de Van Hiele, tomando como patrón de estudio un modelo que brinda al docente las herramientas y la posibilidad de identificar las formas de razonamiento geométrico que poseen los estudiantes, en cinco niveles consecutivos: la visualización, el análisis, la deducción informal, la deducción formal y el rigor, los cuales se repiten de manera secuencial, durante el estudio del contenido mencionado y las pautas que deben seguir para alcanzar el siguiente nivel, evitando así una ruptura en la adquisición de conocimiento, todo esto con la finalidad de fomentar la consecución de los niveles más altos de razonamiento, ubicando al estudiante en un nivel dado al inicio del aprendizaje y conforme vaya cumpliendo con el proceso, avanza al nivel superior.

De aquí nace la necesidad de dar respuesta a la siguiente interrogante: ¿Cuál es el nivel de abstracción en los estudiantes de primer año en el aprendizaje de volumen de cuerpos geométricos, desde la perspectiva de Van Hiele?

1.2 Objetivos de la Investigación

1.2.1 Objetivo General

Describir el nivel de abstracción en que se encuentran los estudiantes en el contenido de volumen de cuerpos geométricos según la perspectiva de Van Hiele.

1.2.2 Objetivos Específicos

- ✓ Diagnosticar el nivel de abstracción de los estudiantes en el aprendizaje de volumen de cuerpos geométricos, en el *nivel de visualización*, desde la perspectiva de Van Hiele.
- ✓ Enunciar el nivel de abstracción de los estudiantes en el aprendizaje de volumen de cuerpos geométricos, en el *nivel de análisis*, desde la perspectiva de Van Hiele.
- ✓ Identificar el nivel de abstracción de los estudiantes en el aprendizaje de volumen de cuerpos geométricos, en el *nivel de la deducción informal*, desde la perspectiva de Van Hiele.
- ✓ Determinar el nivel de abstracción de los estudiantes en el aprendizaje de volumen de cuerpos geométricos, en el *nivel de la deducción formal*, desde la perspectiva de Van Hiele.
- ✓ Precisar el nivel de abstracción de los estudiantes en el aprendizaje de volumen de cuerpos geométricos, en el *nivel de rigor*, desde la perspectiva de Van Hiele.

1.3 Justificación de la Investigación

Es innegable la utilidad de la matemática en el quehacer humano, pero también es cierto que la utilidad de ésta, deriva en la variedad de sus aplicaciones, siendo auxiliar de una gran cantidad de ciencias. Como es el caso de la Geometría, que originalmente surgió, de la observación de las características de la tierra y del mundo que rodea al hombre y se ha convertido vital en la formación de los estudiantes, debido a que les permite orientarse reflexivamente en el espacio; hacer estimaciones sobre formas, distancias, apreciaciones y cálculos relativos a la distribución de los objetos.

La geometría es un área del conocimiento, un lenguaje científico que está al servicio de otros saberes importantes para el desarrollo de la sociedad, utilizada para describir las idealizaciones de los objetos del mundo exterior, como: puntos, líneas sin espesor ni grosor, solo abstracciones de las marcas que deja el lápiz sobre el papel de trabajo, por lo que su estudio no debe obviarse en las planificaciones de los docentes.

En consecuencia, el estudio de la matemática en general y de la geometría en particular, es fundamental en el día a día de la comunidad estudiantil, puesto que les permite lograr un pensamiento lógico, analítico y creativo, el cual les ayudará a interactuar de forma eficaz en su medio y ante cualquier situación. En este sentido, Vergnaud (1990), expresó “el significado de las matemáticas viene esencialmente de los problemas a resolver, no de las definiciones y fórmulas” (p. 21).

Desde este enfoque, resulta importante describir el nivel de abstracción en que se encuentran los estudiantes de primer año en el contenido de volumen de cuerpos geométricos según la perspectiva de Van Hiele, iniciando por la identificación, operación y comparación de cuerpos geométricos, el análisis de las componentes de un cuerpo geométrico y sus relaciones siguiendo argumentos deductivos informales, demostración de teoremas y similitud entre los existentes y la creación de nuevos teoremas en diferentes sistemas axiomáticos.

Además se ha observado que al momento de dar respuesta a una situación problemática, el estudiante escribe la solución sin considerar propiedades, teoremas, justificación de procedimientos, similitud entre las formas, figuras, cuerpos geométricos, clasificación y el nombre que los identifica, debido a que está centrado en obtener un resultado, en lugar de entender y reconocer cada estructura de la tarea previamente indicada generando así una ruptura entre la teoría, la solución y la aplicabilidad.

La intención de la presente investigación es la de mejorar el rendimiento académico y el cambio de actitud de los estudiantes de la U.E.A. “Nicolás Curiel Coutinho”, ubicada en el Municipio Carirubana, del Estado Falcón, la cual está centrada en la calidad educativa de sus egresados, bajo el lema tradición, compromiso y excelencia, a través de procesos que tomen en cuenta el mundo circundante del estudiante, considerando situaciones de interés, puesto que “la geometría euclidiana aporta algo más que una gimnasia mental. Es un punto de arranque para crear un mundo posible, apoyándose de la realidad que genera otras percepciones y por tanto otra contemplación del nuevo mundo” (García, Franco y Grazón, 2006, p. 31).

Es por esto, que resulta importante destacar que la geometría como rama de la matemática, es un sistema constituido bajo leyes rigurosas, donde cada teorema está relacionado con un conjunto de proposiciones, el cual contribuye al desarrollo del proceso educativo del estudiante y destrezas mentales de diversos tipos, como la intuición espacial, la integración de la visualización con la conceptualización, la manipulación y experimentación con la deducción, pues por más sencilla que sea la situación geométrica enfrentada, esta le provee de grandes posibilidades de exploración, análisis y de formulación de conjeturas, independientemente del nivel en el que se encuentra.

Por lo consiguiente la presente investigación posee relevancia social, institucional y científica, debido a que con la descripción del nivel de abstracción en que se

encuentran los estudiantes de primer año en el contenido de volumen de cuerpos geométricos según la perspectiva de Van Hiele de la U.E.A. “Nicolás Curiel Coutinho”, ubicada en el municipio Carirubana, del Estado Falcón, con la intención de dar respuesta oportuna a la necesidad previamente observada, facilitando por ende, el proceso de aprendizaje del contenido en estudio, cambio de actitud hacia la geometría, formas diferentes de abordar el contenido y diversas respuestas a situaciones cotidianas y de carácter algorítmico, ya que la geometría ayuda a entender el mundo que habitamos, al hacer representaciones que imitan nuestro entorno, a partir de una serie de objetos elaborados que poseen cierta similitud con los cuerpos geométricos predeterminados por la geometría, es decir, aquellos cuerpos geométricos con ciertas particularidades, ciertas formas sencillas, elementales y regulares; como es el caso de aquellos cuerpos que poseen caras externas constituidas por polígonos o círculos, o los que tienen una forma parcial o totalmente redonda, los cuales si se colocarán dentro de una caja de manera que cada objeto toque por dentro todas las caras de la caja en que está metida, sin deformarla, se pudiese identificar lo que se obtendría de tales objetos, puesto que estos ocupan un lugar en el espacio físico y poseen tres dimensiones. Todo esto con la intencionalidad de que los estudiantes visualicen la geometría, como una disciplina que proporciona la posibilidad de hacer de la matemática una actividad atractiva y recreativa en la Educación Media General.

CAPÍTULO II

2. MARCO TEÓRICO

2.1. Antecedentes

Para dar inicio a esta investigación, se realizó una revisión de algunos trabajos de investigación con información relevante relacionada con el tema de estudio. Dentro de la documentación consultada, los trabajos que presentan en sus conclusiones un aporte a esta investigación son los siguientes:

Rivero (2005) en las conclusiones de su trabajo “Propuesta instruccional basada en el modelo de Van Hiele, aplicada en los contenidos geométricos (congruencia de triángulos) de octavo grado de la tercera etapa de educación básica”, logro detectar que los alumnos presentan deficiencias en el proceso de análisis, abstracción, clasificación y demostración. No poseen habilidades para efectuar operaciones algebraicas a través de la observación. Presentan dificultad para diferenciar situaciones, así como una percepción confusa sobre situaciones planteadas. Les cuesta razonar para dar respuestas a un problema planteado e identificar correctamente las figuras geométricas dadas su definición. No poseen habilidades para trasladar ni mover una figura en el espacio, ni clasifican los objetos conociendo sus definiciones. No aplican correctamente los procesos de abstracción y análisis.

Bolívar (2005) en su trabajo titulado “Estrategias de evaluación de niveles de razonamiento geométrico en los alumnos de sexto grado de la II etapa de educación básica” obtuvo las siguientes conclusiones en el instrumento aplicado a los alumnos de sexto grado, en el que se evidencia un alto porcentaje de estos no tienen o poseen muy poco dominio de las competencias geométricas, además no conocen postulados básicos de la geometría euclidiana desarrollados en ese nivel educativo.

Asimismo, Matute (2007) en su trabajo titulado: Estrategia didáctica basada en la historia de la matemática para el incentivo del estudio de la geometría en alumnos de noveno grado de educación básica, establece que es importante indagar los conocimientos previos del alumnos antes de planificar los contenidos impartidos en clase y considerar un modelo didáctico que le permita relacionar la historia de la matemática con la geometría.

Por otra parte, Alonso (2007) en su investigación hace referencia a la importancia de un modelo instruccional para aplicar a los estudiantes de nuevo ingreso en la mención de matemática de la Facultad de Ciencias de la Educación, puedan consolidar un verdadero andamiaje cognoscitivo que sirva de plataforma para el éxito en asignaturas que le exigirán un cúmulo de conocimientos y competencias previas que se requieren para el logro de objetivos de cada programa.

Por lo anteriormente expuesto, se considera la geometría una disciplina fundamental y esencial en el desarrollo académico de la población estudiantil, por lo que se busca describir las dificultades que presentan los estudiantes de primer año de educación media general, en el contenido de volumen de cuerpos geométricos, lo cual contribuirá con el desarrollo del pensamiento geométrico, lógico, abstracto y ayudará a fortalecer las destrezas inherentes en el estudio de la geometría y sus aplicaciones.

2.2. Fundamentos Teóricos

2.2.1 Base Psicopedagógica

El modelo de Van Hiele proporciona un esquema útil en las investigaciones orientadas a la geometría. Este modelo tiene tres componentes principales: La “Comprensión”, que se interpreta en una forma más clara en la definición presentada como “el reconocimiento de la estructura del problema”, que tiene como propósito, ayudar a los alumnos a desarrollar la percepción, el segundo elemento son los niveles de razonamiento, que se clasifican en cinco: Nivel 0, visualización; nivel 1, de análisis; nivel 2, de deducción informal; nivel 3, de deducción formal; nivel 4, de rigor. Por último, las fases de aprendizaje, que son fase 1, información; fase 2,

orientación dirigida; fase 3, explicitación; fase 4, libre orientación; fase 5, integración; están orientadas a ayudar a progresar a un alumno desde un nivel de razonamiento al inmediatamente superior, básicamente las fases constituyen un esquema para organizar la enseñanza.

Al respecto Van Hiele (citado por Cantoral y otros, 2005), describe cinco niveles de razonamiento:

Nivel 1. Visualización: En este nivel el estudiante identifica, nombra, compara y opera sobre figuras geométricas de acuerdo con su apariencia global.

Nivel 2. Análisis: En este nivel el estudiante analiza las figuras geométricas en término de sus componentes y relaciones entre componentes, y describe empíricamente propiedades y reglas de una clase de figuras.

Nivel 3. Deducción Informal: Un estudiante en este nivel relaciona de manera lógica propiedades y reglas descubiertas previamente dando o siguiendo argumentos deductivos informales.

Nivel 4. Deducción Formal: Aquí el estudiante demuestra teoremas deductivamente de manera formal (usando axiomas o teoremas antes demostrados), y establece relaciones entre redes de teoremas.

Nivel 5. Rigor: El estudiante establece teoremas en diferentes sistemas axiomáticos y analiza y compara estos sistemas. (p. 153)

Por consiguiente, en la primera etapa, los estudiantes están conscientes del espacio sólo como algo que existe alrededor de ellos. Los conceptos geométricos se ven como entidades totales como algo provisto de componentes o atributos. Las figuras geométricas son reconocidas por su forma como un todo, esto es, por su apariencia física y no por sus partes o propiedades. Una persona que funciona a este nivel puede aprender un vocabulario geométrico, identificar formas especificadas y, dada una figura, reproducirla.

Posteriormente inicia el proceso de análisis de los conceptos geométricos, en donde las propiedades que surgen se usan para conceptualizar clases de formas. Es notorio que las figuras tienen partes y son reconocidas mediante ellas. Las relaciones entre propiedades, sin embargo, aún no pueden ser explicadas por los estudiantes en

este nivel, en el cual todavía no se ven las interrelaciones entre las figuras, ni se entienden las definiciones. Asimismo en el siguiente nivel de deducción informal, los estudiantes pueden establecer las interrelaciones en las figuras y entre figuras. Para así deducir propiedades y reconocer clases. Se entiende la inclusión de clases, las definiciones que adquieren significado.

En consecuencia se adquiere la habilidad del razonamiento partiendo de la deducción formal, como una manera de establecer una teoría geométrica mediante un sistema de axiomas, postulados, definiciones, teoremas y demostraciones. Una persona puede construir, y no sólo memorizar, demostraciones, percibir la posibilidad del desarrollo de una prueba de varias maneras, entender la interacción de condiciones necesarias y suficientes y distingue entre una afirmación y su recíproca.

Finalmente quien asciende al nivel de rigor, puede trabajar en una variedad de sistemas axiomáticos. Pueden estudiarse geometrías no euclideas y compararse diferentes sistemas. La geometría se capta en forma abstracta.

Es importante resaltar que el aprendizaje, para Van Hiele (1987), “es una diferenciación y reestructuración progresiva de campos que produce estructuras mentales nuevas y más complejas” (p.17). Los niveles altos son alcanzados si las reglas que rigen a las estructuras más bajas se han hecho explícitas y han sido estudiados, llevando esto al desarrollo de estructuras mentales mucho más complejas. Además indica que el aprendizaje, es un proceso que recursivamente progresa a través de niveles discontinuos de pensamiento (saltos en la curva de aprendizaje), que puede ser mejorado por un procedimiento didáctico adecuado. Parte del hecho de que existen varios niveles de aprendizaje geométrico y que el paso de un nivel al siguiente debe ocurrir a través de una secuencia de estados de instrucción.

Hay varias características, citadas por Graterol y Andonegui (2003), que son importantes para comprender mejor la propuesta realizada por los Van Hiele, éstas son:

1. Secuencialidad en la Adquisición de los Niveles:

Como en la mayoría de las teorías del desarrollo, una persona debe alcanzar ordenadamente cada uno de los niveles. Es necesario haber adquirido todas las destrezas correspondientes a los niveles anteriores para que una persona trabaje bien en un nivel subsiguiente.

2. Continuidad o Paso de un Nivel al Siguiente: La cuestión es ¿Cómo se produce el cambio de un nivel al siguiente?, ¿De qué forma, brusca o paulatinamente? Por lo que se puede aseverar, que el tránsito entre los niveles de Van Hiele se produce de forma continua y pausada.

3. Especificidad de Lenguaje: Cada nivel tiene un lenguaje propio, entendiendo por ello no sólo las palabras o construcciones gramaticales empleadas, sino también el significado que se les da. De esta manera, una relación que es correcta en un nivel, puede ser modificada en otro nivel.

4. Globalidad o Localidad: Indican que el nivel de razonamiento es local, es decir, que si un individuo razona a cierto nivel en un concepto, es posible que razone a otros niveles en otro concepto.

5. Instrucción: La adquisición de los sucesivos niveles no es un aspecto biológico, pues interviene en gran medida la instrucción recibida y la experiencia personal. Por tanto no existe una edad, a la cual se alcance cada uno de los sucesivos niveles; de hecho la mayor parte de los estudiantes no alcanza el cuarto nivel a lo largo de su vida y algunos no superan el segundo. Van Hiele sostiene, que su teoría tiene una propiedad que establece, que la transición de un nivel al siguiente no es un proceso natural; se da bajo la influencia de un programa de enseñanza-aprendizaje.

Lo que se pretende, con esta investigación es brindar un diseño de actividades basadas en la teoría de Van Hiele, demostrando la posibilidad de introducir más geometría en las clases de secundaria fomentando un trabajo geométrico de carácter

cuantitativo, que asegure la formación de conceptos y la imaginación espacial. Es necesario enseñar geometría informal a los estudiantes en secundaria, estos deben ser continuos (sin periodos de inactividad), uniformes (sin pasar por alto ningún nivel de razonamiento), y diversificados, es decir, familiarizando a los estudiantes de forma simultánea con la geometría bidimensional y tridimensional.

2.2.2 Base Legal

Los estatutos legales que enmarcan la labor investigativa llevada a cabo, se integran por el siguiente conjunto legislativo:

Constitución Nacional de la República Bolivariana de Venezuela (1.999), establece en su, artículo 102:

La educación es un derecho humano y un deber social fundamental, es democrática, gratuita y obligatoria. El Estado la asumirá como función indeclinable y de máximo interés en todos sus niveles y modalidades, y como instrumento del conocimiento científico, humanístico y tecnológico al servicio de la sociedad. La educación es un servicio público y esta fundamentada en el respeto a todas las corrientes del pensamiento, con la finalidad de desarrollar el potencial creativo de cada ser humano y el pleno ejercicio de su personalidad en una sociedad democrática basada en la valoración ética del trabajo y en la participación activa, consiente y solidaria en los procesos de transformación social, consustanciados con los valores de la identidad nacional y con una visión latinoamericana y universal. El Estado, con la participación de las familias y la sociedad, promoverá el proceso de proceso de educación ciudadana, de acuerdo con los principios contenidos en esta Constitución y en la ley (p.35).

Asimismo la Ley Orgánica de Educación (2009) indica en su artículo 4:

La educación como derecho humano y deber social fundamental orientada al desarrollo del potencial creativo de cada ser humano en condiciones históricamente determinadas, constituye el eje central en la creación, transmisión y reproducción de las diversas manifestaciones y valores culturales, invenciones, expresiones, representaciones y características propias para apreciar, asumir y transformar la realidad (p.4).

Todo esto es debido a que la educación es el eje fundamental de toda sociedad, por lo que se busca detectar bajo los niveles de razonamiento de Van Hiele las dificultades presentes en la construcción del conocimiento, y así dar un aporte significativo al sistema educativo venezolano.

2.3 Definición de Términos Básicos

Abstracción: Proceso intelectual que busca la identificación de propiedades comunes. (Tomado del diccionario de Matemática p. 7).

Geometría: Geom. Derivado del griego goe (tierra) y metro (medida). Área de las matemáticas que estudia los puntos, líneas, ángulos, superficies y cuerpos, así como las relaciones entre ellos y las propiedades de las figuras. (Tomado del diccionario de Matemática p. 133).

CAPÍTULO III

3. MARCO METODOLÓGICO

Toda investigación requiere de una estructura metodológica a considerar durante su desarrollo, por lo que resulta de suma importancia, tomar en cuenta el diseño de la investigación, tipo de la investigación, sujetos a los cuales estará dirigida, procedimiento a seguir durante el desarrollo de la investigación, técnicas e instrumentos, con la cual se validará la investigación en ejecución, todo esto con la intencionalidad de describir el nivel de abstracción en que se encuentran los estudiantes de primer año en el contenido de volumen de cuerpos geométricos según la perspectiva de Van Hiele.

3.1. Diseño y Tipo de la Investigación

El diseño de la presente investigación es considerado según, Stracuzzi y Pestana (2010) como: “la estrategia que adopta el investigador para responder al problema, dificultad o inconveniente planteado en el estudio”. (p.86). Enmarcada en un diseño no experimental el cual: Stracuzzi y Pestana (2010), indica que: “Se observan los hechos tal y como se presentan en su contexto real y en un tiempo determinado o no, para luego analizarlos”. (p.87). Bajo esta estructura es importante resaltar, que el investigador no manipulará de forma deliberada ninguna de las variables, lo cual traerá como consecuencia una investigación confiable.

Asimismo, el presente estudio corresponde a una investigación del tipo descriptivo, establecida por Stracuzzi y Pestana, (2010): como “la descripción, registro, análisis e interpretación de la naturaleza actual, composición o procesos de los fenómenos” (p.92). En atención al problema planteado y al objetivo general de la investigación, este proyecto tiene la intencionalidad de describir el nivel de abstracción en que se encuentran los estudiantes de primer año en el contenido de volumen de cuerpos

geométricos según la perspectiva de Van Hiele. Seguidamente se determinarán cada uno de los niveles del razonamiento geométrico desde la perspectiva de Van Hiele, a partir de la aplicación de un cuestionario, se tabularán los resultados y se darán recomendaciones que contribuyan al mejor desempeño de los docentes al momento de impartir este contenido y el incremento académico de los estudiantes.

3.2. Población y Muestra

La población de esta investigación estará conformada por los estudiantes de primer año de la U.E.A. “Nicolás Curiel Coutinho”, perteneciente al Municipio Carirubana, del Estado Falcón. Cabe destacar que Stracuzzi y Pestana (2010), la definen como: “el conjunto de unidades de las que se desea obtener información y sobre las que se van a generar conclusiones”. (p.105), es decir, un conjunto finito de personas, a las cuales se les hará un estudio y en base al mismo se dará una serie de recomendaciones.

Además Stracuzzi y Pestana (2010) hacen referencia en, que la muestra es: “la escogencia de una parte representativa de una población, cuyas características reproduce de la manera más exacta posible (p.106). Por lo cual, la muestra es de tipo no probabilística, ya que la elección de los elementos no depende de la probabilidad sino de quien realiza el estudio. La encuesta se aplicará a estudiantes de primer año de la U.E.A. “Nicolás Curiel Coutinho”, perteneciente al Municipio Carirubana, del Estado Falcón.

3.3 Técnicas e Instrumentos

La técnica que se empleará en la recolección de la información será, un cuestionario el cual define Stracuzzi y Pestana (2010) así: “El cuestionario, tanto en su forma como en su contenido, debe ser sencillo de contestar. Las preguntas han de estar formuladas de manera clara y concisa, pueden ser cerradas, abiertas o semiabiertas, procurando que la respuesta no sea ambigua.” (p.131). Está tendrá una serie de preguntas, que deberá responder el investigado bajo la estructura de selección

simple, con una respuesta correcta, y de manera anónima, para que el investigador obtenga los datos de la realidad en estudio.

3.4. Validación y Confiabilidad del Instrumento

La validez del instrumento se determinará, a través del *juicio de experto* que evalúen el mismo, tal como Stracuzzi y Pestana (2010) establecen que la validez de un instrumento “Representa la relación entre lo que se mide y aquello que realmente se quiere medir” (p.160).

Asimismo definen la confiabilidad como “la ausencia de error aleatorio en un instrumento de recolección de datos”. (p.160). para realizar este estudio, en la presente investigación se llevará a cabo a través del coeficiente de *Kuder-Richarson*, del cual Stracuzzi y Pestana (2010) expresa que es aplicable para instrumentos cuyas respuestas son dicotómicas, como es en este caso, pues se considera verdadera cuando la respuesta es correcta y falsa cuando la respuesta es incorrecta.

Para determinar la confiabilidad se aplicará la siguiente fórmula:

$$r_{tt} = \frac{n}{n-1} \frac{S_1^2 - \sum S_1^2}{S^2}$$

r_{tt} : Coeficiente de confiabilidad
 n : Número de preguntas
 S_1^2 : Varianza total de la prueba
 $\sum S_1^2$: Varianza total del instrumento

Por lo expuesto, se podría asegurar que una vez diseñado el instrumento, realizado el estudio de validez-confiabilidad, y una vez aplicado el mismo, los resultados obtenidos serán confiables para proceder a identificar y describir el nivel de abstracción que presentan los estudiantes en el contenido de volumen de cuerpos geométricos.

3.5. Técnica de Análisis de los Datos

En lo referente a este aspecto, una vez que se han recogido los datos en el campo de estudio, los mismos serán codificados, y organizados en tablas y cuadros, para sus respectivos análisis e interpretaciones, haciendo uso de la estadística y de gráficos.

CAPÍTULO IV

4. ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN DE LOS RESULTADOS

En este capítulo se presenta un análisis detallado por dimensiones e indicadores de los datos obtenidos en el diagnóstico, para dar un significado científico a dichos datos recolectados. De allí que, esta fase de análisis e interpretación de los resultados, tuvo como propósito organizarlos a fin de intentar responder los objetivos planteados en el estudio, asimismo se intenta develar los hallazgos encontrados relacionándolos de manera directa con los fundamentos teóricos.

Por esta razón, durante el desarrollo del capítulo, se muestra todo un proceso de tabulación y codificación de los datos, así como sus técnicas de presentación y análisis estadístico para llegar a la interpretación de los mismos. Considerando las dimensiones con sus respectivos indicadores:

1.- *Visualización*: los objetos se perciben como una unidad e identificación de figuras mediante descripciones visuales.

2.- *Análisis*: Reconoce las figuras mediante las propiedades, se establecen nuevas propiedades y clasificación de objetos a partir de las propiedades.

3.- *Deducción Informal*: Describe las figuras de manera formal, reconoce cómo unas propiedades derivan de otras y siguen pasos individuales de un razonamiento pero no entienden su globalidad.

4.- *Deducción Formal*: Deduce, construye, memoriza, demuestra y percibe la posibilidad de desarrollar un problema de varias maneras.

5.- *Rigor*: Conoce la existencia de diferentes sistemas y puede comparar, entiende la geometría en forma abstracta.

Para ello, se procedió a organizar y analizar los datos, organizando los ítems por dimensión considerando cada indicador, ubicando así la información en tablas donde se presentan las frecuencias y porcentajes obtenidos. Es necesario destacar, que las respuestas obtenidas a través del instrumento aplicado eran correctas e incorrectas, es decir; los estudiantes tenían cuatro opciones; y solo una de ellas era la correcta.

A continuación, se presentan las tablas y gráficos donde se plasmaron los resultados obtenidos por cada ítem, relacionándolos con los indicadores de los niveles de razonamiento de Van Hiele, en cuanto a la descripción del nivel de abstracción en el contenido de volumen de cuerpos geométricos, un estudio a nivel de primer año de Educación Media General, en la U.E.A. “Nicolás Curiel Coutinho”, ubicada en el Municipio Carirubana, de la Parroquia Punta Cardón, en Punto Fijo Estado Falcón.

Posteriormente, se tiene un análisis general por cada dimensión de los niveles de Van Hiele, tomando en cuenta el análisis hecho anteriormente por indicador, donde se aprecia de forma sintetizada la información que arrojó los instrumentos, para así lograr construir las conclusiones, que dan sustento e importancia del estudio.

4.1 Análisis e Interpretación de los Resultados por Ítem

La recolección de la información se realizó a través de una encuesta, estructurada por diecinueve (19) preguntas de selección múltiple, la cual se aplicó a un total de veintinueve (29) estudiantes, de primer año de la Unidad Educativa Autónoma “Nicolás Curiel Coutinho”, ubicada en Maraven, Comunidad Cardón, perteneciente al Municipio Carirubana, de la Ciudad de Punto Fijo, Estado Falcón, con la intencionalidad de verificar las dificultades que presentan los estudiantes en la construcción del conocimiento en el contenido de volumen de cuerpos geométricos.

Para esto se realizó un análisis de los datos obtenidos, presentando así una serie de gráficos y su respectiva interpretación, los cuales presentan los análisis sustentados en las respuestas que seleccionaron los estudiantes.

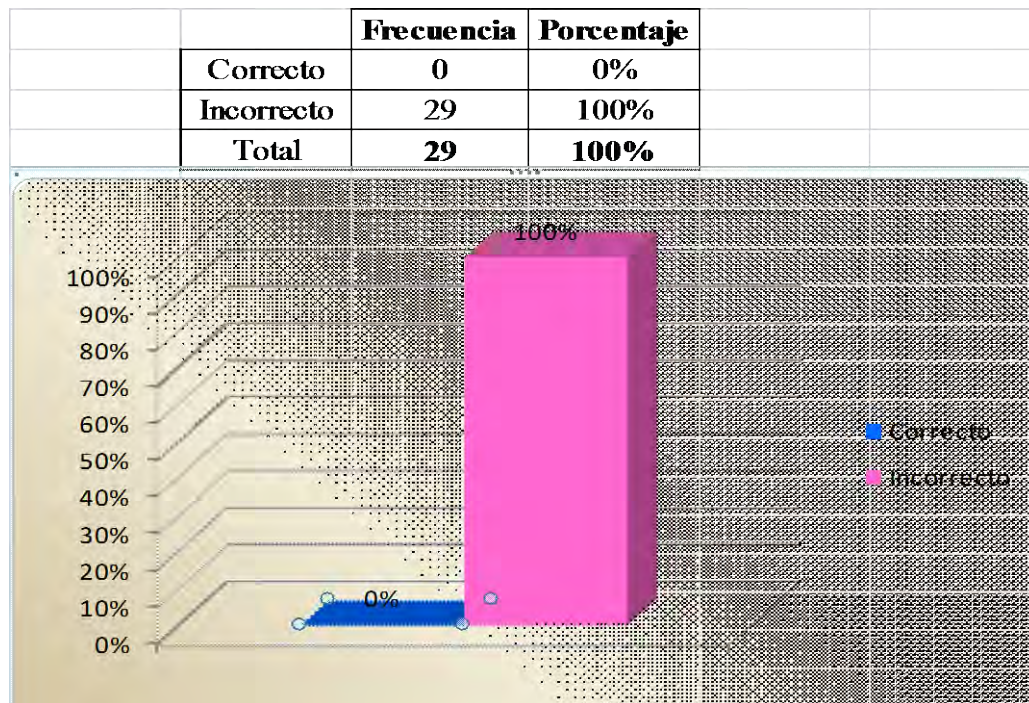
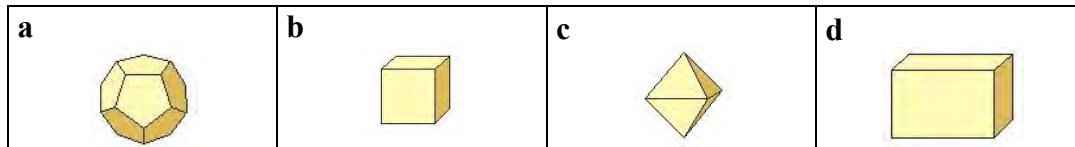
Número de Ítems	Opción de Respuestas			
	CORRECTAS		INCORRECTAS	
	Frecuencia	Porcentaje	Frecuencia	Porcentaje
1	0	0	29	100
2	29	100	0	0
3	29	100	0	0
4	28	96,5517241	1	3,44827586
5	23	79,3103448	6	20,6896552
6	3	10,3448276	26	89,6551724
7	8	27,5862069	21	72,4137931
8	9	31,0344828	20	68,9655172
9	15	51,7241379	14	48,2758621
10	25	86,2068966	4	13,7931034
11	11	37,9310345	18	62,0689655
12	13	44,8275862	16	55,1724138
13	12	41,3793103	17	58,6206897
14	13	44,8275862	16	55,1724138
15	10	34,4827586	19	65,5172414
16	7	24,137931	22	75,862069
17	8	27,5862069	21	72,4137931
18	4	13,7931034	25	86,2068966
19	3	10,3448276	26	89,6551724

ITEM 1

4.1.1 Nivel 0: Visualización

4.1.1.1 Los objetos se perciben como una unidad

1. ¿Cuál de las siguientes imágenes que se presentan a continuación representa un tetraedro?

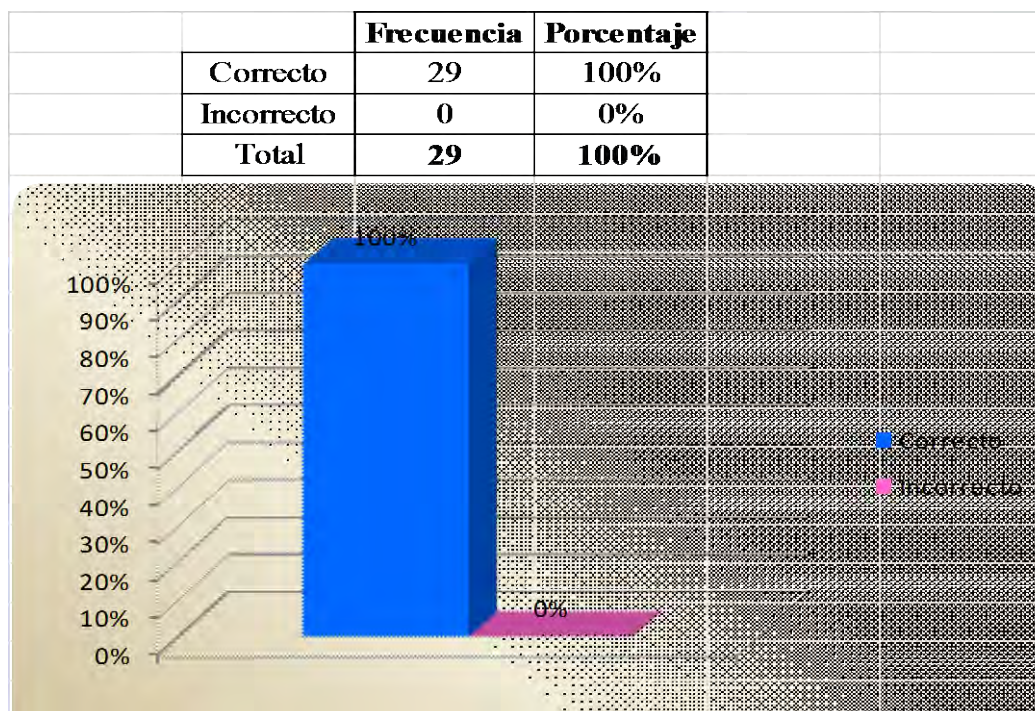
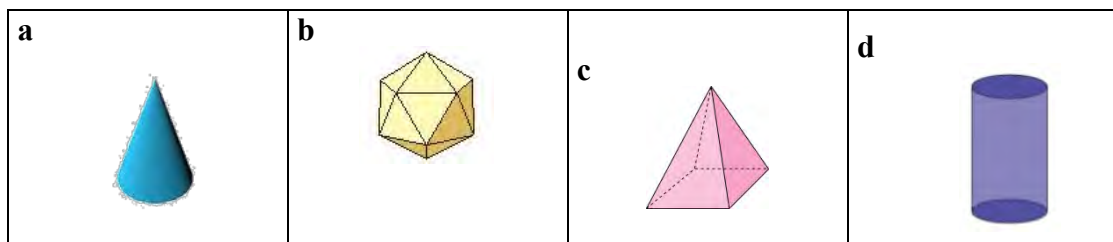


Interpretación:

En el siguiente gráfico se puede apreciar que ningún estudiante reconoce el sólido regular (tetraedro), lo cual indica que no lograron generalizar las características del cuerpo geométrico.

ITEM 2

2. ¿Cuál de las siguientes imágenes que se presentan a continuación representa una pirámide de base cuadrada?



Interpretación:

En el siguiente gráfico se puede apreciar que todos los estudiantes reconocen la pirámide, es decir percibe la imagen en su totalidad, de manera global, como una unidad.

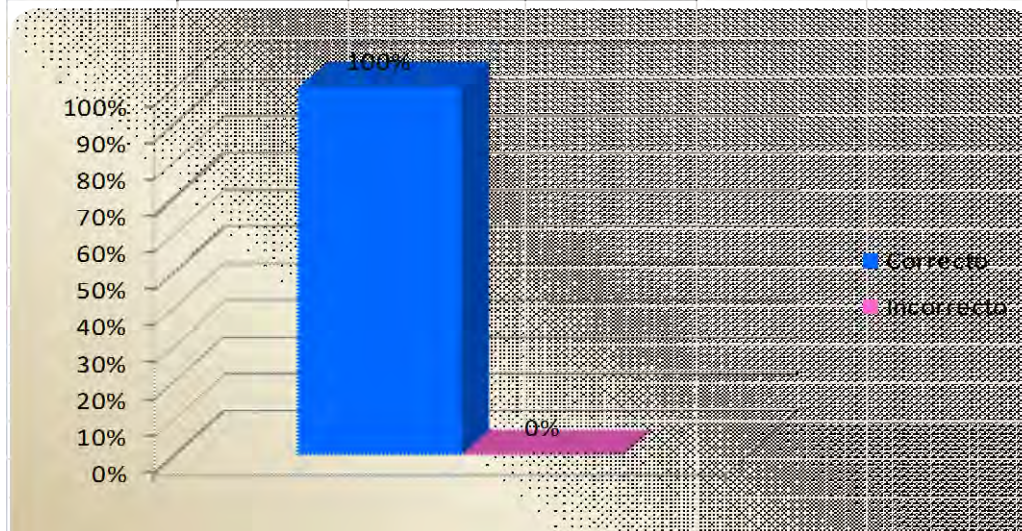
4.1.1.2 Identificación de figuras mediante descripciones visuales.

ITEM 3

3.- La imagen que se presenta a continuación, representa un  :

a. Cuadrado	b. Esfera	c. Triángulo	d. Cilindro
-------------	-----------	--------------	-------------

		Frecuencia	Porcentaje
	Correcto	29	100%
	Incorrecto	0	0%
	Total	29	100%



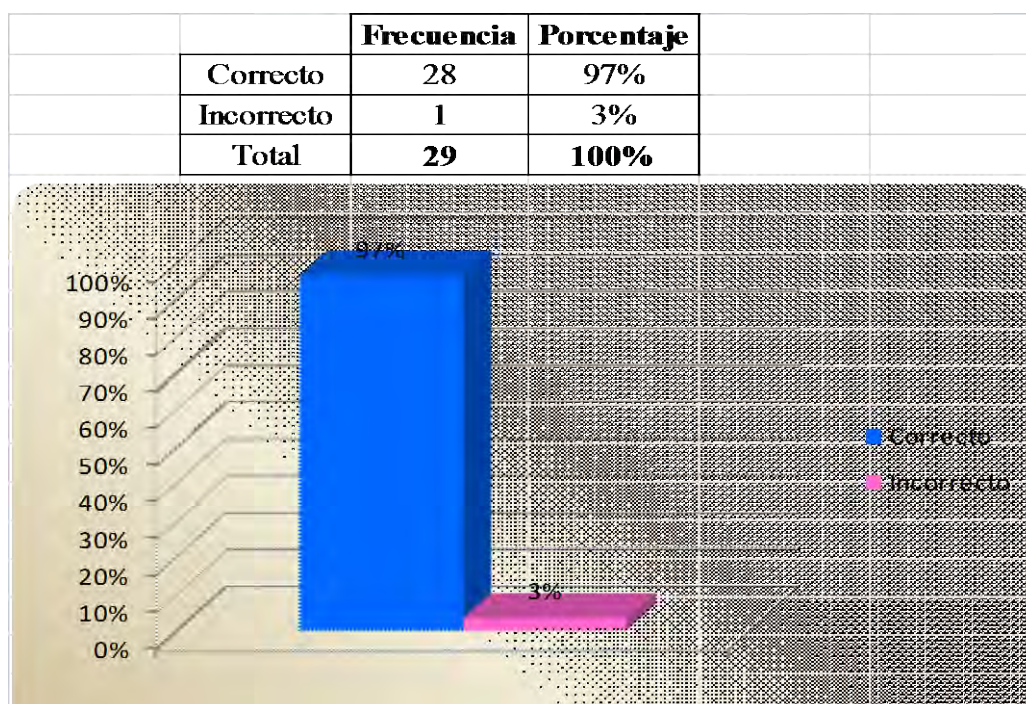
Interpretación:

En el siguiente gráfico se puede apreciar que todos los estudiantes reconocen un cilindro, puesto que establecen una semejanza con otro objeto, no necesariamente geométrico que conocen.

ITEM 4

4.- - La imagen que se presenta a continuación, representa un  :

a.- Cuadrado	b. Esfera	c. Cono	d. Cilindro
--------------	-----------	---------	-------------



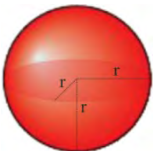
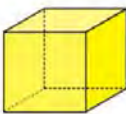
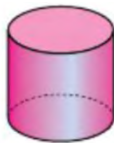
Interpretación:

En el siguiente gráfico se puede apreciar que todos los estudiantes reconocen un cono, debido a que logran establecer una comparación con otro objeto de su realidad no necesariamente geométrico.

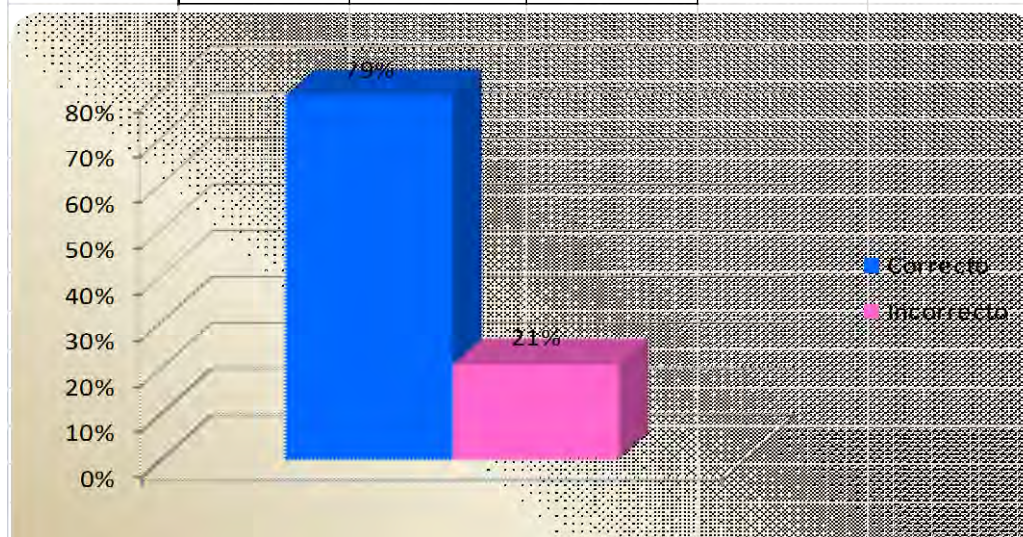
4.1.2 Nivel 1: Análisis (Reconoce las figuras mediante las propiedades)

ITEM 5

5. Dados los elementos que se mencionan a continuación: a) Poliedro de cuatro caras triangulares. b) Cada par de caras tienen aristas en común. c) Cada tres caras un vértice en común. d) Posee un total de cuatro vértices. e) Seis aristas. f) Sus caras son triángulos equiláteros. g) Puede considerarse una pirámide de base triangular. ¿A cuál de las siguientes opciones corresponden?

a. Tetraedro	b. Esfera	c. Hexaedro	d. Cilindro
			

		Frecuencia	Porcentaje
	Correcto	23	79%
	Incorrecto	6	21%
	Total	29	100%

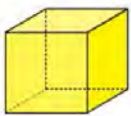


Interpretación:

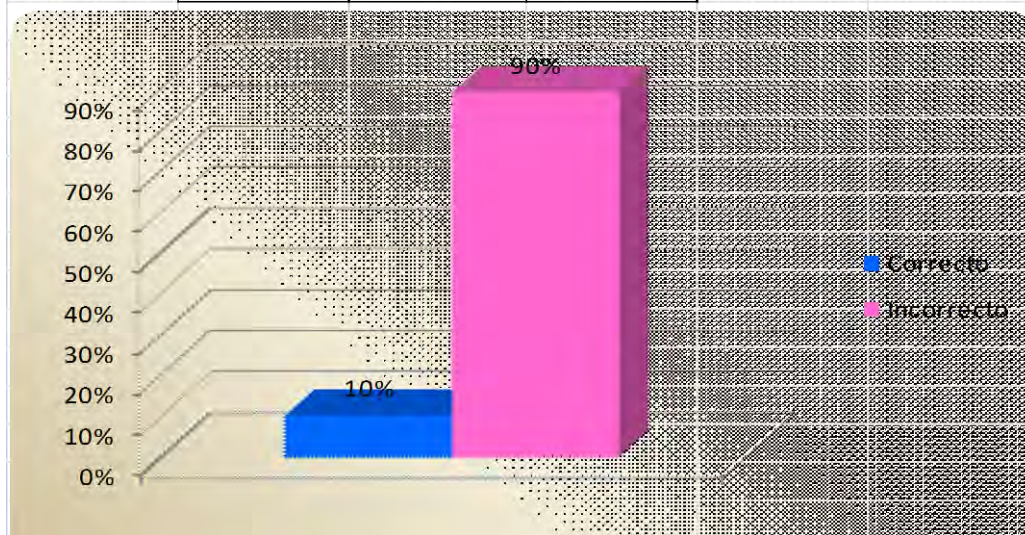
En el siguiente gráfico se puede apreciar que veintitrés (23) estudiantes, contestaron de manera correcta, lo cual indica que se dan cuenta de que las figuras están geométricas están formadas por partes o elementos, además que están dotadas de propiedades matemáticas, logrando así la habilidad de describir las partes que integran la figura y enunciar sus propiedades de manera informal.

ITEM 6

6.- Dados los elementos que se mencionan a continuación: a) Cuerpo de revolución generado por un semicírculo que gira sobre su diámetro. b) Todos los puntos de la superficie están a la misma distancia de su centro. ¿A cuál de las siguientes opciones corresponden?

a. Hexaedro	b. Icosaedro	c. Tetraedro	d. Icosaedro
			

	Frecuencia	Porcentaje
Correcto	3	10%
Incorrecto	26	90%
Total	29	100%



Interpretación:

En el siguiente gráfico se puede apreciar que solo tres (3) estudiantes respondieron de manera correcta, lo cual indica que un alto porcentaje de estudiantes no son capaces de enunciar las propiedades, ni de describir las partes que conforman la imagen dada.

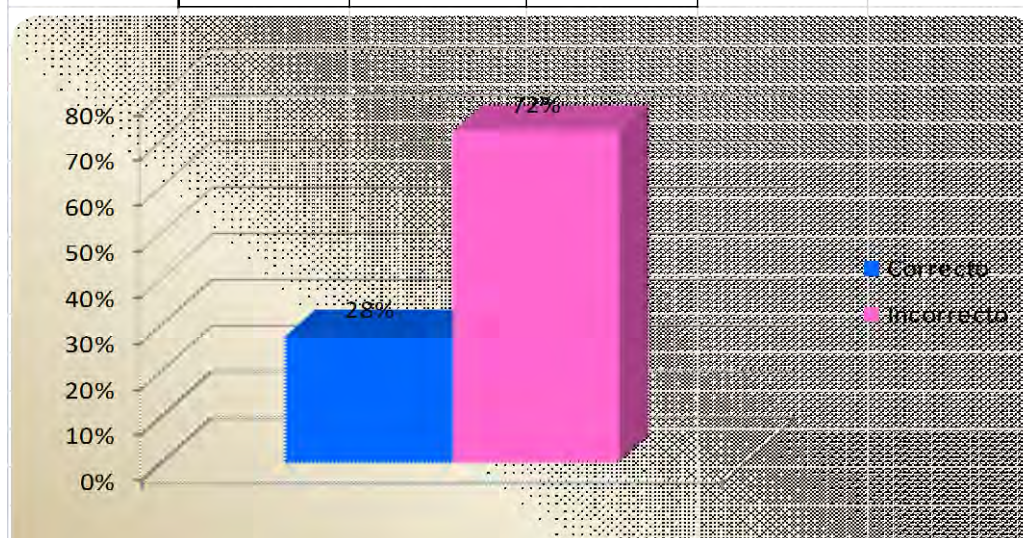
4.1.2.1 Pueden establecer nuevas propiedades

ITEM 7

7. Indica cuál de las opciones siguientes está constituida únicamente por cuerpos geométricos:

- a. Tetraedro, triángulo isósceles, círculo, esfera
- b. Hexaedro, trapecio, rectángulo, octaedro
- c. Cuadrado, rombo, triángulo escaleno, icosaedro
- d. Tetraedro, hexaedro, prisma de base cuadrada, cilindro

		Frecuencia	Porcentaje
	Correcto	8	28%
	Incorrecto	21	72%
	Total	29	100%

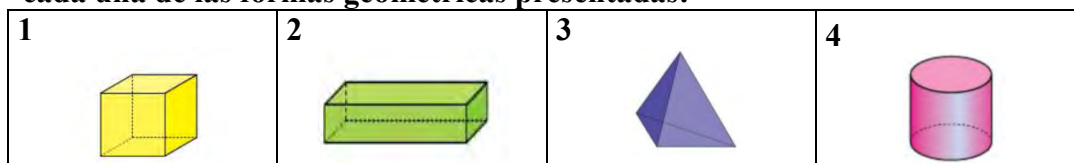


Interpretación:

En el siguiente gráfico se puede apreciar que ocho (8) estudiantes contestaron correctamente, mientras que una gran parte de los encuestados no tienen la capacidad de deducir propiedades generales, ni reconocerlas mediante los elementos que la conforman.

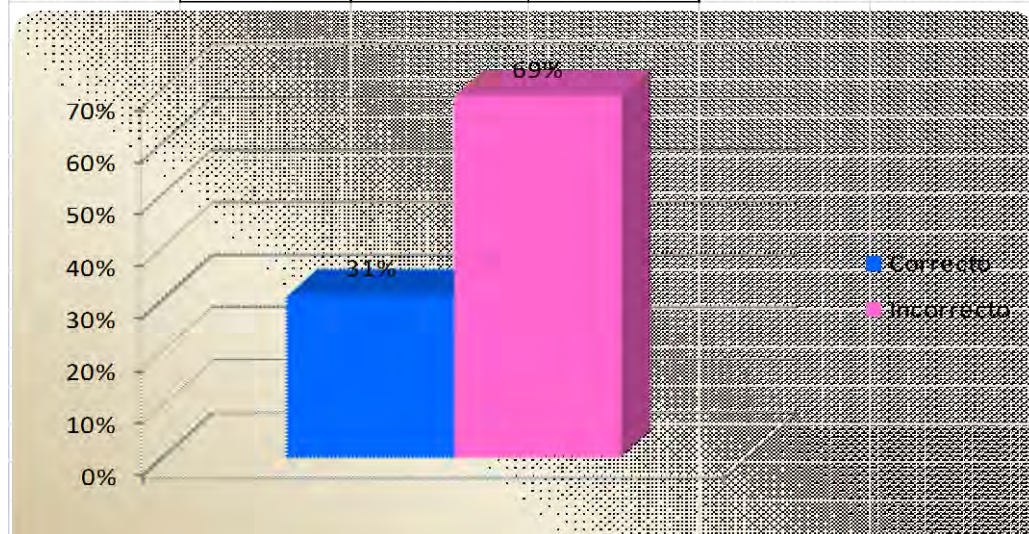
ITEM 8

8. Dadas las siguientes imágenes, selecciona la opción que contenga el nombre de cada una de las formas geométricas presentadas:



- a. Cubo, Triángulo, Esfera, Pirámide de base cuadrada
- b. Hexaedro, Triángulo, Cilindro, Pirámide de base cuadrada
- c. Cubo, Triángulo, Cilindro, Paralelepípedo
- d. Hexaedro, Paralelepípedo, Tetraedro, Cilindro

		Frecuencia	Porcentaje
	Correcto	9	31%
	Incorrecto	20	69%
	Total	29	100%



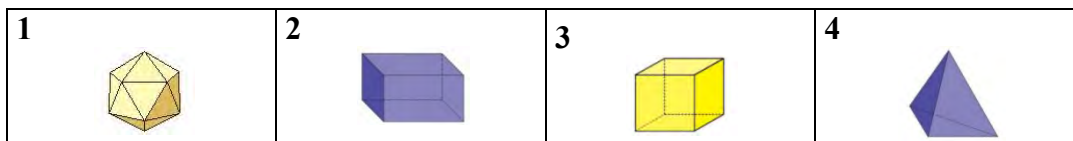
Interpretación:

En el siguiente gráfico se puede apreciar que solo nueve (9) estudiantes contestaron de manera correcta, mientras que una gran parte de los encuestados no tienen la capacidad de deducir propiedades generales, ni reconocerlas mediante los elementos que la conforman.

4.1.2.2 No clasifican objetos a partir de las propiedades

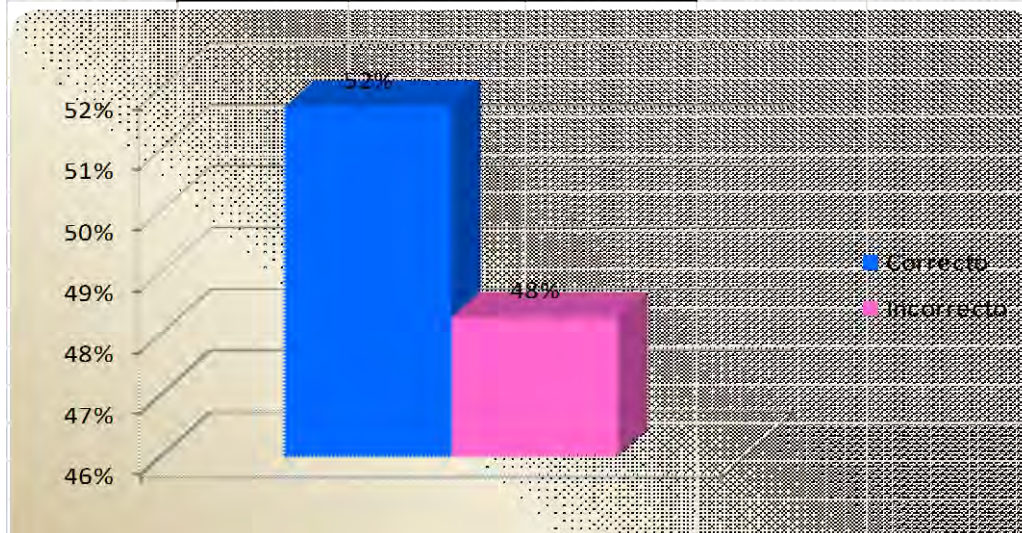
ITEM 9

9. Dadas las imágenes que se presentan a continuación, cuál de las siguientes opciones es la correcta siguiendo el orden en que se presentan:



- a. Icosaedro, Paralelepípedo, Hexaedro, Tetraedro
- b. Paralelepípedo, Icosaedro, Hexaedro, Tetraedro
- c. Hexaedro, Icosaedro, Paralelepípedo, Tetraedro
- d. Tetraedro, Icosaedro, Paralelepípedo, Hexaedro

		Frecuencia	Porcentaje		
	Correcto	15	52%		
	Incorrecto	14	48%		
	Total	29	100%		

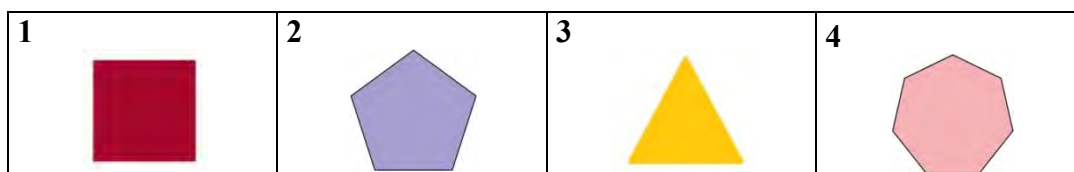


Interpretación:

En el siguiente gráfico se puede apreciar que quince (15) estudiantes contestaron de manera correcta, lo cual indica que estos estudiantes si pueden relacionar propiedades con otras y hacer clasificaciones lógicas de figuras, basándose en sus elementos o propiedades.

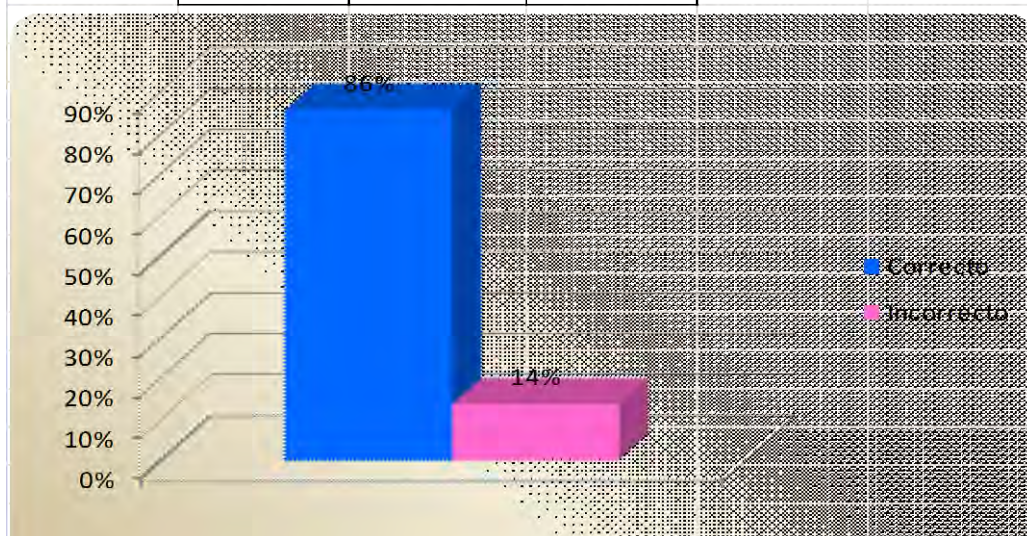
ITEM 10

10. En las figuras que se muestran a continuación, cuál de las siguientes opciones es la correcta siguiendo el orden en que se presentan:



- a. Pentágono, Cuadrado, Triángulo, Heptágono
- b. Triángulo, Pentágono, Heptágono, Cuadrado
- c. Cuadrado, Pentágono, Triángulo, Heptágono
- d. Heptágono, Pentágono, Cuadrado, Triángulo

		Frecuencia	Porcentaje
	Correcto	25	86%
	Incorrecto	4	14%
	Total	29	100%



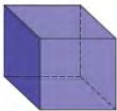
Interpretación:

En el siguiente gráfico se puede apreciar veinticinco (25) estudiantes contestaron de manera correcta, lo cual indica que solo un catorce por ciento (14%) no pueden relacionar propiedades con otras, ni hacer clasificaciones lógicas de figuras, basándose en sus elementos o propiedades.

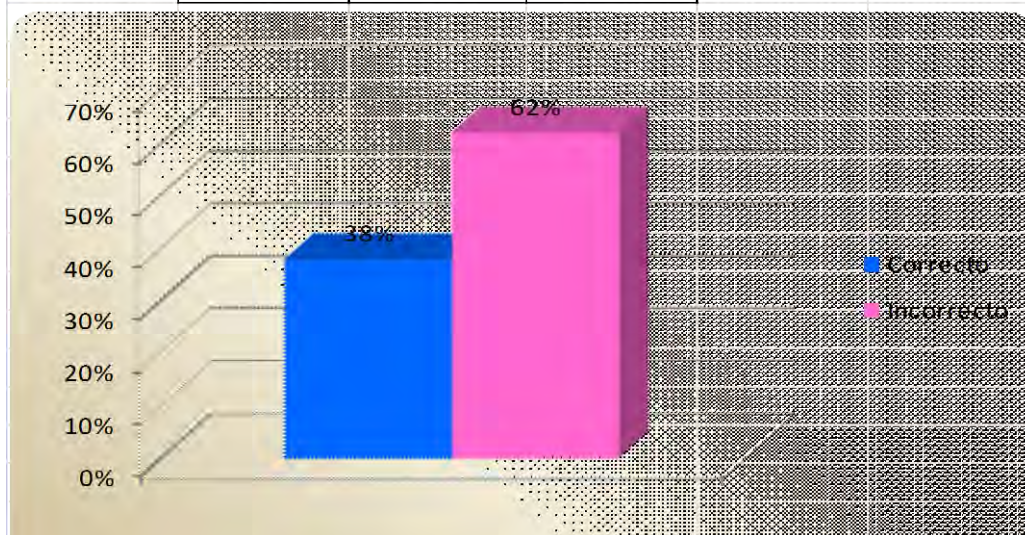
4.1.3 Nivel 2: Deducción informal (Describe las figuras de manera formal)

ITEM 11

11. Señala cuál de las opciones que se presentan a continuación contienen el enunciado correcto:

A  Tres lados, tres vértices y dos ángulos.	b  Tres caras, tres aristas y tres ápices.
c  Seis caras, ocho vértices, doce aristas.	d  Cuatro lados, tres vértices y suma de los ángulos internos igual a 180 grados.

		Frecuencia	Porcentaje		
	Correcto	11	38%		
	Incorrecto	18	62%		
	Total	29	100%		



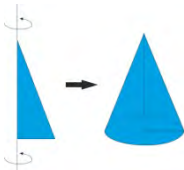
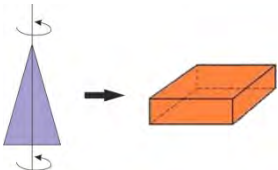
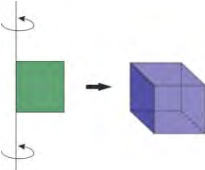
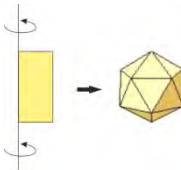
Interpretación:

En el siguiente gráfico, se puede apreciar que once (11) estudiantes contestaron correctamente, lo cual indica que un alto porcentaje no pueden reconocer que unas propiedades se deducen de otras y descubrir sus implicaciones, por lo cual su razonamiento lógico se apoya en la manipulación.

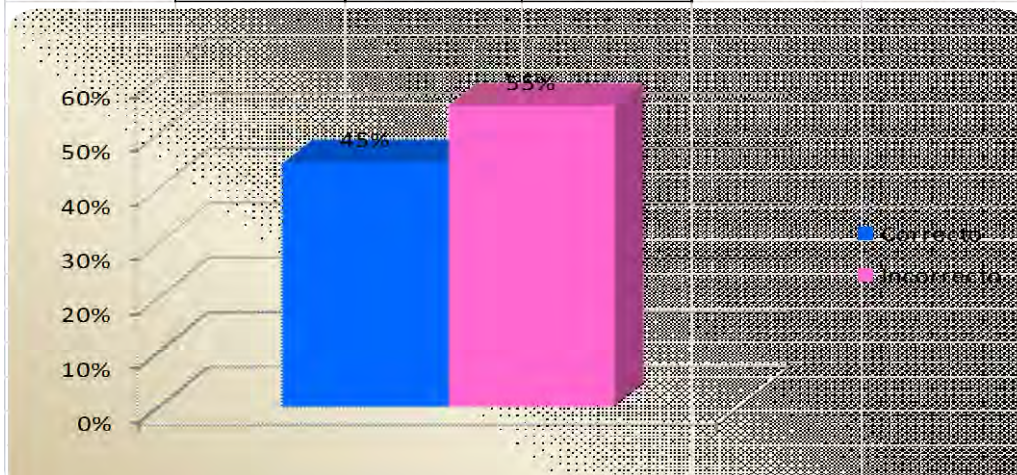
4.1.3.1 Reconoce cómo unas propiedades derivan de otras

ITEM 12

12. Señala cuál de las opciones que se presentan a continuación es correcta:

a  Un triángulo rectángulo al estar en revolución forma un cono	b  Un triángulo isósceles al estar en revolución forma un paralelepípedo
c  Un cuadrado al estar en revolución forma un hexaedro	d  Un rectángulo a estar en revolución forma un icosaedro

		Frecuencia	Porcentaje		
	Correcto	13	45%		
	Incorrecto	16	55%		
	Total	29	100%		



Interpretación:

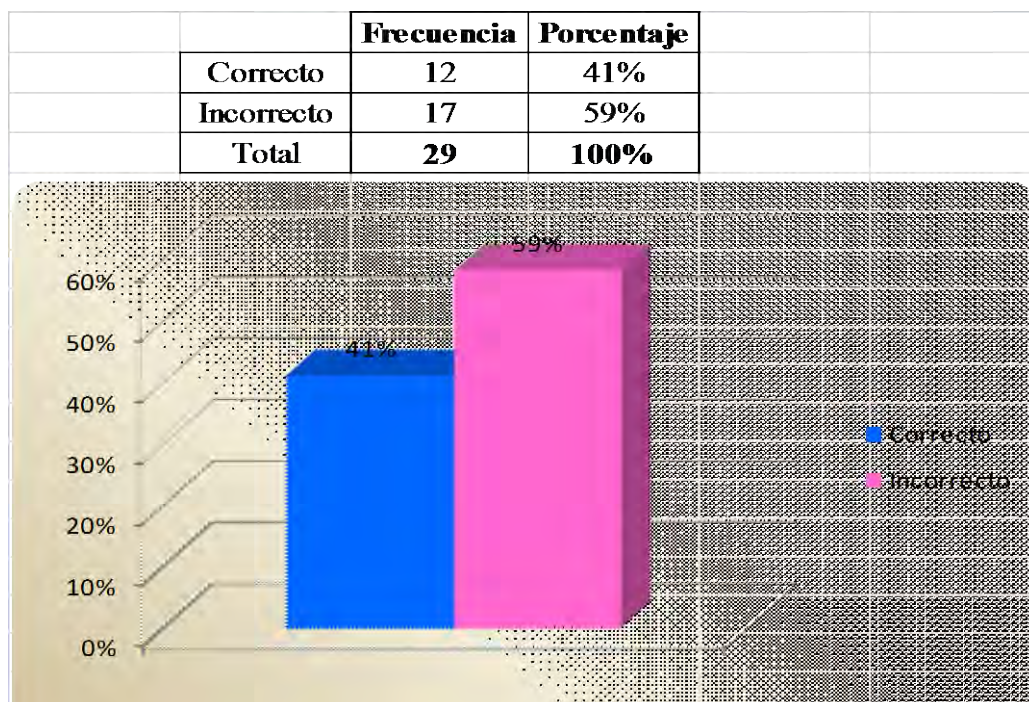
En el siguiente gráfico, se puede apreciar que un alto porcentaje no reconocen como las propiedades derivan de otras, no pueden reconocer que unas propiedades se deducen de otras y descubrir sus implicaciones, por lo cual su razonamiento lógico se apoya en la manipulación.

4.1.3.2 Siguen pasos individuales de un razonamiento pero no entienden su globalidad

ITEM 13

13. A partir del siguiente dato: el volumen de un cilindro es $25\text{cm}^2\pi$, cuál es el valor de la altura:

- a. 4cm
- b. 5cm
- c. 6cm
- d. 3cm



Interpretación:

En el siguiente gráfico, se puede apreciar que un alto porcentaje de los encuestados no comprenden la necesidad de comprender los pasos individuales de su razonamiento lógico formal ni la estructura de una demostración.

4.1.4 Nivel 3: Deducción formal

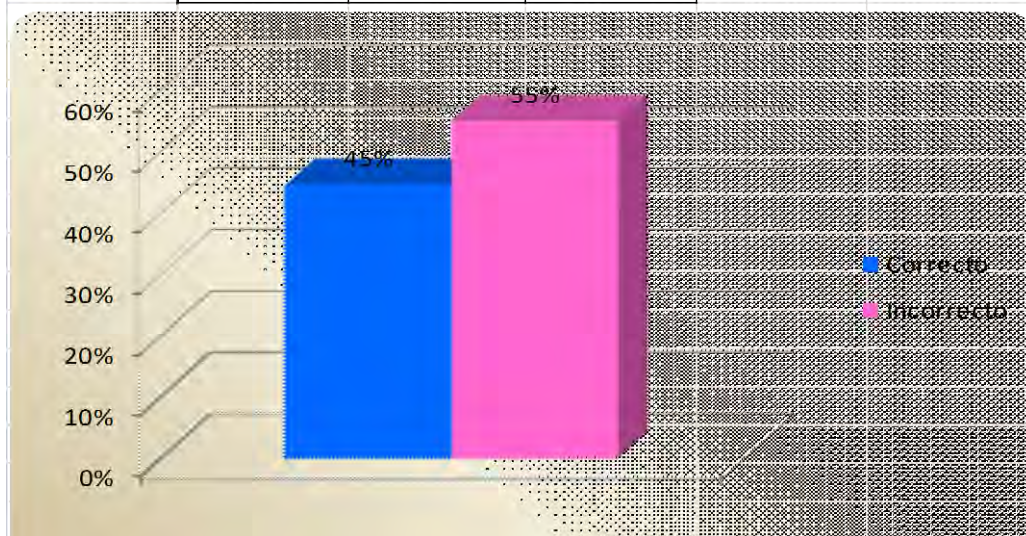
4.1.4.1 Deduce, construye, memoriza, demuestra

ITEM 14

14. Se tiene un cubo de dimensiones 1 cm de ancho, 1 cm de profundo y 1 cm de alto. ¿Cuántos cubos iguales se necesitan para construir un cubo de 2 cm de ancho, 2 cm de profundo y 2 cm de alto?

- a. 4 cubos
- b. 7 cubos
- c. 6 cubos
- d. 8 cubos

		Frecuencia	Porcentaje		
	Correcto	13	45%		
	Incorrecto	16	55%		
	Total	29	100%		

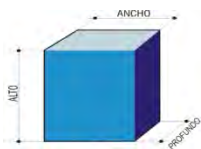
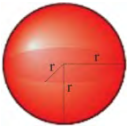
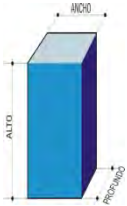


Interpretación:

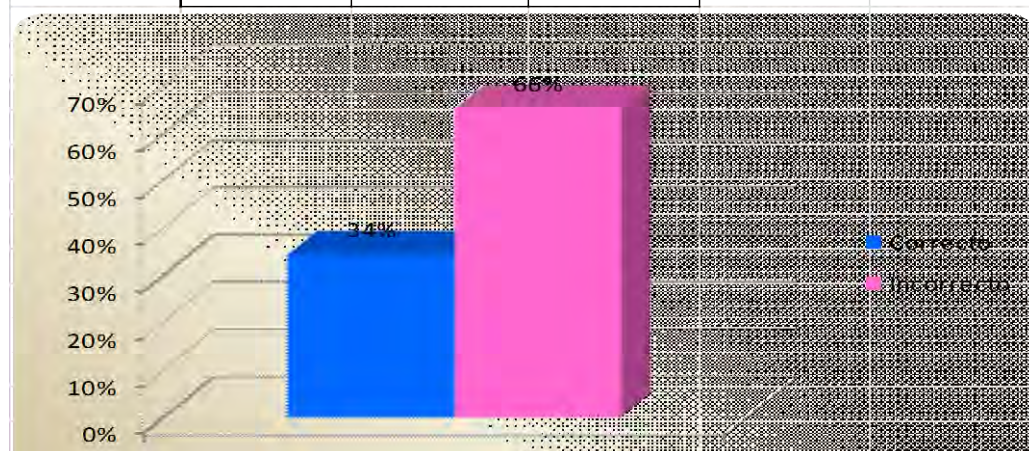
En el siguiente gráfico, se puede apreciar que es mayor el porcentaje de estudiantes no logran deducir, construir, memorizar y demostrar. La demostración no tiene ningún sentido para ellos y no sienten la necesidad de verificar la veracidad de una afirmación.

ITEM 15

15. En las siguientes opciones indica cuál es la fórmula que se relaciona con la forma geométrica y permite calcular el volumen de la misma:

a  $v = h.a.p$	b  $A = b.h$
c  $v = 2\pi.r^2$	d  $A = \frac{b.h}{2}$

		Frecuencia	Porcentaje
	Correcto	10	34%
	Incorrecto	19	66%
	Total	29	100%



Interpretación:

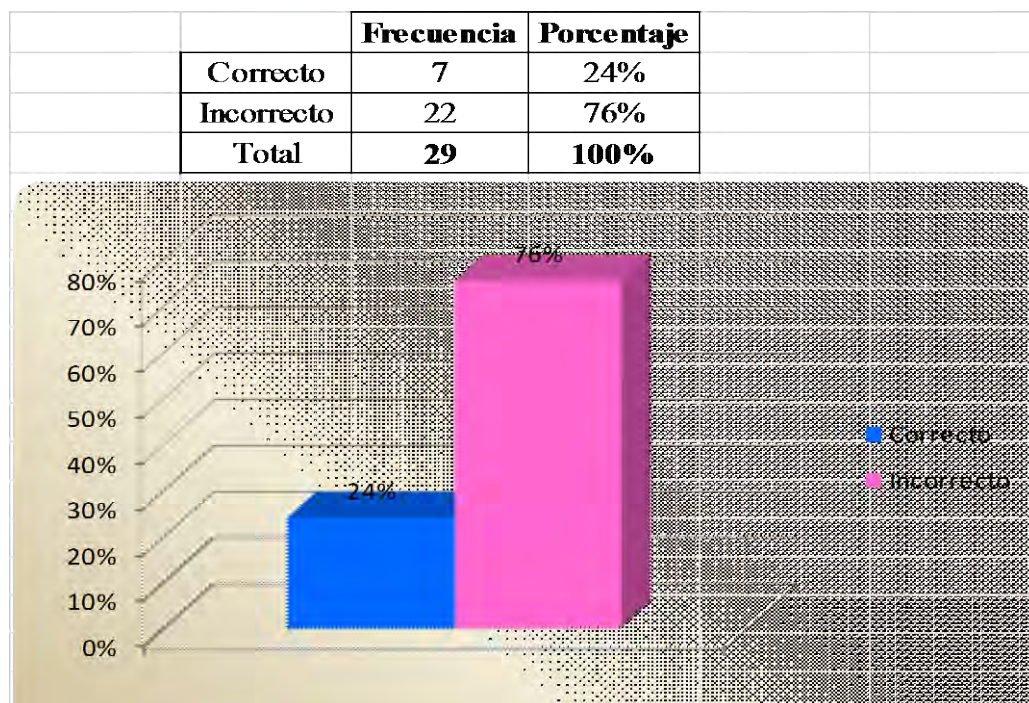
En la siguiente representación gráfica, se puede apreciar que la gran mayoría no logran entender y realizar razonamientos lógicos formales, las demostraciones no significan nada y no hay necesidad por demostrarlas.

4.1.4.2 Percibe la posibilidad de desarrollar un problema de varias maneras.

ITEM 16

16. El volumen de una pelota de béisbol cuyo radio es de 15cm es:

- a. $30 \text{ cm}^2 \cdot \pi$
- b. $225 \text{ cm}^2 \cdot \pi$
- c. $125 \text{ cm}^2 \cdot \pi$
- d. $225 \text{ cm}^3 \cdot \pi$



Interpretación:

En el siguiente gráfico se puede apreciar que la gran mayoría de los encuestados no aceptan la posibilidad de llegar al mismo resultado desde distintas premisas y la existencia de definiciones equivalentes del mismo concepto.

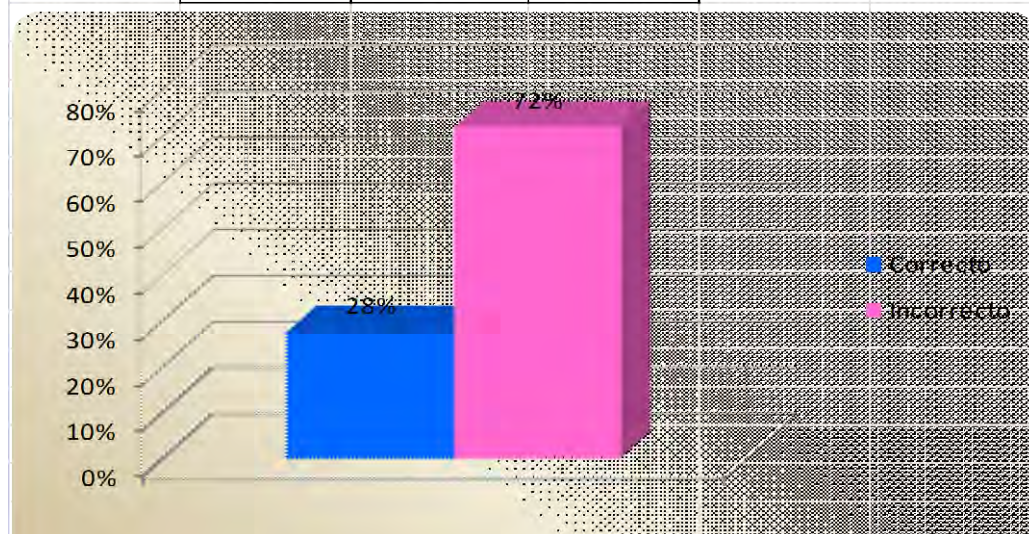
4.1.5 Nivel 4: Rigor (Conoce la existencia de diferentes sistemas y puede comparar)

ITEM 17

17. Al dividir un hexaedro  en dos partes, con un plano en forma horizontal. ¿Cuáles cuerpos geométricos se obtienen?

- a. Cilindro
- b. Esfera
- c. Cubo
- d. Paralelepípedo

		Frecuencia	Porcentaje
	Correcto	8	28%
	Incorrecto	21	72%
	Total	29	100%



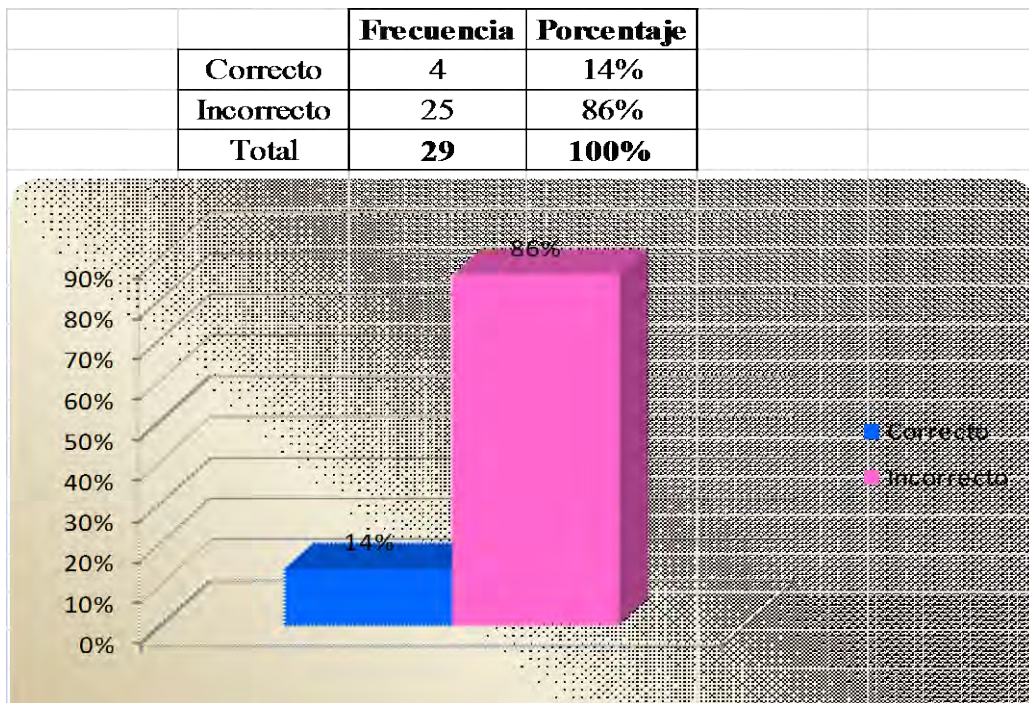
Interpretación:

En el siguiente gráfico, se puede apreciar que un alto porcentaje de los encuestados no aceptan la posibilidad de llegar al mismo resultado desde distintas premisas y la existencia de definiciones equivalentes del mismo concepto.

ITEM 18

18. En un paralelepípedo se duplica la longitud de todas sus aristas, ¿qué le ocurre a su área lateral? ¿Y a su volumen?

- a. El área total se duplica y el volumen se conserva
- b. El área total se conserva y el volumen se duplica
- c. El área total se duplica y el volumen se duplica
- d. El área total se conserva y el volumen se conserva



Interpretación:

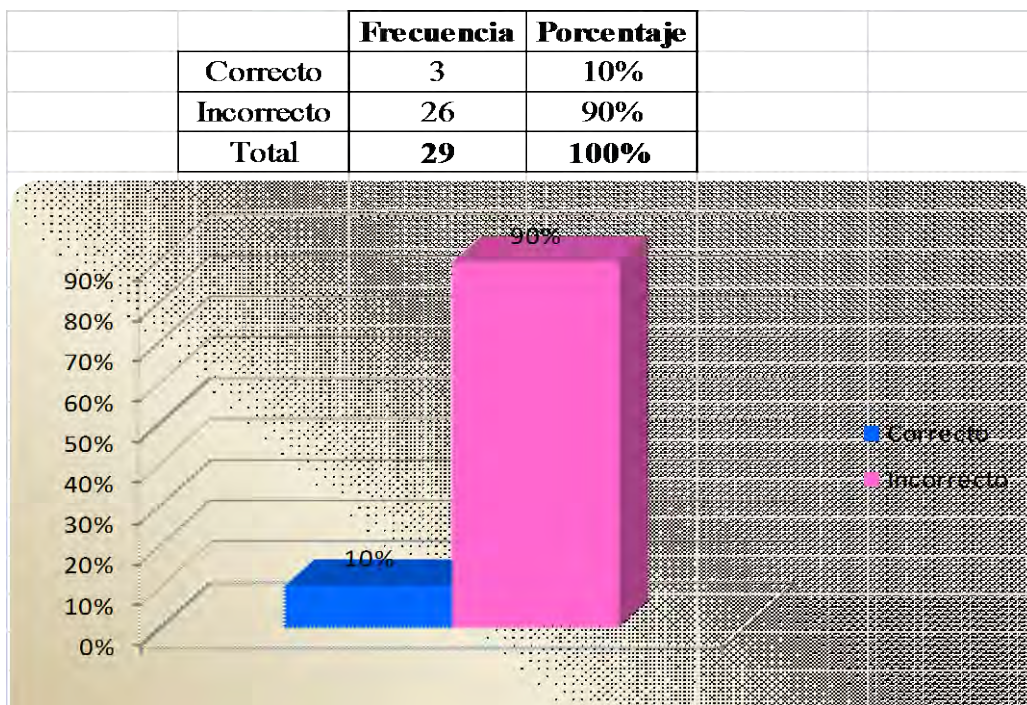
En el siguiente gráfico se puede apreciar que la gran mayoría de los encuestados no logran trabajar con una variedad de sistemas axiomáticos, ni comparar los diferentes sistemas.

4.1.5.1 Entiende la geometría en forma abstracta

ITEM 19

19. Un tetraedro está constituido por cuatro caras triangulares iguales, ¿cuáles son los argumentos?

- a. Sus caras son cuatro triángulos iguales e isósceles.
- b. Sus caras son cuatro triángulos iguales y escalenos.
- c. Sus caras son cuatro triángulos iguales e isorectángulos.
- d. Sus caras son cuatro triángulos iguales y equiláteros.



Interpretación:

En el siguiente gráfico se puede apreciar que los estudiantes no logran tener una visión globalizadora del área de estudio ni ver la geometría de manera abstracta.

4.2 Análisis e Interpretación de los Resultados por Indicador

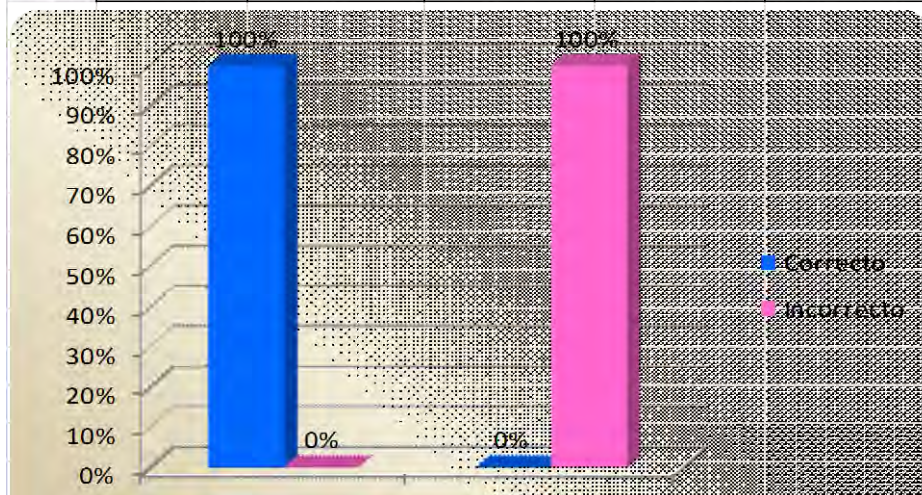
Indicadores	Ítems	Opción de respuestas			
		Correctas		Incorrectas	
		Frecuencia	Porcentaje	Frecuencia	Porcentaje
Los objetos se perciben como una unidad.	1	0	0	29	100
	2	29	100	0	0
Identificación de figuras mediante descripciones visuales.	3	29	100	0	0
	4	28	96,5	1	3,4
Reconoce las figuras mediante las propiedades.	5	23	79,3	6	20,7
Pueden establecer nuevas propiedades.	6	3	10,3	26	89,7
	7	8	27,6	21	72,4
No clasifican objetos a partir de las propiedades	8	9	31,03	20	68,97
	9	15	51,7	14	48,3
	10	25	86,2	4	13,8
Describe las figuras de manera formal.	11	11	37,9	18	62,1
Reconoce cómo unas propiedades derivan de otras.	12	13	44,8	16	55,2
Siguen pasos individuales de un razonamiento pero no entienden su globalidad.	13	12	41,4	17	58,6
Deduce, construye, memoriza, demuestra.	14	13	44,8	16	55,2
	15	10	34,5	19	65,5
Percibe la posibilidad de desarrollar un problema de varias maneras.	16	7	24,1	22	75,9
Conoce la existencia de diferentes sistemas y puede comparar.	17	8	27,6	21	72,4
Entiende la geometría en forma abstracta.	18	4	13,8	25	86,2
	19	3	10,3	26	89,7

Dimensión: Visualización

Indicador: Los objetos se perciben como una unidad.

Gráfico 1 y 2

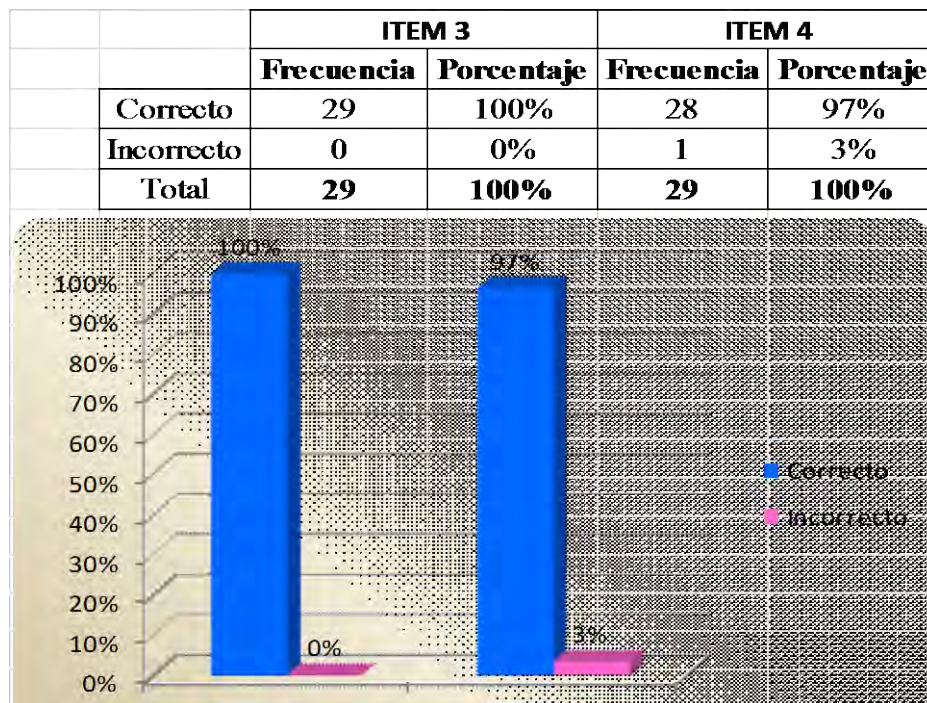
		ITEM 1		ITEM 2	
		Frecuencia	Porcentaje	Frecuencia	Porcentaje
	Correcto	29	100%	0	0%
	Incorrecto	0	0%	29	100%
	Total	29	100%	29	100%



Interpretación:

Se puede apreciar en el ítem número uno, que ningún estudiante percibe el objeto indicado como una unidad, es decir no reconoce el sólido regular (tetraedro), lo cual indica que no lograron extender las características del cuerpo geométrico indicado. Situación contraria en el ítem número dos, en el que se puede apreciar como todos los estudiantes reconocen la pirámide, considerando la imagen en su totalidad, de manera global, como una unidad.

Indicador: Identificación de figuras mediante descripciones visuales.
Gráfico 3 y 4



Interpretación:

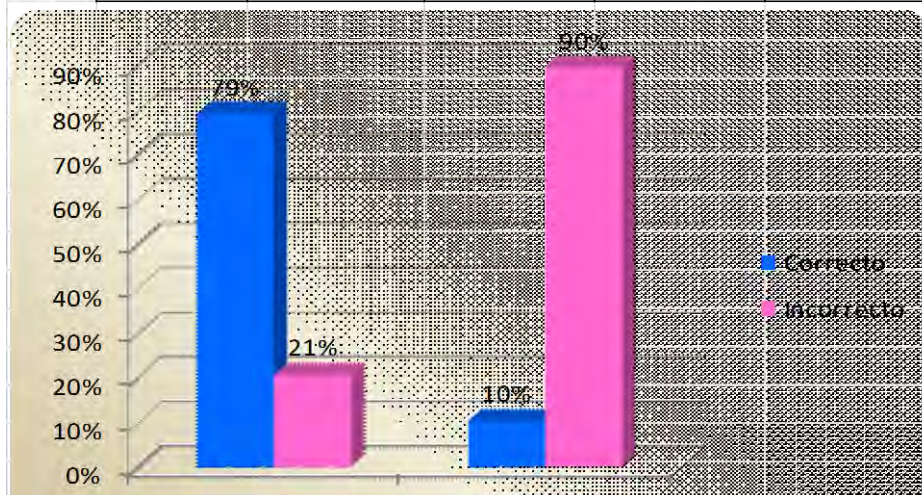
Se puede apreciar que todos los estudiantes reconocen la imagen que corresponde a un cilindro, puesto que establecen una semejanza con otro objeto que conocen, no necesariamente geométrico. De igual manera en el ítem número cuatro, se puede apreciar que todos los estudiantes reconocen la imagen que asemeja a un cono, debido a que logran establecer una comparación con otro objeto de su realidad no necesariamente geométrico.

Dimensión: Análisis

Indicador: Reconoce las figuras mediante las propiedades.

Gráfico 5 y 6

		ITEM 5		ITEM 6	
		Frecuencia	Porcentaje	Frecuencia	Porcentaje
	Correcto	23	79%	3	10%
	Incorrecto	6	21%	26	90%
	Total	29	100%	29	100%



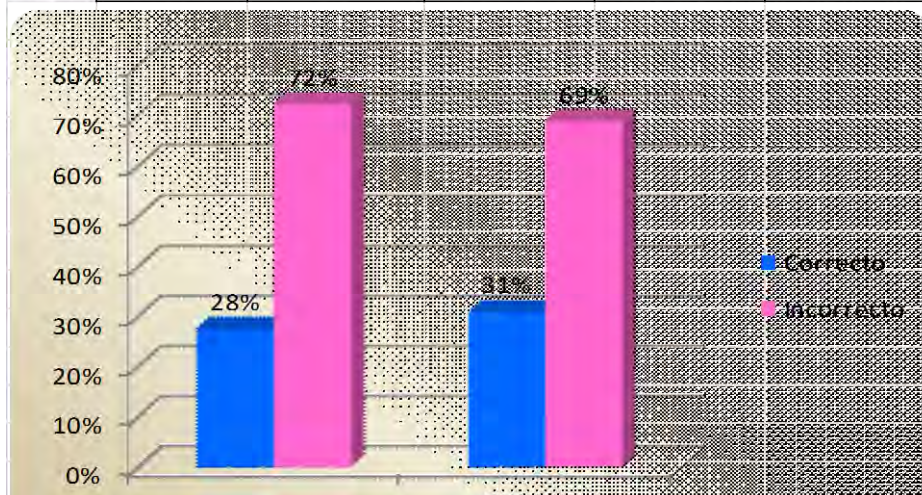
Interpretación:

Se puede visualizar que la gran mayoría de los estudiantes, contestaron de manera correcta, lo cual indica que están conscientes que las figuras geométricas están formadas por partes o elementos, además que están dotadas de propiedades matemáticas, logrando así la habilidad de describir las partes que integran la figura y enunciar sus propiedades de manera informal. Asimismo, en el siguiente ítem se puede apreciar que solo tres (3) estudiantes respondieron de manera correcta, lo cual indica que un alto porcentaje no son capaces de enunciar las propiedades, ni de describir las partes que conforman la imagen dada.

Indicador: Pueden establecer nuevas propiedades.

Gráfico 7 y 8

		ITEM 7		ITEM 8	
		Frecuencia	Porcentaje	Frecuencia	Porcentaje
	Correcto	8	28%	9	31%
	Incorrecto	21	72%	20	69%
	Total	29	100%	29	100%



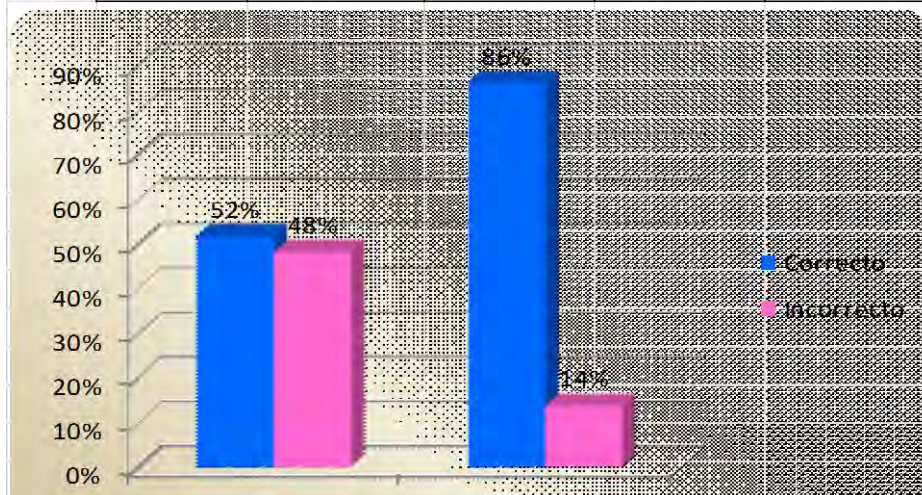
Interpretación:

En el siguiente gráfico se puede apreciar que pocos estudiantes contestaron correctamente, lo cual indica la capacidad de los estudiantes de deducir propiedades generales y reconocer los elementos que la conforman. En el siguiente ítem se puede apreciar que una gran parte de los encuestados no tienen la capacidad de deducir propiedades generales, ni reconocerlas mediante los elementos que la conforman.

Indicador: No clasifican objetos a partir de las propiedades

Gráfico 9 y 10

		ITEM 9		ITEM 10	
		Frecuencia	Porcentaje	Frecuencia	Porcentaje
	Correcto	15	52%	25	86%
	Incorrecto	14	48%	4	14%
	Total	29	100%	29	100%



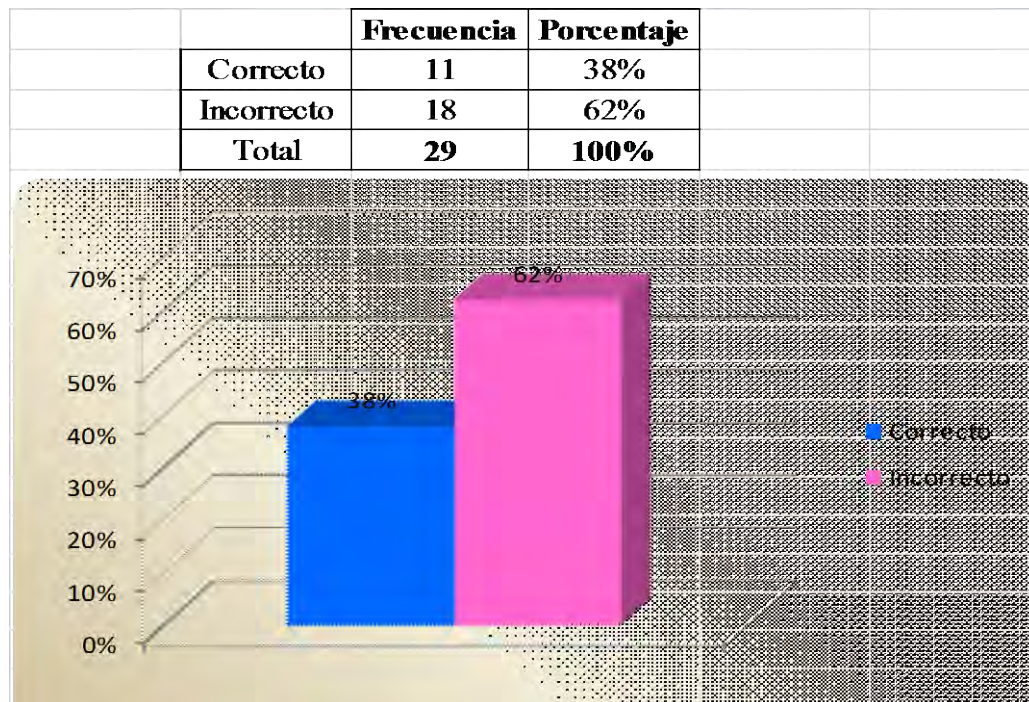
Interpretación:

Se puede apreciar que quince (15) estudiantes, contestaron de manera correcta, lo cual indica que estos estudiantes si pueden relacionar propiedades con otras y hacer clasificaciones lógicas de figuras, basándose en sus elementos o propiedades. Con respecto al siguiente ítem, se puede apreciar que veinticinco (25) estudiantes contestaron de manera correcta, lo cual indica que pueden relacionar propiedades con otras, hacer clasificaciones lógicas de figuras, basándose en sus elementos o propiedades.

Dimensión: Deducción Informal

Indicador: Describe las figuras de manera formal.

Gráfico 11

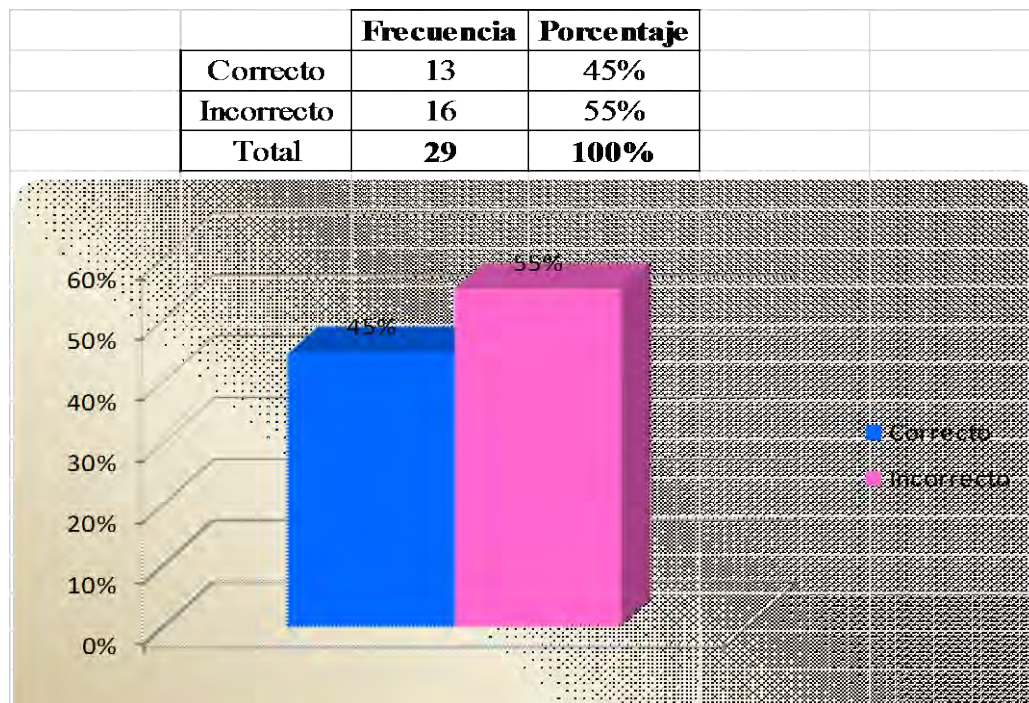


Interpretación:

En la siguiente representación gráfica se puede apreciar, que un alto porcentaje de estudiantes no puede reconocer que unas propiedades se deducen de otras y descubrir sus implicaciones, por lo cual su razonamiento lógico se apoya en la manipulación.

Indicador: Reconoce cómo unas propiedades derivan de otras.

Gráfico 12

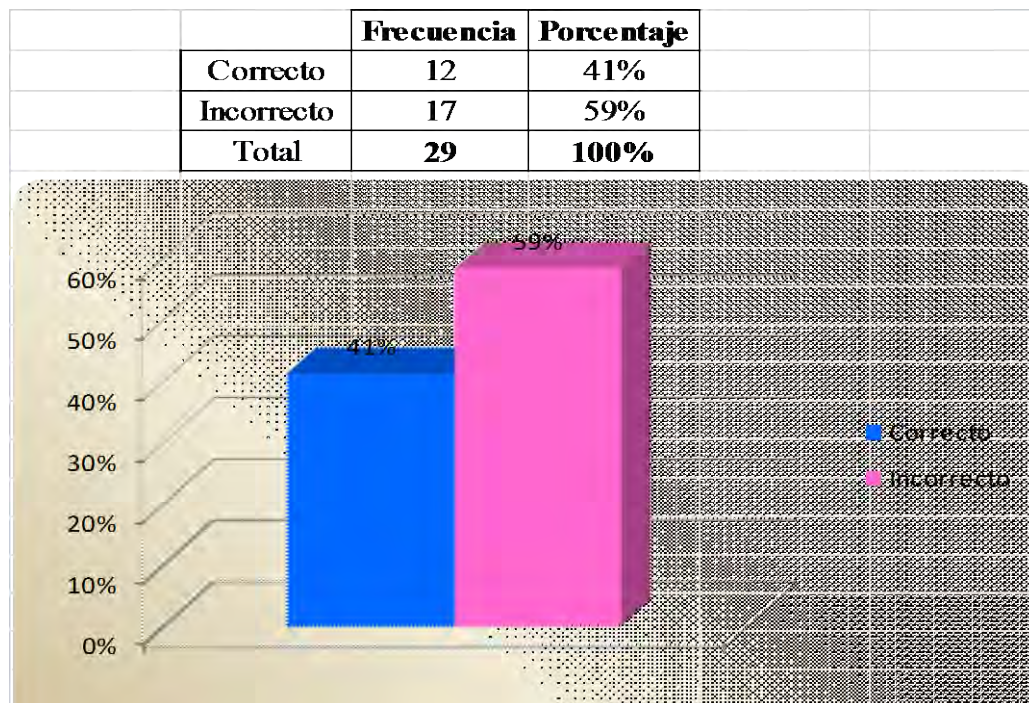


Interpretación:

En el siguiente gráfico se puede apreciar, que un alto porcentaje no reconoce como las propiedades derivan de otras, no pueden reconocer que unas propiedades se deducen de otras y descubrir sus implicaciones, por lo cual su razonamiento lógico se apoya en la manipulación.

Indicador: Siguen pasos individuales de un razonamiento pero no entienden su globalidad

Gráfico 13



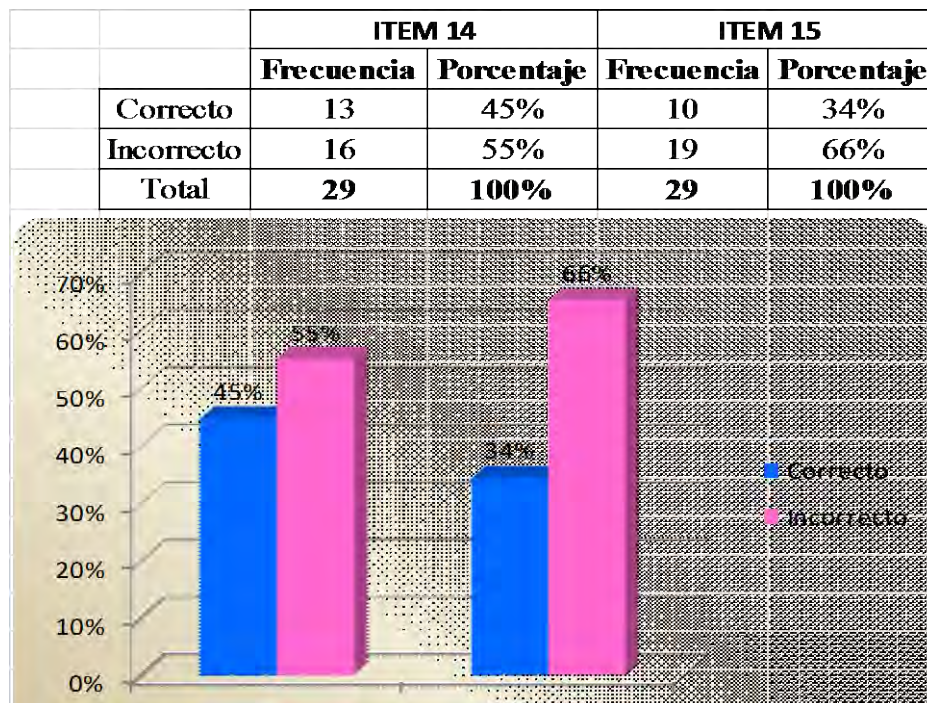
Interpretación:

En el siguiente gráfico se puede apreciar, que un alto porcentaje de los encuestados no entienden la necesidad de comprender los pasos individuales de su razonamiento lógico formal ni la estructura de una demostración, para de esta manera lograr adquirir un razonamiento global.

Dimensión: Deducción Formal

Indicador: Deduce, construye, memoriza, demuestra.

Gráfico 14 y 15

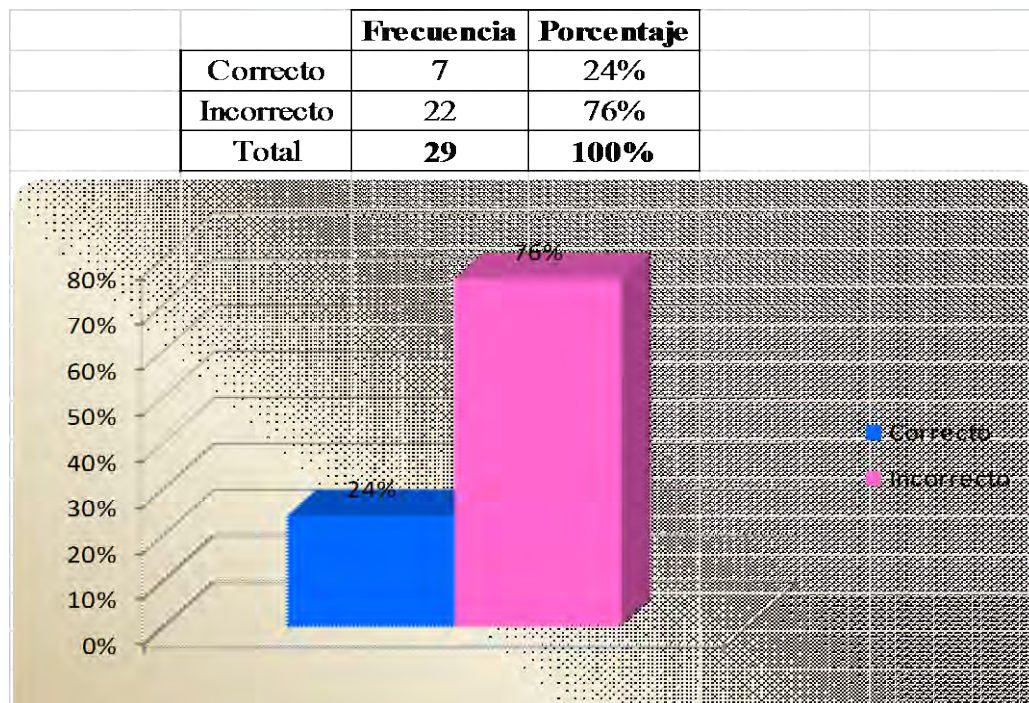


Interpretación:

Se visualiza que es mayor el porcentaje de estudiantes que no logran deducir, construir, memorizar y demostrar. Por lo que se puede afirmar, que la demostración no tiene ningún sentido para ellos y no sienten la necesidad de verificar la veracidad de una afirmación. De manera similar se puede apreciar que la gran mayoría no logran entender y realizar razonamientos lógicos formales, las demostraciones no significan nada y no hay necesidad por demostrarlas.

Indicador: Percibe la posibilidad de desarrollar un problema de varias maneras.

Gráfico 16



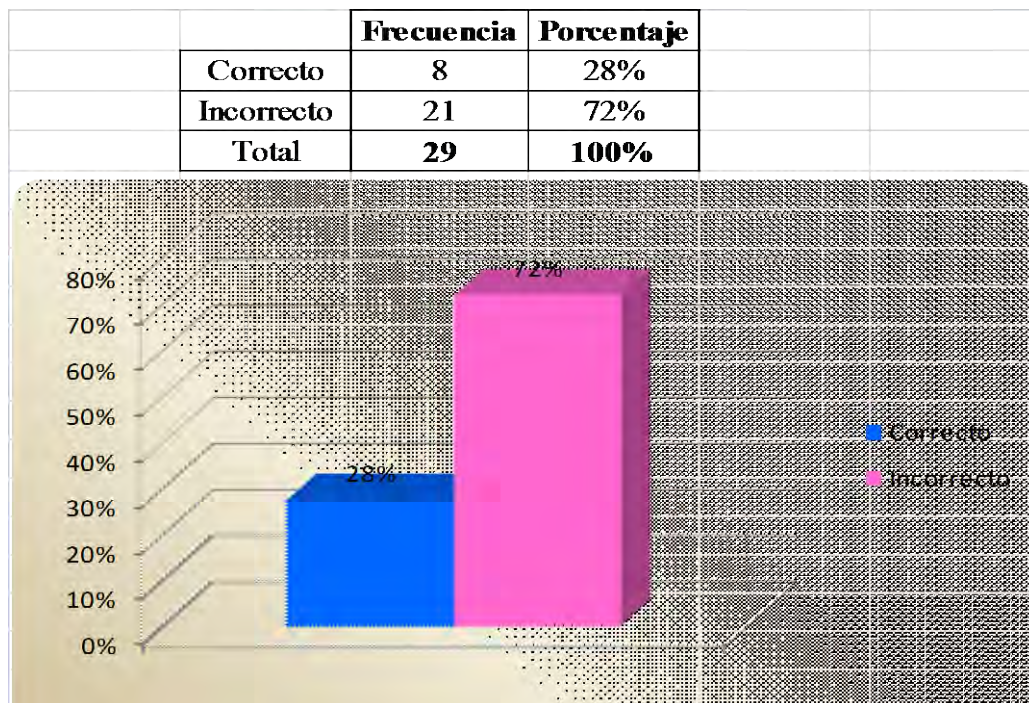
Interpretación:

En el siguiente gráfico se puede apreciar que la gran mayoría de los encuestados no aceptan la posibilidad de desarrollar una tarea desde distintas premisas y la existencia de definiciones equivalentes del mismo concepto, por lo que se puede inferir que consideran mecánica y positivista la resolución de un planteamiento.

Dimensión: Rigor

Indicador: Conoce la existencia de diferentes sistemas y puede comparar.

Gráfico 17



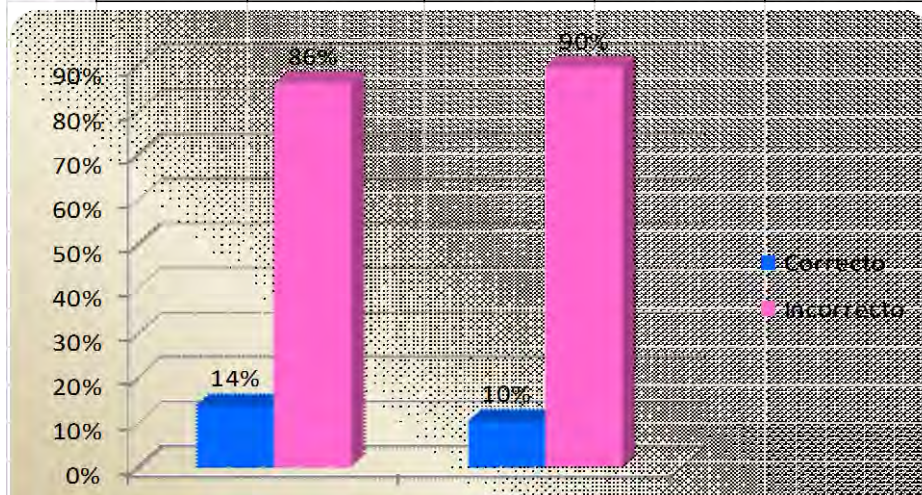
Interpretación:

En la siguiente representación gráfica, se puede apreciar que un alto porcentaje de los encuestados no entienden la posibilidad de llegar al mismo resultado desde distintas premisas y la existencia de definiciones equivalentes del mismo concepto.

Indicador: Entiende la geometría en forma abstracta.

Gráfico 18 y 19

		ITEM 18		ITEM 19	
		Frecuencia	Porcentaje	Frecuencia	Porcentaje
	Correcto	4	14%	3	10%
	Incorrecto	25	86%	26	90%
	Total	29	100%	29	100%



Interpretación:

Se puede apreciar que la gran mayoría de los encuestados no logran trabajar con una variedad de sistemas axiomáticos, ni comparar los diferentes sistemas, además de que no logran tener una visión globalizadora del área de estudio, ni ver la geometría de manera abstracta.

4.3 Análisis e Interpretación de los Resultados por Dimensión

Dimensión	Indicadores	Ítems	Opción de respuestas			
			Correctas		Incorrectas	
			Frecuencia	Porcentaje	Frecuencia	Porcentaje
Visualización	Los objetos se perciben como una unidad.	1	0	0	29	100
		2	29	100	0	0
	Identificación de figuras mediante descripciones visuales.	3	29	100	0	0
		4	28	96,5	1	3,4
Análisis	Reconoce las figuras mediante las propiedades.	5	23	79,3	6	20,7
		6	3	10,3	26	89,7
	Pueden establecer nuevas propiedades.	7	8	27,6	21	72,4
		8	9	31,03	20	68,97
	No clasifican objetos a partir de las propiedades	9	15	51,7	14	48,3
		10	25	86,2	4	13,8
Deducción Informal	Describe las figuras de manera formal.	11	11	37,9	18	62,1
	Reconoce cómo unas propiedades derivan de otras.	12	13	44,8	16	55,2
	Siguen pasos individuales de un razonamiento pero no entienden su globalidad.	13	12	41,4	17	58,6
Deducción Formal	Deduce, construye, memoriza, demuestra.	14	13	44,8	16	55,2
		15	10	34,5	19	65,5
	Percibe la posibilidad de desarrollar un problema de varias maneras.	16	7	24,1	22	75,9
Rigor	Conoce la existencia de diferentes sistemas y puede comparar.	17	8	27,6	21	72,4
		18	4	13,8	25	86,2
	Entiende la geometría en forma abstracta.	19	3	10,3	26	89,7

Dimensión: Visualización

Gráfico A

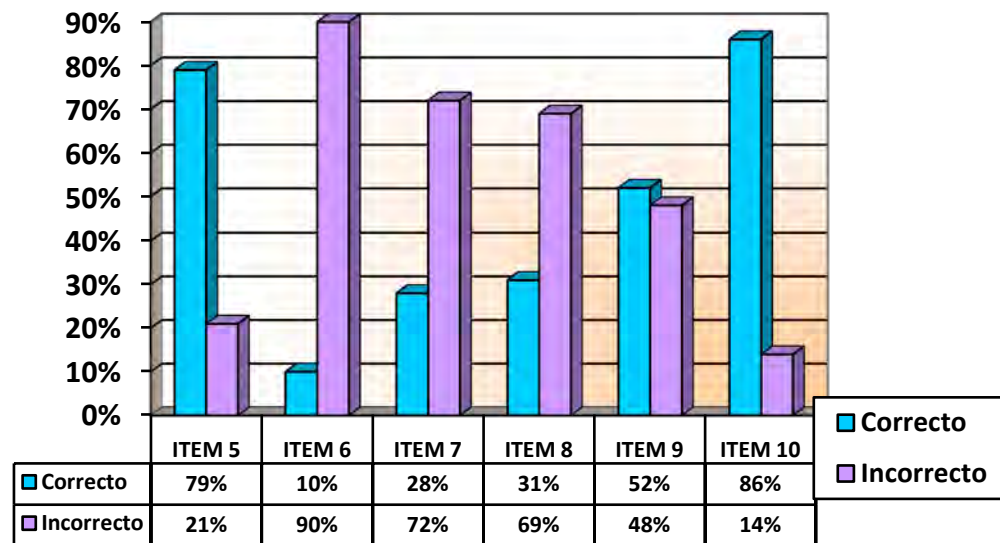


Interpretación:

Se puede apreciar en el nivel de visualización, que predomina el hecho de que los estudiantes pueden reconocer, nombrar y distinguir una figura de otra y el parecido con algún objeto de la realidad. Lo que conlleva a asegurar, que las figuras son reconocidas por su apariencia como un todo pero sus propiedades no son percibidas.

Dimensión: Análisis

Gráfico B

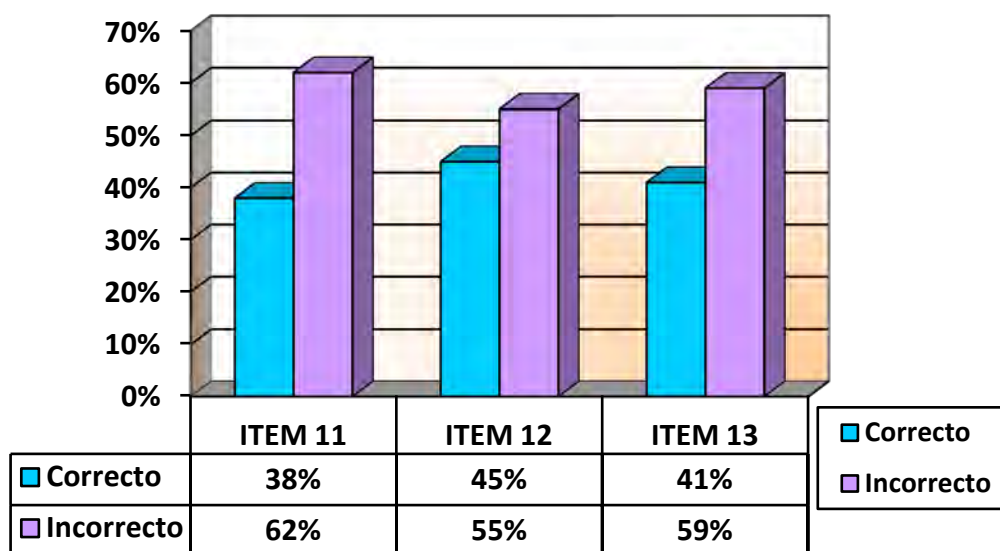


Interpretación:

En el nivel análisis, se puede visualizar que la gran mayoría de los estudiantes, logra nombrar las figuras geométricas, percibir las propiedades pero de manera aislada y sin relación alguna entre ellas. No pueden reconocer y nombrar propiedades de las figuras geométricas.

Dimensión: Deducción Informal

Gráfico C

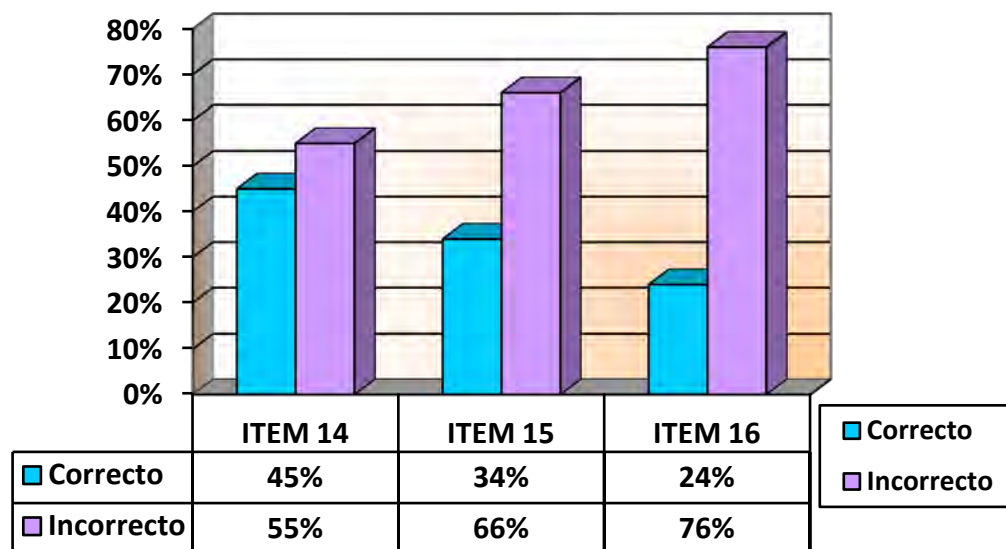


Interpretación:

En la deducción formal se evidenció, que un alto porcentaje de estudiantes no consideran significativas las definiciones, ni la estructura de una demostración, por lo que de esta manera lograr adquirir un razonamiento global.

Dimensión: Deducción Formal

Gráfico D

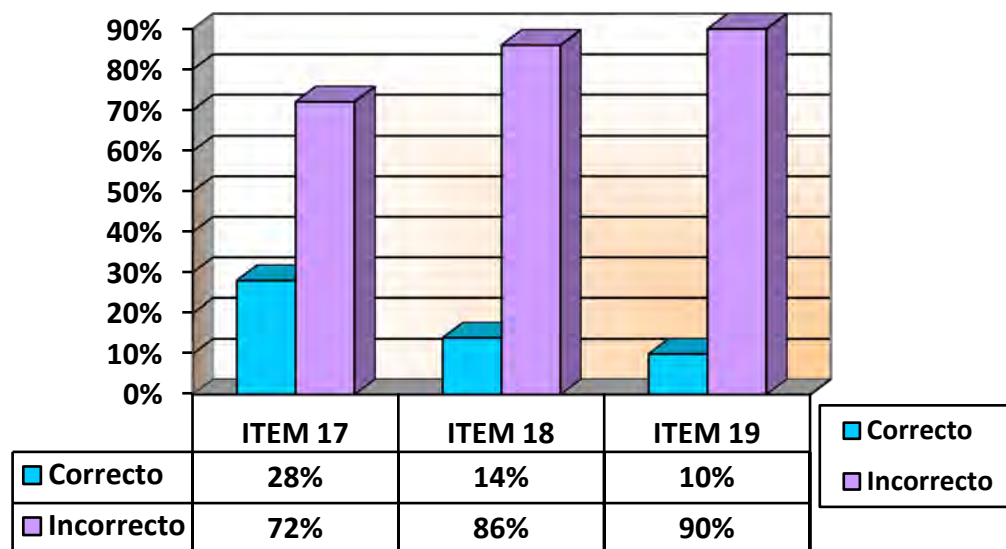


Interpretación:

La deducción informal indica que no es significativa la deducción, además el estudiante no logra construir, memorizar y demostrar. Es decir, la demostración no tiene ningún sentido para ellos y no puede construir ni comprender el papel de los axiomas y las definiciones, no sienten la necesidad de verificar una afirmación. Es por esto, que se puede apreciar que la gran mayoría no logra entender y realizar razonamientos lógicos formales ni proporcionan las razones para un determinado paso en alguna demostración.

Dimensión: Rigor

Gráfico E



Interpretación:

En la dimensión rigor, se puede apreciar que un alto porcentaje de los encuestados no comprenden los aspectos formales de la deducción, ni la posibilidad de llegar al mismo resultado desde distintas premisas y la existencia de definiciones equivalentes del mismo concepto. En este nivel, no pueden comprender la necesidad del papel de la demostración indirecta y de una demostración por reducción al absurdo. Por lo que no logran trabajar con una variedad de sistemas axiomáticos, ni comparar los diferentes sistemas, además de no logran tener una visión globalizadora del área de estudio, ni ver la geometría de manera abstracta.

CAPÍTULO V

5.1.- Conclusiones

Finalmente se llegó al cierre de la investigación, donde se pretende describir el nivel de abstracción en que se encuentran los estudiantes de primer año en el contenido de volumen de cuerpos geométricos según la perspectiva de Van Hiele, de la U.E.A. “Nicolás Curiel Coutinho” con la intencionalidad de solucionar los problemas que se presentan en la asimilación de los contenidos teóricos y aplicaciones en situaciones de su entorno.

El corazón del modelo se centra en la descripción del nivel de abstracción en el contenido de volumen de cuerpos geométricos mediante cinco niveles consecutivos, que tienen que ir superando correlativamente para poder pasar al siguiente. Se trata de un proceso lento que puede llevar incluso años, en el que se va pasando de un nivel al siguiente, sin que exista la posibilidad de saltarse ninguno de ellos.

El modelo de razonamiento de Van Hiele puede ser adaptado, debido a que es flexible y abierto, en cualquier tarea del área matemática, garantizando en los estudiantes una forma válida de aprender significativamente, conceptos previos del contenido que se esté trabajando, los cuales deben tener presentes al momento de incursionar de manera satisfactoria en la geometría.

Es importante resaltar:

1. Los estudiantes se encuentran ubicados en el **nivel de visualización**, debido que pueden reconocer, nombrar y distinguir una figura de otra, el parecido con algún objeto de la realidad, tienen la habilidad de producir una copia de una figura particular o incluso conocerla, no logran explicar las propiedades de una figura, no precisan el lenguaje básico geométrico para referirse a las figuras y no pueden establecer una prueba para verificar, lo que conlleva a asegurar, que las figuras son reconocidas por su apariencia como un todo, pero sus propiedades no son percibidas.

2. En el **nivel análisis**, se puede indicar que un pequeño grupo de estudiantes, logra nombrar las figuras geométricas y percibir las propiedades, pero de manera aislada y sin relación alguna entre ellas, pueden reproducir copias de las figuras geométricas mediante sus propiedades, sin embargo, muy pocos logran establecer relaciones o clasificaciones entre figuras de familias distintas, no establecen relaciones a través de la manipulación de objetos similares a los cuerpos Geométricos y a pesar que no logran elaborar definiciones, pueden entender aquellas con una estructura sencilla.
3. En la **deducción formal** se demostró, que un alto porcentaje de estudiantes no consideran significativas las definiciones, ni la importancia de la estructura de una demostración, es decir, sigue demostraciones, pero no las comprenden de forma global, por lo que no organizan secuencialmente el razonamiento lógico debido a que está basado en la manipulación. Por lo que de esta manera, no logran adquirir un razonamiento global, ni comprender el sistema axiomático de las matemáticas.
4. En el **nivel de deducción informal**, se logró apreciar que para un alto porcentaje no es significativa la deducción, considerando nula la posibilidad que el estudiante logre construir, memorizar y demostrar, lo cual indica que no entienden la naturaleza axiomática de las matemáticas, las relaciones existentes entre propiedades, ni comprenden que se puede llegar a los mismos resultados tras realizar diferentes demostraciones.
5. Finalmente en la **dimensión rigor**, se puede apreciar la carencia en cuanto a la comprensión de los aspectos formales de la deducción, ni la posibilidad de llegar al mismo resultado desde distintas premisas, establecer una comparación entre ellos y la existencia de definiciones equivalentes del mismo concepto. En este nivel, no comprenden la necesidad del papel de la demostración indirecta y de una demostración por reducción al absurdo. Por lo que no logran trabajar con una

variedad de sistemas axiomáticos, ni comparar los diferentes sistemas, además de no lograr una visión globalizadora del área de estudio, ni ver la geometría de manera abstracta.

Resulta importante considerar lo siguiente para el correcto funcionamiento del modelo de razonamiento geométrico:

El modelo de razonamiento geométrico establecido por Van Hiele debe ser ordenado, es decir, es un proceso en el que es necesario haber adquirido las destrezas del nivel anterior.

Continuo, debido a que el paso de un nivel a otro depende más de los contenidos y de la forma que es impartida por el docente mas que la edad del estudiante, no se produce de manera brusca, sino que existe un periodo de transición en el que se mezclan razonamientos de dos niveles consecutivos.

Es Personal y circunstancial puesto que los objetos inseparables en un nivel pasan a ser objetos de estudio evidentes en el siguiente nivel. A medida que se avanza en niveles, la concreción, demostración y determinación de los conceptos es más avanzada.

Lingüístico debido a que en cada nivel se tiene su propio lenguaje y símbolos, no son solo palabras y conceptos matemáticos, sino también expresiones y significados que les da cada estudiante, por lo que es posible que dos personas de diferentes niveles no se entiendan.

Y por último debe estar acorde al nivel del estudiante, para que sea capaz de comprender y avanzar al siguiente nivel, por lo que es importante colocar al alcance de los mismos, todos aquellos recursos que crea necesarios para el desarrollo académico.

5.2.- Recomendaciones

Para determinar el nivel de abstracción, en el cual se encuentra cada estudiante según el modelo de Van Hiele, lo importante no es evaluar si los estudiantes contestan de manera positiva o negativa, sino cómo contestan y por qué lo hacen así.

Considerar que en la mayoría de los casos, una actividad o tarea matemática puede ser resuelta correctamente por estudiantes de diferentes niveles, pero sus formas de resolverla serán diferentes.

Seleccionar actividades cuyas respuestas sean lo suficientemente largas como para que los estudiantes pueda hacer visibles sus ideas y sus formas de razonar.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Abbagnano, N. (2012), *Diccionario de filosofía*. México: fondo de cultura económica.
- Andonegui, M. (2006). Desarrollo del pensamiento matemático. Cuaderno N° 12 Geometría: conceptos y construcciones elementales. Caracas, Venezuela: Federación Internacional Fe y Alegría.
- Alegría. Balestrini, M. (2006). *Cómo se Elabora el Proyecto de Investigación*. Caracas: Consultores Asociados.
- Bolívar (2005). Estrategia de evaluación de los niveles de razonamiento en los alumnos de sexto grado de la segunda etapa de educación básica. Trabajo de grado de maestría no publicado. Universidad de Carabobo.
- Cantoral, R., Farfán, R., Cordero, F. Alanís, J., Rodríguez, R. y Garza, A. (2005). *Desarrollo del Pensamiento Matemático*. México: Trillas, S. A.
- Cardona, M. y Reina D. (2011). Diccionario de Educación Especial. Continente de editores S.A. Colombia.
- Constitución (1999). Gaceta oficial de la Republica Bolivariana de Venezuela, Marzo 2004.
- Espinosa, J. (2000). Diccionario de Matemáticas. España: Cultural S.A.
- Flórez, R. (1999). *Evaluación Pedagógica y Cognición*. Colombia: McGraw-Hill Interamericana, S.A.
- Graterol, E. y Andonegui, M (2003). “Incidencia de un software educativo en la evolución del razonamiento geométrico de estudiantes de educación superior”. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa* Vol. 16, tomo 1.
- García M., Franco y Garzón, D. (2006) *Didáctica de la geometría Euclidiana. Conceptos básicos para el desarrollo del pensamiento espacial*. Bogotá: cooperativa editorial magisterio.
- Ley Orgánica de Educación (2009). *Gaceta oficial de la Republica Bolivariana de Venezuela*, 5929. (Extraordinario), agosto 15, 2009.
- Matute, (2007). Estrategia didáctica basada en la historia de la matemáticas para incentivo de estudio de la geometría en alumnos de noveno grado de educación básica en la U.E.N. “José Andrés Castillo” Municipio Montalbán, Estado Carabobo. Trabajo de maestría publicado no publicado. Universidad de Carabobo.

- Stracuzzi S. y Pestana, F (2010). *Metodología de la Investigación*. Caracas: editorial pedagógica de Venezuela.
- Tamayo y T. (2005). *El proceso de investigación científica*. México: Limusa.
- Universidad Pedagógica Experimental Libertador (2010) *Manual de Trabajos de Grado de Especialización y Maestría y tesis Doctorales*. 4ta Edición. Fedeupel.
- Van Hiele, P. M. (1987). “*Un método para facilitar el descubrimiento de niveles de pensamiento en Geometría por la práctica de Niveles en Aritmética*”. Conferencia sobre Enseñanza y Aprendizaje de la Geometría: Procederes para Investigación y Práctica. Universidad de Syracuse. Mimeo.
- Vergnaud, G. et al. (1990). Epistemology and psychology of mathematics education. In Nesher, P. & Kilpatrick, J. (Eds.) *Mathematics and cognition: A research synthesis by International Group for the Psychology of Mathematics Education*. Cambridge: Cambridge University Press

ANEXOS

ANEXO N° 1



REPÚBLICA BOLIVARIANA DE VENEZUELA
UNIVERSIDAD DE CARABOBO
FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN
DIRECCIÓN DE POSTGRADO
MAESTRÍA EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA



Profesor (a):

Estimado docente, me dirijo a usted en su condición de experto en el ámbito educativo, estudioso para solicitarle su valiosa colaboración en la validación del instrumento que se anexa.

Dicho instrumento es una encuesta, el cual tiene como propósito la recolección de datos para la investigación titulada: **NIVEL DE ABSTRACCIÓN EN EL CONTENIDO DE VOLUMEN DE CUERPOS GEOMÉTRICOS DESDE LA PERSPECTIVA DE RAZONAMIENTO DE VAN HIELE Caso: Primer Año de Educación Media General de la U. E. A. “Nicolás Curiel Coutinho”.**

Sin otro particular al que hacer referencia, y agradeciendo de antemano por su valiosa colaboración,

Atentamente:

Licda. Yarelis Rodríguez

Anexo:

- Objetivos de la investigación.
- Tabla de especificaciones.
- Instrumento.
- Formato de validación.

OBJETIVOS DE LA INVESTIGACIÓN

Objetivo General

Describir el nivel de abstracción en que se encuentran los estudiantes en el contenido de volumen de cuerpos geométricos según la perspectiva de Van Hiele.

Objetivos Específicos

- ✓ Diagnosticar el nivel de abstracción de los estudiantes en el aprendizaje de volumen de cuerpos geométricos, en el *nivel de visualización*, desde la perspectiva de Van Hiele.
- ✓ Enunciar el nivel de abstracción de los estudiantes en el aprendizaje de volumen de cuerpos geométricos, en el *nivel de análisis*, desde la perspectiva de Van Hiele.
- ✓ Identificar el nivel de abstracción de los estudiantes en el aprendizaje de volumen de cuerpos geométricos, en el *nivel de la deducción informal*, desde la perspectiva de Van Hiele.
- ✓ Determinar el nivel de abstracción de los estudiantes en el aprendizaje de volumen de cuerpos geométricos, en el *nivel de la deducción formal*, desde la perspectiva de Van Hiele.
- ✓ Precisar el nivel de abstracción de los estudiantes en el aprendizaje de volumen de cuerpos geométricos, en el *nivel de rigor*, desde la perspectiva de Van Hiele.



REPÚBLICA BOLIVARIANA DE VENEZUELA
UNIVERSIDAD DE CARABOBO
FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN
DIRECCIÓN DE POSTGRADO
MAESTRÍA EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA



**NIVEL DE ABSTRACCIÓN EN EL CONTENIDO DE VOLUMEN DE
CUERPOS GEOMÉTRICOS DESDE LA PERSPECTIVA DE
RAZONAMIENTO DE VAN HIELE Caso: Primer Año de Educación Media
General de la U. E. A. “Nicolás Curiel Coutinho”**

**Autora: Lic. Yarelis Rodriguez
C.I.: 15.219.668**

**Tutora: M.Sc. Liliana Patricia Mayorga
C.I.: 16.290.784**

Bárbula, agosto de 2016



REPÚBLICA BOLIVARIANA DE VENEZUELA
UNIVERSIDAD DE CARABOBO
FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN
DIRECCIÓN DE POSTGRADO
MAESTRÍA EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA

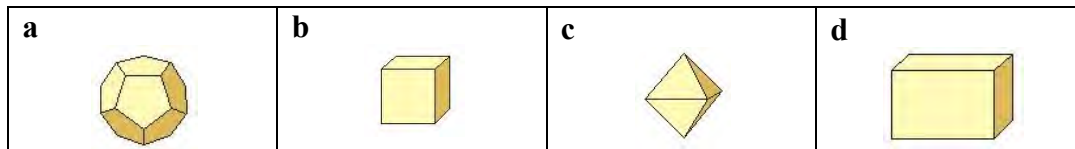


Instrucciones:

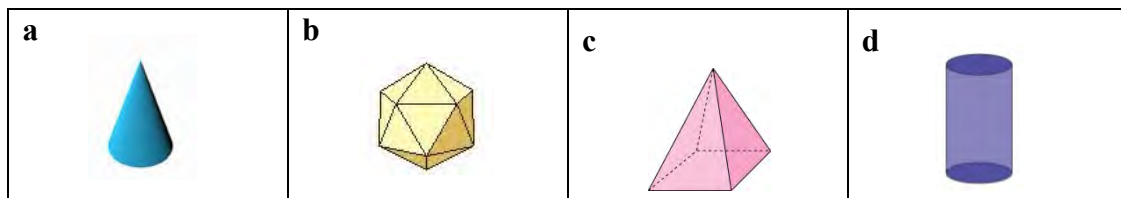
- 1.- Lea detenidamente cada una de las preguntas que se hacen a continuación.
- 2.- Encierra en un círculo la opción correcta.
- 3.- Escribe de manera legible y ordenada.

INSTRUMENTO

1. ¿Cuál de las siguientes imágenes que se presentan a continuación representa un tetraedro?



2. ¿Cuál de las siguientes imágenes que se presentan a continuación representa una pirámide de base cuadrada?



3. La imagen que se presenta a continuación, representa un



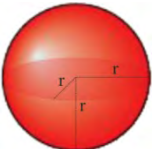
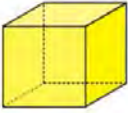
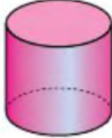
:

a. Cuadrado	b. Esfera	c. Triángulo	d. Cilindro
--------------------	------------------	---------------------	--------------------

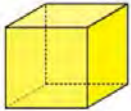
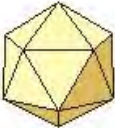
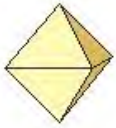
4. La imagen que se presenta a continuación, representa un  :

a.- Cuadrado	b. Esfera	c. Cono	d. Cilindro
--------------	-----------	---------	-------------

5. Dados los elementos que se mencionan a continuación: 1) Poliedro de cuatro caras triangulares. 2) Cada par de caras tienen aristas en común. 3) Cada tres caras un vértice en común. 4) Posee un total de cuatro vértices. 5) Seis aristas. 6) Sus caras son triángulos equiláteros. 7) Puede considerarse una pirámide de base triangular. ¿A cuál de las siguientes opciones corresponden los elementos mencionados?

a. Tetraedro 	b. Esfera 	c. Hexaedro 	d. Cilindro 
---	--	---	--

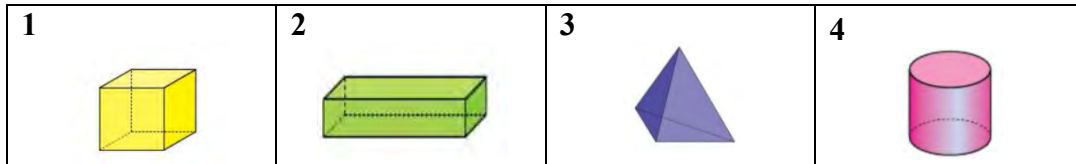
6. Dados los elementos que se mencionan a continuación: 1) Cuerpo de revolución generado por un semicírculo que gira sobre su diámetro. 2) Todos los puntos de la superficie están a la misma distancia de su centro. ¿A cuál de las siguientes opciones corresponden los elementos mencionados?

a. Hexaedro 	b. Icosaedro 	c. Tetraedro 	d. Icosaedro 
--	---	--	---

7. Indica cuál de las opciones siguientes está constituida únicamente por cuerpos geométricos:

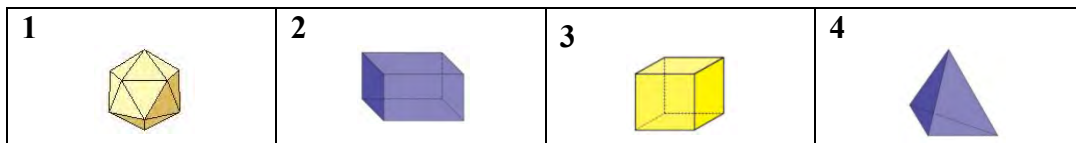
- a. Tetraedro, triángulo isósceles, círculo, esfera
- b. Hexaedro, trapecio, rectángulo, octaedro
- c. Cuadrado, rombo, triángulo escaleno, icosaedro
- d. Tetraedro, hexaedro, prisma de base cuadrada, cilindro

8. Dadas las siguientes imágenes, selecciona la opción que contenga el nombre de cada una de las formas geométricas presentadas:



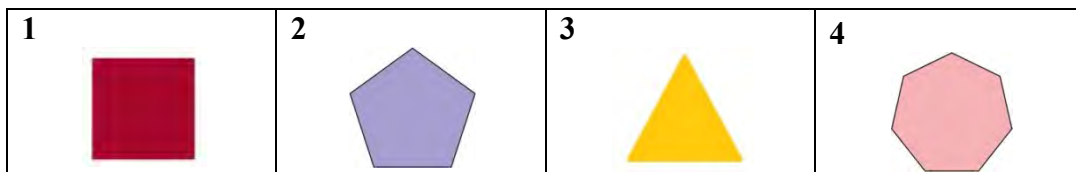
- a. Cubo, Triángulo, Esfera, Pirámide de base cuadrada
- b. Hexaedro, Triángulo, Cilindro, Pirámide de base cuadrada
- c. Cubo, Triángulo, Cilindro, Paralelepípedo
- d. Hexaedro, Paralelepípedo, Tetraedro, Cilindro

9. Dadas las imágenes que se presentan a continuación, cuál de las siguientes opciones es la correcta siguiendo el orden en que se presentan:



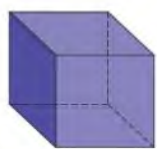
- a. Icosaedro, Paralelepípedo, Hexaedro, Tetraedro
- b. Paralelepípedo, Icosaedro, Hexaedro, Tetraedro
- c. Hexaedro, Icosaedro, Paralelepípedo, Tetraedro
- d. Tetraedro, Icosaedro, Paralelepípedo, Hexaedro

10. En las figuras que se muestran a continuación, cuál de las siguientes opciones es la correcta siguiendo el orden en que se presentan:

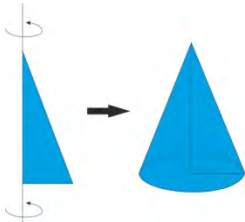
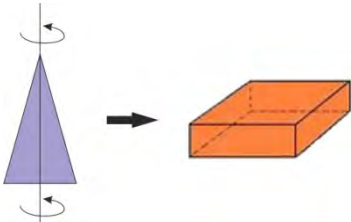
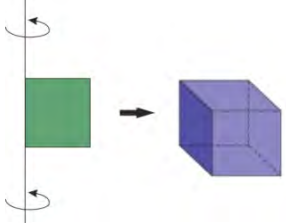
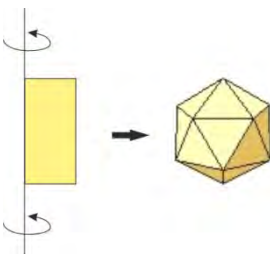


- a. Pentágono, Cuadrado, Triángulo, Heptágono
- b. Triángulo, Pentágono, Heptágono, Cuadrado
- c. Cuadrado, Pentágono, Triángulo, Heptágono
- d. Heptágono, Pentágono, Cuadrado, Triángulo

11. Señala cuál de las opciones que se presentan a continuación contienen el enunciado correcto:

a  Tres lados, tres vértices y dos ángulos.	b  Tres caras, tres aristas y tres ápices.
c  Seis caras, ocho vértices, doce aristas.	d  Cuatro lados, tres vértices y suma de los ángulos internos igual a 180 grados.

12. Señala cuál de las opciones que se presentan a continuación es correcta:

a  Un triángulo rectángulo al estar en revolución forma un cono	b  Un triángulo isósceles al estar en revolución forma un paralelepípedo
c  Un cuadrado al estar en revolución forma un hexaedro	d  Un rectángulo a estar en revolución forma un icosaedro

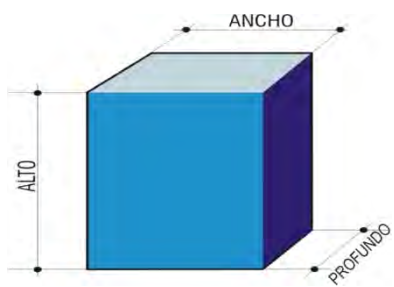
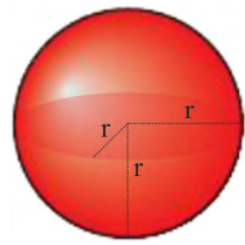
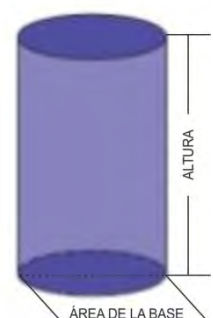
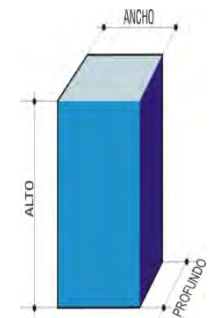
13. A partir del siguiente dato: el volumen de un cilindro es $25\text{cm}^2\pi$, cuál es el valor de la altura:

- a. 4cm
- b. 5cm
- c. 6cm
- d. 3cm

14. Se tiene un cubo de dimensiones 1 cm de ancho, 1 cm de profundo y 1 cm de alto. ¿Cuántos cubos iguales se necesitan para construir un cubo de 2 cm de ancho, 2 cm de profundo y 2 cm de alto?

- a. 4 cubos
- b. 7 cubos
- c. 6 cubos
- d. 8 cubos

15. En las siguientes opciones indica cuál es la fórmula que se relaciona con la forma geométrica y permite calcular el volumen de la misma:

a  $v = h.a.p$	b  $A = b.h$
c  $v = 2\pi.r^2$	d  $A = \frac{b.h}{2}$

16. El volumen de una pelota de béisbol cuyo radio es de 15cm es:

- a. $30 \text{ cm}^2 \cdot \pi$
- b. $225 \text{ cm}^2 \cdot \pi$
- c. $125 \text{ cm}^2 \cdot \pi$
- d. $225 \text{ cm}^3 \cdot \pi$

17. Al dividir un hexaedro  en dos partes, con un plano en forma horizontal. ¿Cuáles cuerpos geométricos se obtienen?

- a. Cilindro
- b. Esfera
- c. Cubo
- d. Paralelepípedo

18. En un paralelepípedo se duplica la longitud de todas sus aristas, ¿qué le ocurre a su área lateral? ¿Y a su volumen?

- a. El área total se duplica y el volumen se conserva
- b. El área total se conserva y el volumen se duplica
- c. El área total se duplica y el volumen se duplica
- d. El área total se conserva y el volumen se conserva

19. Un tetraedro está constituido por cuatro caras triangulares iguales, ¿cuáles son los argumentos?

- a. Sus caras son cuatro triángulos iguales e isósceles.
- b. Sus caras son cuatro triángulos iguales y escalenos.
- c. Sus caras son cuatro triángulos iguales e isorectángulos.
- d. Sus caras son cuatro triángulos iguales y equiláteros.

ANEXO N° 2

FORMATO DE VALIDACIÓN

INVESTIGACIÓN: NIVEL DE ABSTRACCIÓN EN EL CONTENIDO DE VOLUMEN DE CUERPOS GEOMÉTRICOS DESDE LA PERSPECTIVA DE RAZONAMIENTO DE VAN HIELE Caso: Primer Año de Educación Media General de la U. E. A. “Nicolás Curiel Coutinho”
INSTRUMENTO: CUESTIONARIO

OBSERVACIONES:[illegible]

ASPECTOS GENERALES	SÍ	NO	OBSERVACIONES
El instrumento contiene instrucciones para la respuestas			
Los ítems permiten el logro del objetivo relacionado con el diagnóstico			
Los ítems están presentados en forma lógica - secuencial			
El número de ítems es suficiente para recoger la información. En caso de ser negativa su respuesta, sugiera el ítem o los ítems que faltan.			

Validado
por: _____
Cédula de
Identidad: _____
Firma: _____
Fecha: _____
email: _____

VALIDEZ			
APLICABLE		NO APLICABLE	
APLICABLE ATENDIENDO OBSERVACIONES			

[illegible]

ASPECTOS GENERALES	SÍ	NO	OBSERVACIONES
El instrumento contiene instrucciones para la respuestas	✓		
Los ítems permiten el logro del objetivo relacionado con el diagnóstico	✓		
Los ítems están presentados en forma lógica - secuencial	✓		
El número de ítems es suficiente para recoger la información. En caso de ser negativa su respuesta, sugiera el ítem o los ítems que faltan.	✓		

Validado por: Maité Ferrer
 Cédula de Identidad: 17.066.509
 Firma: Maité Ferrer
 Fecha: 21-10-2015
 email: maite1984@gmail.com

VALIDEZ			
APLICABLE		NO APLICABLE	
APLICABLE ATENDIENDO OBSERVACIONES			✓

ANEXO N° 4

FORMATO DE VALIDACIÓN

INVESTIGACIÓN: NIVEL DE ABSTRACCIÓN EN EL CONTENIDO DE VOLUMEN DE CUERPOS GEOMÉTRICOS DESDE LA PERSPECTIVA DE RAZONAMIENTO DE VAN HIELE Caso: Primer Año de Educación Media General de la U. E. A. "Nicolás Curiel Coutinho"

INSTRUMENTO: CUESTIONARIO

OBSERVACIONES:

[illegible]

ASPECTOS GENERALES	sí	NO	OBSERVACIONES
El instrumento contiene instrucciones para la respuestas	✓		
Los items permiten el logro del objetivo relacionado con el diagnóstico	✓		
Los items están presentados en forma lógica - secuencial	✓		
El número de items es suficiente para recoger la información. En caso de ser negativa su respuesta, sugiera el item o los items que faltan.	✓		

Validado
por:
Cédula de
Identidad:

Firma:

Fecha:

email:

RUBEN DIAZ MENA
V-7003747
RUBEN DIAZ M.
24/10/14
rubendiaz2009@hotmail.com

VALIDEZ

APLICABLE

NO APLICABLE

APLICABLE ATENDIENDO
OBSERVACIONES

ANEXO N° 5

FORMATO DE VALIDACIÓN

INVESTIGACIÓN: NIVEL DE ABSTRACCIÓN EN EL CONTENIDO DE VOLUMEN DE CUERPOS GEOMÉTRICOS DESDE LA PERSPECTIVA DE RAZONAMIENTO DE VAN HIELE Caso: Primer Año de Educación Media General de

la U. E. A. "Nicolás Curriel Coutinho"

INSTRUMENTO: CUESTIONARIO

OBSERVACIONES:

[illegible]

ASPECTOS GENERALES	SÍ	NO	OBSERVACIONES
El instrumento contiene instrucciones para la respuestas	✓		
Los ítems permiten el logro del objetivo relacionado con el diagnóstico	✓		
Los ítems están presentados en forma lógica - secuencial	✓		
El número de ítems es suficiente para recoger la información. En caso de ser negativa su respuesta, sugiera el ítem o los ítems que faltan.	✓		

Validado por: MARIA ADILIA FERREIRA
 Cédula de Identidad: V- 6848 495
 Firma: [Firma]
 Fecha: 19/10/2015
 email: marioadiliaferrera@bravo@yahoo.es

VALIDEZ			
APLICABLE		NO APLICABLE	
APLICABLE ATENDIENDO OBSERVACIONES			✓

ANEXO N° 6



REPÚBLICA BOLIVARIANA DE VENEZUELA
UNIVERSIDAD DE CARABOBO
FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN
DIRECCIÓN DE POSTGRADO
MAESTRÍA EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA



Tabla de Especificación

Título: Nivel de abstracción en el contenido de volumen de cuerpos geométricos desde la perspectiva de razonamiento de Van Hiele
Caso: Primer Año de Educación Media General de la U.E.A. “Nicolás Curiel Coutinho”

Objetivo General	Variable	Definición Conceptual	Definición Operacional	Dimensiones (Niveles de Van Hiele)	Indicadores	Ítems	Instrumento
Describir el nivel de abstracción en que se encuentran los estudiantes en el contenido de volumen de cuerpos geométricos según la perspectiva de Van Hiele.	Nivel de abstracción de los estudiantes en el aprendizaje del conocimiento de volumen de los cuerpos geométricos.	El aprendizaje para Van Hiele (1987), “es una diferenciación y reestructuración progresiva de campos que produce estructuras mentales nuevas y más complejas” (p.17). Por lo que se podría indicar que las dificultades presentes en la construcción del conocimiento geométrico, en el aprendizaje del contenido volumen, se produce cuando no se origina la diferencia y no se reforma progresivamente los campos que promueven las estructuras mentales nuevas y más complejas. Cuando hay dificultades en los niveles altos no son alcanzados y las reglas que rigen a las estructuras más bajas no se han hecho explícitas y no han sido estudiados, lo que conlleva a que no se desarrolle las estructuras mentales más complejas.	Los problemas presentes en el proceso de aprendizaje del contenido volumen de cuerpos geométricos desde la postura de Van Hiele, ocurren cuando no se da la secuenciación de actividades de enseñanza y el aprendizaje en el aula, con el objeto de facilitar el ascenso de los estudiantes de un nivel de razonamiento al inmediatamente superior, partiendo del nivel de Visualización, seguido por el nivel de Análisis, Deducción informal y por último el de Deducción formal (los cuales se deben cumplir en el orden mencionado).	- Visualización.	Los objetos se perciben como una unidad.	1,2	Cuestionario
				- Análisis.	Identificación de figuras mediante descripciones visuales.	3,4	
					Reconoce las figuras mediante las propiedades.	5,6	
					Pueden establecer nuevas propiedades.	7,8	
					No clasifican objetos a partir de las propiedades	9,10	
				- Deducción informal.	Describe las figuras de manera formal.	11	
					Reconoce cómo unas propiedades derivan de otras.	12	
					Siguen pasos individuales de un razonamiento pero no entienden su globalidad.	13	
				- Deducción formal.	Deduce, construye, memoriza, demuestra.	14, 15	
					Percibe la posibilidad de desarrollar un problema de varias maneras.	16	
				- Rigor.	Conoce la existencia de diferentes sistemas y puede comparar.	17	
					Entiende la geometría en forma abstracta.	18,19	